



Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская,
М. А. Кубышева, М. В. Рогатова

Методические рекомендации к учебнику

МАТЕМАТИКА 6 КЛАСС



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЮВЕНТА



Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская,
М. А. Кубышева, М. В. Рогатова

Методические рекомендации к учебнику

МАТЕМАТИКА

6

КЛАСС



ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЮВЕНТА

Москва
2015

Образовательная система «Школа 2000...»

Научный руководитель — Л. Г. Петерсон,
доктор педагогических наук, профессор,
директор Центра системно-деятельностной педагогики
«Школа 2000...» ФГАОВ АПК и ПРО,
академик Международной академии наук педагогического образования,
лауреат Премии Президента РФ в области образования за 2002 год

Редакционная коллегия:

Л. Г. Петерсон, Д. Л. Абраров, Л. А. Грушевская, М. А. Кубышева,
А. А. Лаврентьев, М. В. Рогатова, Е. В. Чуткова

П 29 Петерсон Л. Г., Грушевская Л. А., Кубышева М. А., Рогатова М. В.
Методические рекомендации к учебнику «Математика» 6 класс / Л. Г. Петерсон,
Л. А. Грушевская, М. А. Кубышева, М. В. Рогатова. — М. : Издательство «Ювента», 2015. —
408 с. : ил.

ISBN 978-5-85429-662-5

В методическом пособии описана система работы по учебнику математики для 6 класса авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон. Приведены программа, тематическое и поурочное планирование, основные содержательные цели изучения каждого пункта учебника, методические подходы к организации самостоятельной учебной деятельности учащихся, способы достижения личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы ФГОС ООО. В пособии также приведены примеры решения типовых задач и подробно разобрано решение нестандартных заданий, представленных в учебнике.

Курс математики для 6 класса авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон реализует дидактическую систему деятельностного метода Л. Г. Петерсон («Школа 2000...»). Ориентирован на развитие мышления и творческих способностей учащихся, формирование прочной системы математических знаний, культуры исследовательской и проектной деятельности, умения учиться и готовности к саморазвитию. Содержит разноуровневые задания, соответствующие современным требованиям ГИА, ЕГЭ.

Курс является составной частью непрерывного курса математики «Учусь учиться» для дошкольников, учащихся начальной и средней школы (Премия Президента РФ в области образования за 2002 год).

УДК 372.8
ББК 74.262.21

© Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская,
М. А. Кубышева, М. В. Рогатова, 2015
© Издательство «Ювента», 2015

ISBN 978-5-85429-662-5

Петерсон Людмила Георгиевна, Грушевская Лилия Аркадьевна,
Кубышева Мария Андреевна, Рогатова Мария Викторовна

**Методические рекомендации к учебнику
МАТЕМАТИКА
6 класс (16+)**

Ответственный за выпуск Ю. Н. Веселицкий
Художники П. А. Северцов, С. Ю. Гаврилова
Художественный редактор Т. С. Шалалкина
Технический редактор Е. В. Везунова
Компьютерная верстка Н. В. Зарали

Подписано в печать 21.05.2015. Формат 70х108/16. Объем 25,5 печ. л. Усл. печ. л. 35,70.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Школьная. Тираж 10 000 экз. Заказ № 1361-2015

ООО «С-инфо»

(Издательство «Ювента» — структурное подразделение
и зарегистрированный товарный знак ООО «С-инфо»)

121059 Москва, а/я 88 Телефон: (499) 253-13-42

E-mail: books@si.ru Адрес в Интернете: www.books.si.ru

Отпечатано в АО «Красная Звезда»

123007, г. Москва, Хорошевское шоссе, 38

Тел.: (495) 941-28-62, (495) 941-34-72, (495) 941-31-62

www.redstarph.ru E-mail: kr_zvezda@mail.ru

Введение

Курс математики для 5—6 классов средней школы «Учусь учиться» является частью непрерывного курса математики образовательной системы «Школа 2000...» и обеспечивает непрерывность математической подготовки учащихся начиная с дошкольной ступени и вплоть до их перехода к предпрофильному и профильному обучению.

Основной целью данного курса является формирование у учащихся основ умения учиться, их интеллектуальное и духовно-нравственное развитие и воспитание, сохранение и поддержание здоровья детей, овладение каждым учащимся по индивидуальной траектории саморазвития системой глубоких и прочных математических знаний, умений и навыков, необходимых для продолжения образования в любом профиле школы.

Курс математики «Учусь учиться» для 5—6 классов средней школы обеспечивает организацию учебной деятельности учащихся, в процессе которой создаются условия для надежного достижения целей, поставленных ФГОС, — личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы посредством формирования универсальных учебных действий и умения учиться в целом. Данные цели реализуются на основе «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России», составляющей идеологическую основу ФГОС, и системно-деятельностного подхода, составляющего методологическую основу ФГОС.

Исходя из «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России» отбор учебного содержания в курсе математики «Учусь учиться» осуществлялся с ориентацией на формирование базовых национальных ценностей. Средствами учебного предмета математики с учетом возрастных психологических особенностей развития школьников в детях воспитываются ценности созидания, саморазвития, добра, честности и справедливости, открытости, толерантности, любви и уважения к своей Родине, создаются условия для развития у учащихся интереса к изучению своей страны, ее прошлого и настоящего, ее природы и культуры. И вместе с тем курс формирует представление о многообразии культур разных стран мира, уважительное отношение к культурам других народов.

Технология деятельностного метода (ТДМ)¹ — это педагогический инструмент, позволяющий учителю, с одной стороны, организовать включение учащихся в учебную деятельность на основе метода рефлексивной самоорганизации (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.), благодаря чему создаются условия для надежного достижения каждым учащимся личностных и метапредметных результатов ФГОС, а с другой — в ТДМ заложены все этапы глубокого и прочного усвоения знаний (П. Я. Гальперин), что обеспечивает не только высокий уровень предметных результатов ФГОС, но и создает существенный задел для результативного участия школьников в математических олимпиадах, их успешного обучения в 7—11 классах и подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

Математическая деятельность учащихся

Реализация в курсе деятельностного метода обучения позволяет при изучении всех разделов курса организовать полноценную математическую деятельность учащихся по получению нового знания, его преобразованию и применению, включающую все три этапа математического моделирования. Ими являются:

1) этап *математизации действительности*, то есть построения математической модели некоторого фрагмента действительности;

¹ Более подробно о ТДМ, проектировании и проведении уроков см. в Приложении.

2) этап *изучения математической модели*, то есть построения математической теории, описывающей свойства построенной модели;

3) этап *приложения полученных результатов* к реальному миру.

При построении математических моделей учащиеся учатся применять математические знания для описания объектов и процессов окружающего мира, объяснения причин явлений, оценки их количественных и пространственных отношений.

На этапе изучения математической модели они овладевают математическим языком, основами логического, алгоритмического и творческого мышления, они учатся исследовать и выявлять свойства и отношения, наглядно представлять полученные данные, записывать и выполнять алгоритмы.

Далее, на этапе приложения полученных результатов к реальному миру, учащиеся приобретают опыт применения математических знаний для решения задач. Здесь они отрабатывают умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами, решать уравнения, преобразовывать простейшие алгебраические выражения, решают текстовые задачи, распознают и изображают геометрические фигуры, действуют по заданным алгоритмам и строят их. Учащиеся работают со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, анализируют и интерпретируют данные, овладевают грамотной математической речью.

Содержательно-методические линии курса

Учитывая современный уровень развития математической теории, учебное содержание представлено в виде семи основных содержательно-методических линий, изучение которых подготавливается на дошкольной ступени, и затем непрерывно проходит через все ступени обучения с 1 по 9 класс вплоть до выпускных классов средней школы: линий моделирования, логической, числовой, алгебраической, геометрической, функциональной и анализа данных. Целостность курса достигается постоянным сопоставлением и взаимопроникновением результатов, полученных в различных содержательно-методических линиях.

Выбор последовательности учебного содержания по всем содержательно-методическим линиям курса алгебры «Учусь учиться» для 5–6 классов определяется логикой и этапами формирования математического знания в процессе познания в соответствии со вторым этапом процесса теоретического познания — этапом построения математической теории.

Рассмотрим содержание каждой содержательно-методической линии курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов и особенности ее изучения с точки зрения преемственности с предыдущей ступенью обучения.

В начальной школе были созданы условия для качественной подготовки учащихся к изучению всех разделов курса математики основной школы. При этом использование деятельностного метода обучения и новых методик позволило существенно расширить спектр изучаемых вопросов. В программу начальной школы вошли такие темы, традиционно изучаемые в средней школе, как нумерация и действия с многозначными числами в пределах 12 разрядов, решение составных уравнений (сводящихся к цепочке простых), обыкновенные дроби (сравнение, сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, смешанные числа), измерение углов, операция, алгоритм, множества и операции над ними, круговые и столбчатые диаграммы, координатный угол и др. Включение их в программу учитывает сенситивные периоды усвоения данных понятий и одновременно освобождает время в 5–6 классах для изучения логических понятий, освоения общих методов математической деятельности, геометрических исследований и практи-

ческих построений геометрических фигур и других разделов, которые создают прочную базу для изучения курса математики в 7—9 классах и старшей школе.

Числовая линия курса математики «Учусь учиться» строилась на основе счета предметов (элементов множества) и измерения величин. Понятия множества и величины подводили учащихся с разных сторон к понятию числа: с одной стороны, натурального числа, а с другой — положительного действительного числа. В этом находит свое отражение двойственная природа числа, а в более глубоком аспекте — двойственная природа бесконечных систем, с которыми имеет дело математика: дискретной, счетной бесконечностью и континуальной бесконечностью. Измерение величин связывает натуральные числа с действительными, поэтому свое развитие числовая линия получает как бесконечно уточняемый процесс измерения величин.

В начальной школе в рамках числовой линии учащиеся осваивали смысл понятия натурального числа и нуля, принципы записи и сравнения целых неотрицательных чисел (в пределах 12 разрядов), смысл и свойства арифметических действий, взаимосвязи между ними, приемы устных и письменных вычислений, прикидки, оценки и проверки результатов арифметических действий, зависимости между их компонентами и результатами, способы нахождения неизвестных компонентов. С другой стороны, они знакомились с различными величинами и общим принципом их измерения, учились выполнять действия со значениями величин (именованными числами).

В 5 классе числовая линия продолжается изучением обыкновенных и десятичных дробей, а в 6 классе — рациональных чисел. В завершение знания детей о числах систематизируются, дети знакомятся с историей развития понятия о числе и с методом расширения числовых множеств. Ставится проблема недостаточности изученных чисел для измерения величин (например, длины диагонали квадрата со стороной 1) и, таким образом, готовится основа для изучения в 7—9 классах школы действительных чисел.

Алгебраическая линия курса неразрывно связана с числовой, во многом дополняет ее и обеспечивает лучшее понимание и усвоение изучаемого материала. Запись выражений и свойств чисел с помощью буквенной символики помогает учащимся еще в начальной школе структурировать изучаемый материал, выявлять сходства и различия, свойства и аналогии объектов. Например, при решении уравнений из того, что $A + X = B$, следует, что $X = B - A$ (для множеств), а из того, что $a + x = b$, следует, что $x = b - a$ (для величин). И в том и в другом случае решение обосновывалось тем, что мы ищем неизвестную часть, поэтому из целого вычитаем другую часть.

Как правило, запись общих свойств операций над множествами и величинами обгоняет соответствующие навыки учащихся в выполнении аналогичных операций над числами. Это позволяет создать для каждой из таких операций общую рамку, в которую потом, по мере введения новых классов чисел, укладываются операции над числами и свойства этих операций. Тем самым дается теоретически обобщенный способ ориентации в учениях о множествах, величинах и числах, позволяющий потом решать обширные классы конкретных задач.

В 5—6 классах учащиеся поднимаются на следующую ступень — учатся использовать буквенные обозначения для доказательства общих утверждений. Это позволяет им проводить логическое доказательство свойств и признаков делимости, свойств пропорций и др.

Уже к концу 6 класса учащиеся приобретают систематический опыт моделирования в простейших случаях реальных ситуаций на языке алгебры, решения простейших уравнений и неравенств. Этим обеспечивается качественная подготовка учащихся к изучению систематического курса алгебры 7—9 классов.

При изучении **геометрической линии** в начальной школе учащиеся знакомились с такими геометрическими фигурами, как квадрат, прямоугольник, треуголь-

ник, круг; простейшими пространственными образами: куб, параллелепипед, цилиндр, пирамида, шар, конус, а также с более абстрактными понятиями точки, прямой и кривой линии, луча, отрезка и ломаной линии, угла и многоугольника, области и границы, окружности и круга и др., которые использовались для решения разнообразных практических задач. Например, схемы-отрезки служили графическими моделями текстовых задач, окружности использовались для построения круговых диаграмм и т. д.

Разрезание фигур на части и составление новых фигур из полученных частей, черчение фигур, склеивание моделей по их разверткам формировало практические навыки работы с основными измерительными и чертежными инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир) и одновременно развивало пространственные представления учащихся, их воображение, речь, комбинаторные способности.

Запас геометрических представлений и навыков, который накоплен у учащихся к 4 классу, позволил поставить перед ними новую, значительно более глубокую и увлекательную цель: исследование и открытие свойств геометрических фигур. С помощью построений и измерений они выявили различные геометрические закономерности (например, свойство углов треугольника, свойства смежных и вертикальных углов, вписанного и центрального углов и др.), которые они формулировали как предположение, гипотезу.

Исследование свойств геометрических фигур продолжается и в 5—6 классах: учащиеся открывают для себя различные свойства треугольника и прямоугольника, параллелограмма и трапеции, окружности и круга и др. При этом рассматриваются не только плоские, но и пространственные фигуры — шар, сфера, цилиндр, конус, пирамида, многогранники. Это помогает им, с одной стороны, обнаружить красоту геометрических фактов, а с другой — осознать недостаточность своих знаний для их логического обоснования, доказательства.

В 6 классе учащиеся приобретают более системный опыт построений с помощью циркуля и линейки, используют геометрические построения для доказательства утверждений и для выполнения преобразований фигур на плоскости (поворота, осевой и центральной симметрии, параллельного переноса). Они знакомятся с многогранниками, склеивают из разверток их модели, приобретают опыт построения простейших сечений куба и проекций пространственных геометрических фигур.

Все это обеспечивает качественную подготовку к изучению систематического курса геометрии в 7—9 классах.

Функциональная линия курса математики «Учусь учиться» строится вокруг понятия функциональной зависимости величин, которое является промежуточной моделью между реальной действительностью и общим понятием функции и, таким образом, служит источником возникновения в 7 классе общего понятия функции.

Учащиеся уже в начальной школе наблюдали за взаимосвязанным изменением различных величин, знакомились с понятием переменной и к 4 классу приобретали значительный опыт фиксирования зависимостей между величинами с помощью таблиц, диаграмм, графиков (движения) и простейших формул. Так, они строили и использовали для решения практических задач формулы: площади прямоугольника $S = a \cdot b$, объема прямоугольного параллелепипеда $V = a \cdot b \cdot c$, пути $s = v \cdot t$, стоимости $C = a \cdot n$, работы $A = w \cdot t$ и др. При исследовании различных зависимостей учащиеся выявляли и фиксировали на математическом языке их общие свойства, что создало основу для дальнейшего изучения системы функциональных понятий.

Развитие функционально-графических представлений продолжается в 5—6 классах: учащиеся наблюдают зависимости между различными величинами, уточняя

ют понятие переменной, приобретают опыт описания зависимостей с помощью формул, таблиц и графиков. На примере прямой и обратной пропорциональности у учащихся формируется представление о целесообразности обобщенного исследования зависимостей реальных величин, что позволяет подвести их к понятию функциональной зависимости, с которым они знакомятся в конце 6 класса. Вся эта работа закладывает прочную базу для самостоятельного открытия учащимися в 7 классе и глубокого осознания общего понятия функции, а затем изучения функций в 8—11 классах школы.

Достаточно серьезное внимание уделяется в курсе развитию логической линии при изучении арифметических, алгебраических и геометрических вопросов программы. Все задания курса математики «Учусь учиться» требуют от учащихся выполнения логических операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация), способствуют развитию логического мышления.

В начальной школе в рамках изучения логической линии учащиеся осваивали математический язык, учились понимать и конспектировать математический текст, использовать математические термины для описания явлений окружающего мира. В процессе вычислений, решения задач, уравнений, геометрических построений они проверяли истинность высказываний, строили свои суждения и обосновывали их с опорой на согласованный способ действий (эталон). Уже в 3 классе учащиеся познакомились с языком множеств, приобретали начальный опыт доказательства и опровержения различных видов высказываний (частных, общих, о существовании).

На этой основе в 5—6 классах логическая линия разворачивается в цепочку взаимосвязанных вопросов: математический язык — высказывания — доказательство — методы доказательства — определения — равносильные предложения — отрицание — логическое следование — теорема. Учащиеся не только знакомятся с содержанием этих понятий, но и активно используют их при рассмотрении всех разделов курса, что позволяет им полноценно подготовиться к изучению математики в старших классах и решению разнообразных жизненных проблем логического характера.

Линия анализа данных целенаправленно формирует у учащихся информационную грамотность, умение самостоятельно получать информацию — из наблюдений, справочников, энциклопедий, интернет-источников, бесед; работать с полученной информацией: анализировать, систематизировать и представлять в форме схем, таблиц, конспектов, диаграмм и графиков; делать выводы; выявлять закономерности и существенные признаки; проводить классификацию; осуществлять систематический перебор вариантов; строить и исполнять алгоритмы.

Уже в начальной школе учащиеся познакомились с деревом возможностей, с различными видами программ — линейными, разветвленными, циклическими. Систематическое построение и использование алгоритмов для обоснования своих действий и самопроверки результатов помогало успешнее изучить многие традиционно трудные вопросы программы (например, порядок действий в выражениях, действия с многозначными числами и др.).

В 5—6 классах эта работа продолжается, причем информационные умения формируются как на уроках, так и во внеурочной проектной деятельности, кружковой работе, при создании собственных информационных объектов — презентаций, сборников задач и примеров, стенгазет и информационных листков и т. д. В ходе этой деятельности учащиеся овладевают началами компьютерной грамотности и навыками работы с компьютером, необходимыми для обучения в школе и в современной жизни.

В рамках **линии моделирования** (линии текстовых задач) учащиеся овладевают всеми видами математической деятельности, осознают практическое значение математических знаний, у них формируются универсальные учебные действия, развивается мышление, воображение, речь.

При построении математических моделей учащиеся приобретают опыт описания «на математическом языке» объектов и процессов окружающего мира.

На этапе изучения математической модели они расширяют свои знания о математическом языке, овладевают основами логического, алгоритмического и творческого мышления, выполняют действия с числами и величинами, решают уравнения и неравенства, составляют и преобразовывают числовые и буквенные выражения, строят графики зависимости величин, выполняют геометрические построения, овладевают грамотной математической речью.

Далее, на этапе приложения полученных результатов к реальному миру, учащиеся приобретают начальный опыт применения математических знаний для решения задач. Они работают со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, анализируют и интерпретируют данные, развивают представления о компьютерной грамотности.

Таким образом, у учащихся формируются представления о математике не как о формальной науке, а как о мощном инструменте познания реальных процессов окружающего мира.

Спектр возможностей практического применения математики в реальной жизни демонстрируется через моделирование текстовых задач, которые представляют собой условные описания некоторых практических ситуаций и тем самым приближают изучаемое математическое содержание к реальным процессам окружающего мира.

Программа курса математики «Учусь учиться» для 5—6 классов начинается со знакомства учащихся с математическими моделями текстовых задач, приемами их построения («перевода условия задачи на математический язык»), работы с ними и применения полученных результатов для ответа на вопрос задачи.

Они узнают, что математическими моделями текстовых задач могут служить выражения, уравнения, неравенства и даже системы уравнений и неравенств, учатся строить математические модели любых (даже неизвестных им) видов текстовых задач. Для этого активно используются графические модели (схемы) и таблицы. Приобретенный опыт помогает учащимся спокойно и уверенно выполнять самый трудный шаг решения текстовых задач, и здесь же осуществляется их опережающая подготовка к изучению в последующем новых типов задач.

На этапе работы с математическими моделями учащиеся, прежде всего, вспоминают все изученные в начальной школе способы решения текстовых задач: простые и составные задачи на взаимосвязь величин $a + b = c$ и $ab = c$ (путь — скорость — время; работа — производительность — время работы; стоимость — цена — количество товара и др.), разностное и кратное сравнение, четыре типа задач на одновременное равномерное движение двух объектов, простые задачи на дроби (а также на проценты, где процент понимается как сотая доля величины). А затем знакомятся с двумя новыми общенаучными методами работы с математическими моделями — *методом проб и ошибок* и *методом перебора*. Использование их показывает существенно большую простоту и удобство действий по готовым алгоритмам, что мотивирует учащихся к построению новых способов решения текстовых задач.

Далее в рамках программы 5—6 классов учащиеся знакомятся с решением задач на совместную работу, части и проценты, на движение по реке, на пропорции, на масштаб и на среднее арифметическое.

В конце 6 класса учащиеся систематизируют все известные им методы решения текстовых задач, уточняют и расширяют свои представления о методе математического моделирования (на примере текстовых задач, математической моделью которых являются изученные типы уравнений).

Методика работы с задачами строится так же, как и в начальной школе: после системной отработки небольшого числа базовых типов задач учащимся предлагается широкий спектр разнообразных задач, каждая из которых содержит некоторую новизну, что развивает у них умение действовать в нестандартной ситуации.

Основу непрерывного курса математики «Учусь учиться» программы «Школа 2000» в 5–6 классах составляют традиционные для школьного курса математики содержательно-методические линии. Однако иные принципы построения программы, новые дидактические и технологические подходы позволяют включить в содержание программы новые темы и разделы, придать процессу обучения несравненно большую глубину и привести его в соответствие с новыми целями и задачами образования, установленными ФГОС.

Система заданий курса допускает возможность организации кружковой работы по математике, индивидуальной и коллективной творческой, проектной работы во второй половине дня, в том числе с использованием ИКТ и электронных образовательных ресурсов.

Чтобы сделать процесс обучения интересным для учащихся и обеспечить индивидуальную траекторию развития каждого из них на максимально возможном для него уровне, в данном курсе используется следующий прием. После введения понятия, требующего для отработки и усвоения длительное время, учащиеся знакомятся с такими математическими фактами, которые не входят на данном возрастном этапе в обязательные результаты обучения, а служат развитию детей, расширению их кругозора, подготавливают дальнейшее изучение математических понятий. Таким образом, тренировочные упражнения выполняются параллельно с исследованием новых математических идей, поэтому они не утомляют детей, тем более что им придется, как правило, игровая форма (кодирование, расшифровка и т. д.). Таким образом, каждый учащийся с невысоким уровнем подготовки имеет возможность отработать необходимый навык в соответствии с собственным темпом развития, а более подготовленные дети постоянно получают «пищу для ума», что делает уроки математики интересными для всех учащихся в соответствии с их уровнем подготовки, психологическими особенностями и возможностями.

Система обучающего контроля

Варианты самостоятельных и контрольных работ учащихся по всему курсу математики «Учусь учиться» для 6 класса предложены в методических пособиях:

1. *Кубышева М. А.* Сборник самостоятельных и контрольных работ к учебникам математики 5–6 класса.
2. *Смирнова Е. С.* Геометрическая линия в учебниках математики 5–6 классов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон.

На уроках открытия нового знания, при проведении обучающих самостоятельных работ и выполнении заданий творческого уровня оценивается только успех, ошибки выявляются и корректируются на основе определения их причин (то есть правил, алгоритмов, определений, которые усвоены недостаточно). На уроках рефлексии используется самоконтроль, отметки в журнал выставляются по желанию. Отметки за контрольную работу выставляются всем учащимся, при этом уровень трудности подбирается так, чтобы отметки 4 и 5 по силам было получить примерно 75% учащихся класса.

В курсе не ставится цель, чтобы каждым учеником были выполнены все задания из учебника. Обязательным минимумом результатов обучения по программе является уровень, определенный в образовательных стандартах, а уровень, которого желательно достичь основной части учащихся общеобразовательной школы определяется заданиями раздела «Задачи для самопроверки».

Домашнее задание

Домашние задания состоят из двух частей:

- **обязательная часть** включает в себя 2—3 посильных для каждого учащегося задания примерно на 25 мин самостоятельной работы с обязательным творческим компонентом (например, придумать и решить задачу, пример на новый способ действий, изучавшийся в классе; зашифровать с помощью вычислительных примеров на сложение десятичных дробей имя известного математика и т. д.);

- **необязательная часть** — по 1—2 дополнительных заданий (обычно из раздела С — на смекалку).

Широко используются задания по выбору, например: решить два задания по своему выбору из заданий № 12—18 учебника.

Самопроверка (или взаимопроверка) учащимися обязательной части домашних заданий, коррекция ошибок и выставление в тетради отметок могут осуществляться в начале урока самими учащимися по готовому образцу, представленному учителем, с помощью презентаций, кодоскопа, переносных досок и т. д. Тогда при проверке тетрадей учитель оценивает лишь правильность самопроверки (взаимопроверки).

Работу с дополнительной частью домашнего задания рекомендуется проверять индивидуально. Правильное решение задач на смекалку учащиеся по заданию учителя красиво оформляют на листках, после чего они вывешиваются в классе с указанием фамилий тех, кто верно решил предложенные задачи.

Общие рекомендации для учителя

Учителю средней школы, который начинает работать по учебникам 6 класса, важно знать программу начальной школы по данному курсу. Поэтому необходимо познакомиться с учебниками для 1—4 классов и системой эталонов (способов действий), которые учащиеся изучили в начальной школе.

Кроме того, с учителем начальной школы необходимо обговорить, на каком уровне реализовывалась ТДМ (базовый, технологический, системно-технологический), каким образом шла в классе работа над выражениями, формулами, задачами и уравнениями, на каком уровне изучались темы, которые имеют пропедевтический характер и не входят в систему административного контроля.

Рекомендуем обратить внимание на учебное пособие для учащихся «Построй свою математику», представляющее собой блок-тетрадь эталонов к курсам математики «Учусь учиться» для 5 класса и для 6 класса. Использование этих пособий систематизирует знания учащихся и вовлекает в творческую деятельность, позволяющую глубже осмыслить изучаемые понятия. Система эталонов «Построй свою математику» позволяет организовать системное формирование у учащихся навыка *поиска в известном источнике необходимой информации*, нужной для решения задач, а также *обоснования правильности своих действий*. Использование данного учебного пособия на уроках рефлексии способствует формированию умения осуществлять контроль своей деятельности, оценивать правильность выполнения учебной задачи, овладению основами самоконтроля, самооценки в учебной и познавательной деятельности. Данные метапредметные результаты соответствуют современным целям образования.

В настоящее время разработаны варианты сценариев уроков для 5—6 классов по курсу математики «Учусь учиться», реализующих ТДМ и обеспеченных дидактическими, раздаточными и презентационными материалами (в программе Power Point).

При работе с геометрическими понятиями в 5—6 классах учителю может оказать помощь методическое пособие Е. С. Смирновой «Геометрическая линия в учебниках математики для 5—6 классов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон».

Планирование по курсу математики «Учусь учиться»

В соответствии с принципом минимакса дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...» организовать работу по учебнику 6 класса возможно в условиях различных учебных планов образовательных учреждений: для 5 ч и для 6 ч в неделю. При 6 ч в неделю дополнительные часы используются на выполнение дополнительных заданий и уроки рефлексии, позволяющие учащимся глубже и сознательнее усвоить изучаемый материал.

Тематическое планирование по курсу математики «Учусь учиться» авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон 6 класс

5 ч в неделю, всего 170 ч

№ уроков	Тема	Кол-во часов
I четверть (42 часа)		
Глава 1. Язык и логика		15
1—2	Понятие отрицания	2
3—4	Отрицание общих высказываний	2
5	Отрицание высказываний о существовании	1
6—7	Переменная. Выражения с переменными	2
8—9	Предложения с переменными	2
10—11	Переменная и кванторы	2
12—13	Отрицание утверждений с кванторами	2
14	Задачи для самопроверки	1
15	<i>Контрольная работа № 1</i>	<i>1</i>
Глава 2. Арифметика		57
16—20	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	5
21—23	Задачи на движение	3
24—26	Среднее арифметическое	3
27	Задачи для самопроверки	1
28	<i>Контрольная работа № 2</i>	<i>1</i>
29—30	Понятие о проценте	2
31—37	Задачи на проценты	7
38	Задачи для самопроверки	1
39	<i>Контрольная работа № 3</i>	<i>1</i>
40—42	Резерв	3
II четверть (36 часов)		
43—44	Простой процентный рост	2
45—46	Сложный процентный рост	2
47—48	Понятие отношения	2

49—50	Масштаб	2
51—53	Понятие пропорции. Основное свойство пропорции	3
54—56	Свойства и преобразование пропорций	3
57	Задачи для самопроверки	1
58	Контрольная работа № 4	1
59	Зависимость между величинами	1
60—61	Прямая и обратная пропорциональность	2
62—64	Графики прямой и обратной пропорциональности	3
65—67	Решение задач с помощью пропорций	3
68—70	Пропорциональное деление	3
71	Задачи для самопроверки	1
72	Контрольная работа № 5	1
Глава 3. Рациональные числа		58
73—74	Положительные и отрицательные числа	2
75—77	Противоположные числа и модуль	3
78	Резерв	1
III четверть (52 часа)		
79—81	Сравнение рациональных чисел	3
82—86	Сложение рациональных чисел	5
87	Задачи для самопроверки	1
88	Контрольная работа № 6	1
89—92	Вычитание рациональных чисел	4
93—95	Умножение рациональных чисел	3
96—98	Деление рациональных чисел	3
99	Какие числа мы знаем, и что мы о них знаем или не знаем	1
100	О системах счисления*	1
101	Задачи для самопроверки	1
102	Контрольная работа № 7	1
103—105	Раскрытие скобок	3
106	Коэффициент	1
107—108	Подобные слагаемые	2
109	Понятие уравнения	1
110—112	Решение уравнений	3
113—117	Решение задач методом уравнения	5
118—120	Координатная плоскость	3
121—122	Графики зависимостей величин	2
123	Задачи для самопроверки	1
124	Контрольная работа № 8	1

125	Понятие логического следования	1
126	Отрицание следования	1
127—128	Обратные утверждения	2
129	Следование и равносильность	1
130	Следование и свойства предметов	1
IV четверть (40 часов)		
Глава 4. Геометрия		32
131—81	Рисунки и определения геометрических понятий	2
133—134	Свойства геометрических фигур	2
135—140	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	6
141—142	Геометрические тела и их изображения	2
143—144	Многогранники	2
145—146	Тела вращения	2
147—149	Измерения величин. Длина, площадь, объем	3
150—152	Мера угла. Транспортир	3
153	Задачи для самопроверки	1
154	<i>Контрольная работа № 9</i>	1
155—156	Красота и симметрия	2
157—159	Преобразование плоскости	3
160—161	Правильные многоугольники	2
162	Правильные многогранники	1
163—166	Итоговое повторение	4
167	<i>Итоговая контрольная работа</i>	1
168	Анализ контрольной работы	1
169	Итоговый урок	1
170	Как мы рассуждаем. Доказательства в алгебре и геометрии	1

**Поурочное планирование.
Технологический уровень реализации ТДМ**

№ уроков	Тема	Тип урока ²	Число часов
I четверть (42 часа)			
Глава 1. Язык и логика			16
1	Понятие отрицания	ОНЗ	1
2	Понятие отрицания	ОНЗ	1
3	Отрицание общих высказываний	ОНЗ	1
4	Отрицание общих высказываний	Р	1
5	Отрицание высказываний о существовании	ОНЗ	1

² ОНЗ — урок открытия нового знания, Р — урок рефлексии, ОК — урок обучающего контроля знаний, К — урок итогового контроля знаний.

6	Переменная. Выражения с переменными	ОНЗ	1
7	Переменная. Выражения с переменными	ОНЗ	1
8	Предложения с переменными	ОНЗ	1
9	Предложения с переменными	Р	1
10	Переменная и кванторы	ОНЗ	1
11	Переменная и кванторы	ОНЗ	1
12	Отрицание утверждений с кванторами	ОНЗ	1
13	Отрицание утверждений с кванторами	Р	1
14	Задачи для самопроверки	Р	1
15–16	Контрольная работа № 1	ОК	2
Глава 2. Арифметика			58
17	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	ОНЗ	1
18	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	ОНЗ	1
19	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	ОНЗ	1
20	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	ОНЗ	1
21	Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями	Р	1
22	Задачи на движение	ОНЗ	1
23	Задачи на движение	ОНЗ	1
24	Задачи на движение	Р	1
25	Среднее арифметическое	ОНЗ	1
26	Среднее арифметическое	ОНЗ	1
27	Среднее арифметическое	Р	1
28	Задачи для самопроверки	Р	1
29–30	Контрольная работа № 2	ОК	2
31	Понятие о проценте	ОНЗ	1
32	Понятие о проценте	ОНЗ	1
33	Понятие о проценте	Р	1
34	Задачи на проценты	ОНЗ	1
35	Задачи на проценты	Р	1
36	Задачи на проценты	ОНЗ	1
37	Задачи на проценты	ОНЗ	1
38	Задачи на проценты	ОНЗ	1
39	Задачи на проценты	Р	1
40	Задачи для самопроверки	Р	1
41–42	Контрольная работа № 3	ОК	2

II четверть (36 часов)			
43	Простой процентный рост	ОНЗ	1
44	Простой процентный рост	Р	1
45	Сложный процентный рост	ОНЗ	1
46	Сложный процентный рост	Р	1
47	Понятие отношения	ОНЗ	1
48	Понятие отношения	Р	1
49	Масштаб	ОНЗ	1
50	Масштаб	Р	1
51	Понятие пропорции. Основное свойство пропорции	ОНЗ	1
52	Понятие пропорции. Основное свойство пропорции	ОНЗ	1
53	Понятие пропорции. Основное свойство пропорции	Р	1
54	Свойства и преобразование пропорций	ОНЗ	1
55	Свойства и преобразование пропорций	Р	1
56	Свойства и преобразование пропорций	Р	1
57	Задачи для самопроверки	Р	1
58–59	Контрольная работа № 4	ОК	2
60	Зависимость между величинами	ОНЗ	1
61	Прямая и обратная пропорциональность	ОНЗ	1
62	Прямая и обратная пропорциональность	Р	1
63	Графики прямой и обратной пропорциональности	ОНЗ	1
64	Графики прямой и обратной пропорциональности	ОНЗ	1
65	Графики прямой и обратной пропорциональности	Р	1
66	Решение задач с помощью пропорций	ОНЗ	1
67	Решение задач с помощью пропорций	ОНЗ	1
68	Решение задач с помощью пропорций	Р	1
69	Пропорциональное деление	ОНЗ	1
70	Пропорциональное деление	ОНЗ	1
71	Пропорциональное деление	Р	1
72	Задачи для самопроверки	Р	1
73–74	Контрольная работа № 5	ОК	2
Глава 3. Рациональные числа			52
75	Положительные и отрицательные числа	ОНЗ	1
76	Положительные и отрицательные числа	ОНЗ	1
77	Противоположные числа и модуль	ОНЗ	1
78	Противоположные числа и модуль	ОНЗ	1

III четверть (52 часа)			
79	Противоположные числа	Р	1
80	Сравнение рациональных чисел	ОНЗ	1
81	Сравнение рациональных чисел	Р	1
82	Сложение рациональных чисел	ОНЗ	1
83	Сложение рациональных чисел	ОНЗ	1
84	Сложение рациональных чисел	ОНЗ	1
85	Сложение рациональных чисел	Р	1
86	Задачи для самопроверки	Р	1
87–88	Контрольная работа № 6	ОК	2
89	Вычитание рациональных чисел	ОНЗ	1
90	Вычитание рациональных чисел	ОНЗ	1
91	Вычитание рациональных чисел	Р	1
92	Умножение рациональных чисел	ОНЗ	1
93	Умножение рациональных чисел	Р	1
94	Деление рациональных чисел	ОНЗ	1
95	Деление рациональных чисел	Р	1
96	Какие числа мы знаем, и что мы о них знаем или не знаем	ОНЗ	1
97	О системах счисления*	ОНЗ	1
98	Задачи для самопроверки	Р	1
99–100	Контрольная работа № 7	ОК	2
101	Раскрытие скобок	ОНЗ	1
102	Раскрытие скобок	ОНЗ	1
103	Коэффициент	ОНЗ	1
104	Приведение подобных слагаемых	ОНЗ	1
105	Приведение подобных слагаемых	Р	1
106	Понятие уравнения	ОНЗ	1
107	Решение уравнений	ОНЗ	1
108	Решение уравнений	Р	1
109	Решение задач методом уравнения	Р	1
110	Решение задач методом уравнения	Р	1
111	Решение задач методом уравнения	Р	1
112	Решение задач методом уравнения	Р	1
113	Координатная плоскость	ОНЗ	1
114	Координатная плоскость	ОНЗ	1
115	Координатная плоскость	Р	1
116	Графики зависимостей величин	ОНЗ	1
117	Графики зависимостей величин	Р	1
118	Задачи для самопроверки	Р	1

119—120	Контрольная работа № 8	ОК	2
121	Понятие логического следования	ОНЗ	1
122	Отрицание следования	ОНЗ	1
123	Обратные утверждения	ОНЗ	1
124	Следование и равносильность	ОНЗ	1
125	Следование и равносильность	Р	1
126	Следование и свойства предметов	ОНЗ	1
Глава 4. Геометрия			44
127	Рисунки и определения геометрических понятий	ОНЗ	1
128	Рисунки и определения геометрических понятий	Р	1
129	Свойства геометрических фигур	ОНЗ	1
130	Свойства геометрических фигур	ОНЗ	1
IV четверть (40 часов)			
131	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
132	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
133	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
134	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
135	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
136	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
137	Задачи на построение. Замечательные точки в треугольнике	ОНЗ	1
138	Геометрические тела и их изображения	ОНЗ	1
139	Геометрические тела и их изображения	ОНЗ	1
140	Многогранники	ОНЗ	1
141	Многогранники	ОНЗ	1
142	Тела вращения	ОНЗ	1
143	Тела вращения	ОНЗ	1
144	Измерения величин. Длина, площадь, объем	ОНЗ	1
145	Измерения величин. Длина, площадь, объем	ОНЗ	1
146	Измерения величин. Длина, площадь, объем	Р	1
147	Мера угла. Измерение углов. Транспортёр	Р	1
148	Построение угла. Транспортёр	Р	1
149	Измерение и построение угла. Транспортёр	Р	1
150	Задачи для самопроверки	Р	1
151—152	Контрольная работа № 9	ОК	2

153	Красота и симметрия	ОНЗ	1
154	Красота и симметрия	ОНЗ	1
155	Преобразование плоскости. Осевая симметрия	ОНЗ	1
156	Преобразование плоскости. Поворот	ОНЗ	1
157	Преобразование плоскости. Параллельный перенос	ОНЗ	1
158	Правильные многоугольники	ОНЗ	1
159	Правильные многоугольники	ОНЗ	1
160	Правильные многоугольники	ОНЗ	1
161	Повторение	Р	1
162	Повторение	Р	1
163	Повторение	Р	1
164	Повторение	Р	1
165	Повторение	Р	1
166	Повторение	Р	1
167	Повторение	Р	1
168	<i>Итоговая контрольная работа</i>	К	1
169	Анализ контрольной работы	Р	1
170	Как мы рассуждаем. Доказательства в алгебре и геометрии		1

Методические рекомендации к организации учебного процесса

Глава 1. Язык и логика (16 часов)

Обучение математическому языку как специфическому средству коммуникации в его сопоставлении с реальным языком является одной из важнейших особенностей программы «Учусь учиться». Грамотный математический язык является свидетельством четкого и организованного мышления. Поэтому владение этим языком, понимание точного содержания предложений и логических связей между ними распространяется и на владение естественным языком, что вносит весомый вклад в формирование и развитие мышления человека в целом.

К началу 6 класса в рамках логической линии учащиеся познакомились с понятием высказывания, с видами высказываний, со способами доказательств истинности и ложности высказываний. Им известен знак $\exists$, как символ, позволяющий короче записать словосочетание «существует такой, что».

В 6 классе работа по овладению учащимися математическим языком продолжается. В первой главе они знакомятся с отрицанием высказывания; учатся обозначать, читать и строить отрицания высказываний; выявляют их важнейшее свойство: отрицание общего высказывания есть высказывание о существовании, и наоборот; знакомятся с законом исключенного третьего.

Усвоение норм построения отрицания высказываний, знакомство с кванторами играет немаловажную роль в организации мышления детей. Умения, формируемые в рамках изучения данной темы, необходимы учащимся в старших классах при доказательстве теорем методом от противного, решении систем и совокупностей уравнений и изучении многих других разделов программы, а также при обосновании и опровержении различных суждений как на уроках математики, так и на уроках по всем другим предметам, и в жизни.

Одна из главных целей уроков в начале учебного года — повторение ранее изученного. В первой главе 6 класса новый материал изучается с использованием содержания различных тем курса математики 5 класса, что позволяет организовать их повторение в интересной для учащихся форме параллельно с изучением темы «Язык и логика». Таким образом, учащиеся имеют возможность вспомнить ранее изученный материал, выявить и устранить возможные пробелы в знаниях, но при этом «не топчутся на месте», а продвигаются вперед, существенно расширяя спектр своих представлений о способах грамотного построения отрицания высказываний и о переменных величинах. «Повторяя, — писал Л. В. Занков, — надо что-то прибавлять». В противном случае обучение ведет «к умственной лени, апатии, а значит, препятствует развитию».

При изучении математического языка учащиеся повторяют и уточняют понятие переменной, которое известно им с 3 класса, понятие выражения с переменной (чтение, запись и нахождение значения). Рассматривая вопрос применения переменной, учащиеся повторяют и систематизируют знания о способах представления зависимости между переменными величинами.

В ходе изучения данной главы особое внимание следует уделить актуализации и четкой фиксации учащимися алгоритмов действий с обыкновенными и десятичными дробями, а также условия перевода обыкновенных дробей в десятичные. Таким образом, учащиеся будут подготовлены к изучению следующей темы «Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями» (Глава 2. «Арифметика», § 1. Числа и действия с ними, п.2.1.1). Во время изучения данной главы с учащимися целесообразно выучить наизусть таблицу соответствия между «основными» десятичными и обыкновенными дробями: $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$ и др.

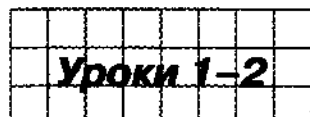
Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания первой главы учащиеся:

- *повторяют и систематизируют* изученные знания;
- *применяют* изученные способы действий для решения задач в типовых и поисковых ситуациях;
- *обосновывают* правильность выполненного действия с помощью обращения к общему правилу;
- *находят* верные (истинные) и неверные (ложные) высказывания, определяют и *обосновывают* их истинность и ложность;
- *строят* отрицания высказываний и *используют* математическую символику для их записи;
- *составляют, читают и записывают* выражения и предложения с переменными;
- *представляют* зависимость между величинами *различными способами* в простейших случаях.

§ 1. ОТРИЦАНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (5 часов)

П.1.1.1. ПОНЯТИЕ ОТРИЦАНИЯ



Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать представление об отрицании высказываний, умение строить отрицания общим способом, обозначать отрицание и умение применять закон исключенного третьего.
- 2) Повторить и закрепить: приемы устных и письменных вычислений с десятичными дробями; запись и чтение неравенств (строгих, нестрогих); решение текстовых задач на сложение, вычитание, умножение и деление, разностное и кратное сравнение чисел; множества и операции над ними.

В первом пункте учащиеся знакомятся с *понятием отрицания* как высказыванием, в котором выражается противоположное мнение. Они выявляют *общий способ построения отрицаний*, а именно: чтобы построить отрицание высказывания A , надо вначале мысленно присоединить к нему слова «Неверно, что», а затем переформулировать его так, чтобы оно «хорошо» звучало на русском языке. На начальном этапе знакомства с построением отрицаний учащиеся могут сформулировать свой способ построения отрицания: поставить «не» перед сказуемым. Позже они узнают, что этот прием действует не всегда. Помимо того, учащиеся *учатся обозначать отрицания*, строить отрицания частных высказываний с союзами «и» и «или».

Учащиеся *выводят закон исключенного третьего*, заключающийся в том, что истинно либо само утверждение, либо его отрицание.

Для самостоятельного открытия рекомендуется отобрать одно из новых знаний, которые изучаются в данном пункте, например, *общий способ построения отрицаний высказываний*, тогда остальные новые знания вводятся учителем.

Основная структура открытия нового знания:

1. *Новое знание*: способ построения отрицаний высказываний.
2. *Актуализация*.

Повторить: понятие высказывания, определение и обоснование истинности или ложности высказываний.

Ввести: понятие отрицания, способ обозначения отрицания.

3. Задание на пробное действие:

Постройте отрицание высказывания: если число 6 является делителем числа u , то число 12 является кратным числа u .

4. Фиксация затруднения:

— Я не могу построить отрицание высказывания.

— Я не могу доказать, что построенное высказывание является отрицанием данного утверждения.

5. Фиксация причины затруднения:

У нас нет способа построения отрицания высказывания.

6. Цель учебной деятельности:

Найти способ построения отрицания высказывания и выявления неверности построения отрицания.

7. Фиксация нового знания:

Чтобы построить отрицание, можно мысленно присоединить к предложению слова «Неверно, что...», а затем переформулировать полученное высказывание проще.

Открыть новое знание учащиеся могут с использованием текста учебника. Знакомство учащихся с законом исключенного третьего можно организовать на этапе включения в систему знаний.

Если учитель решит развернуть проблематизацию вокруг другого нового знания, структура урока открытия нового знания изменится соответственно, например:

1. Новое знание: закон исключенного третьего как способ выявления неверности построения отрицания.

2. Актуализация.

Повторить: понятие высказывания, определение и обоснование истинности или ложности высказываний.

Ввести: понятие отрицания, способ обозначения отрицания и способ построения отрицания высказывания.

3. Задание на пробное действие.

Докажи, что отрицание данного высказывания построено неверно:

A : Все дети любят читать.

$\neg A$: Все дети не любят читать.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу доказать, что отрицание построено неверно.

— Я не могу обосновать, что доказал верно.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа выявления неверности построения отрицаний.

6. Цель учебной деятельности.

Найти способ выявления неверности построения отрицания (выявить закон, который выполняется для верно построенного отрицания).

7. Фиксация нового знания¹.

Закон исключенного третьего.

Одно из высказываний « A » и «не A » является истинным, а второе — ложным.

A — истинно $\Leftrightarrow \neg A$ — ложно

A — ложно $\Leftrightarrow \neg A$ — истинно.

¹ Здесь и далее приведены эталоны, составленные школьниками в ходе экспериментальной работы. Другие варианты эталонов по курсу 6 класса можно найти в учебном пособии Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевой «Построй свою математику».

Таблица истинности

<i>A</i>	не <i>A</i>
И	Л
Л	И

Открыть новое знание учащиеся могут, анализируя предложенные учителем пары высказывания и его отрицания. Определяя истинность высказывания и его отрицания, учащиеся могут сформулировать гипотезу об их свойстве, затем, сверив ее с учебником, определить выявленный закон как способ проверки правильности построения отрицаний.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 2), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели урока № 2: тренировать умение строить отрицание с учетом закона исключенного третьего; тренировать способность к фиксации места и причины ошибки, строить план выхода из затруднения на основе рефлексивного самоанализа; повторить и закрепить приемы устных и письменных вычислений с обыкновенными и десятичными дробями, представление числа в виде суммы разрядных слагаемых

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся учатся строить отрицания сначала на нематематическом содержании (№ 1), а затем на математическом (№ 2—4, 6). Такой прием позволяет привлечь внимание учащихся, способствует осознанию нового и его более глубокому усвоению. Представление об отрицании высказывания формируется с помощью материала, который включает в себя ключевые вопросы из курса 5 класса. Этот подход позволяет повторить понятие натурального числа, понятие простых и составных чисел, понятие кратности и пр. С помощью подобных заданий учитель может выявить те или иные пробелы в знаниях учащихся, устранить которые он может, выполнив с учащимися соответствующие задания из раздела для повторения.

Методические рекомендации к выполнению заданий

При выполнении задания № 1 учащиеся помимо построения отрицаний должны «убедиться» в выполнении закона исключенного третьего. При этом они устанавливают истинность или ложность высказываний. Так, например, в № 1 (4) учащиеся строят отрицание в два этапа: сначала «присоединяют» к заданному предложению слова «Неверно, что»: «Неверно, что в Москве-реке водятся крокодилы», затем переформулируют его в более простой форме «В Москве-реке не водятся крокодилы», затем убеждаются в выполнении закона исключенного третьего: высказывание «В Москве-реке водятся крокодилы» — ложно (т.к. погодные условия не позволяют крокодилам выжить в Москве-реке), а его отрицание «В Москве-реке не водятся крокодилы» — истинно. Таким образом, учащиеся делают вывод: данное высказывание ложно, а его отрицание истинно — закон исключенного третьего выполнен.

Начиная со следующих номеров, учащиеся учатся строить отрицания на материале, известном им из курса 5 класса. Так, в № 2 учащиеся при доказательстве ложности утверждений повторяют понятие натурального числа, понятие простых и составных чисел, понятие кратности, понятие корня уравнения и пр. Работа по выполнению данного задания может организовываться следующим образом. Задание выполняется фронтально, один из учащихся проговаривает свой ответ,

остальные подают сигнал своего согласия или несогласия (например, поднятая рука считается знаком несогласия с прозвучавшим ответом).

В процессе выполнения этого задания учитель задает вопросы на повторение и вывешивает эталоны по пройденному материалу:

— Какие числа называются натуральными?

— А как называются числа, у которых более двух делителей? Приведите примеры простых чисел. Приведите примеры составных чисел.

— Как называется указанная тобою дробь? Какие еще дроби вы знаете?

— Какие признаки делимости вы еще знаете? И пр.

Целесообразно задавать вопросы, которые подготовят учащихся к выполнению заданий, запланированных для повторения на данном уроке. Если для повторения запланированы правила сравнения дробей, то дополнительные вопросы учитель задает к соответствующим заданиям, например № 2 (7, 8). При повторении способов сравнения обыкновенных дробей рекомендуется сделать акцент на универсальном способе — использовании правила «перекрестного умножения» (тем самым готовится опора для изучения основного свойства пропорции).

Выполняя № 3, учащиеся проделывают работу, аналогичную № 1, однако построенные высказывания записываются на математическом языке. Убеждаясь в выполнении закона исключенного третьего, учащимся придется вспомнить правила сравнения многозначных чисел, обыкновенных дробей с одинаковыми числителями или знаменателями, правила вычислений с десятичными и обыкновенными дробями.

При выполнении № 4 учащиеся вспоминают материал геометрической линии курса. Целесообразно сначала предложить учащимся начертить прямоугольник. Среди свойств, сформулированных учащимися, могут быть следующие: в прямоугольнике прямые углы, в прямоугольнике противолежащие стороны равны, а также свойства, выражающие правила нахождения периметра и площади прямоугольника.

Примеры, которые учащиеся разбирают в № 5, готовят учащихся к изучению следующих пунктов данного параграфа. Закон исключенного третьего помогает учащимся осмыслить ошибки, которые часто допускаются при формулировке отрицания общих высказываний и высказываний о существовании. Например, отрицанием высказывания «Все кошки серые» считают высказывание «Все кошки несерые». Но оба эти высказывания ложны, и, значит, на основании закона исключенного третьего не могут быть отрицаниями друг друга. Аналогично не являются отрицаниями друг друга высказывания «Некоторые ягоды сладкие» и «Некоторые ягоды несладкие», так как они оба истинны.

В дальнейшем, в пунктах 1.1.2 и 1.1.3, учащиеся выведут важное свойство построения отрицаний: «Отрицание общего высказывания есть высказывание о существовании, и наоборот». Поэтому отрицанием высказывания «Все кошки серые» является высказывание «Существуют несерые кошки», а отрицанием высказывания «Некоторые ягоды сладкие» — высказывание «Все ягоды несладкие», или более благозвучно — «Никакие ягоды не являются сладкими».

Задание № 6 позволяет повторить тему: «Множества» и соответствующую математическую символику.

В более подготовленном классе на одном из заданий № 1 (7 — 10), 2 (5 — 8), 3 (а — г, ж — з) учащихся можно познакомить с правилом формулировки отрицаний с логическими связками «и» и «или» (связка «и» в отрицании заменяется на связку «или», и наоборот; отрицанием строгого неравенства будет нестрогое неравенство, и наоборот). Эту закономерность можно выявить, задав вопросы: «Подчеркните знак в неравенстве и в его отрицании, что интересного вы наблюдаете?» и пр.

Однако в соответствии с принципом минимакса учащиеся получают *возможность* выявить закономерности, которые свойственны высказываниям подобного рода, но не являются обязательным требованием к результатам обучения всех учащихся.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 1	Урок 2
К	№ 1—3	№ 4—6
П	№ 7—12	№ 13—18
Д	п. 1.1.1, № 19, 20, 22	№ 21, 23, 24
С	№ 25 (1)	№ 25 (2)

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 1, 2.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта:

№ 1

1) Луна — спутник Земли. (И) **Неверно**, что Луна — спутник Земли. Луна не является спутником Земли. (Л)

2) На Марсе нет жизни. (И) **Неверно**, что на Марсе нет жизни. На Марсе есть жизнь. (Л)

3) Мухомор — несъедобный гриб. (И) **Неверно**, что мухомор — несъедобный гриб. Мухомор — съедобный гриб. (Л)

5) Амазонка длиннее Нила. (И²) **Неверно**, что Амазонка длиннее Нила. Амазонка короче или такая же, как Нил. (Л)

6) Джомолунгма ниже Эвереста. (Л) **Неверно**, что Джомолунгма ниже Эвереста. Джомолунгма выше или такая же, как Эверест. (И³)

7) На Земле 7 или 8 материков. (Л) **Неверно**, что на Земле 7 или 8 материков. На Земле не 7 и не 8 материков. (И)

8) Арбуз — это овощ или фрукт. (Л) **Неверно**, что арбуз — это овощ или фрукт. Арбуз — это не овощ и не фрукт. (И)

9) В среду по расписанию есть математика и чтение. **Неверно**, что в среду по расписанию есть математика и чтение. В среду по расписанию нет или математики, или чтения. (Истинность определяется в зависимости от расписания учащихся.)

№ 2

1) Ложно, т. к. наименьшее натуральное число — единица. Строю отрицание: неверно, что 0 натуральное число. 0 не является натуральным числом.

2) Ложно, т. к. простые числа имеют два делителя, а 1 имеет один делитель. Неверно, что 1 простое число. 1 не является простым числом.

3) Ложно, например, 2,1 лежит между числами 2 и 3. Неверно, что между 2 и 3 нет других чисел. Между числами 2 и 3 есть другие числа.

4) Ложно. Произведение 18 и 947 кратно 9, а 456 не делится на 9 (по признаку делимости чисел на 9), значит, по свойству делимости суммы утверждение ложно. Неверно, что сумма $18 \cdot 947 + 456$ кратна 9. Сумма $18 \cdot 947 + 456$ не кратна 9.

5) Ложно, так как по признаку делимости чисел на 5 число 53 535 353 не делится на 5, и по признаку делимости на 3 число 53 535 353 не делится ($5 + 3 + 5 + 3 + 5 + 3 + 5 + 3 = 32$ не делится на 3.)

² Долгое время Нил считался длиннейшей рекой планеты, но последние исследования выявили, что Амазонка длиннее Нила.

³ Джомолунгма и Эверест являются различными названиями одной и той же вершины.

Неверно, что число 53 535 353 делится на 3 или на 5. Число 53 535 353 не делится ни на 3, ни на 5. Числа 3 и 5 не являются делителями 53 535 353.

б) Ложно, т.к. 0 не является корнем уравнения: $0 \cdot 0 + 2 = 2, 2 \neq 18$.

Неверно, что корнями уравнения $x^2 + 2 = 18$ являются числа 0 и 4. Корнем уравнения $x^2 + 2 = 18$ не является одно из чисел 0 или 4.

7) Ложно, т.к. 8 больше 9.

Неверно, что дробь 8,9 больше или равна 9 ($8,9 < 9$).

8) Ложно, т.к. неправильная дробь больше или равна 1.

Неверно, что неправильная дробь меньше 1. Неправильная дробь больше или равна 1.

№ 3

Целесообразно, чтобы при определении истинности высказывания учащиеся обосновывали свой ответ, ссылаясь на изученные правила.

1) $87\,504 \geq 87\,504$ (И, первоначальное высказывание Л, т. к. данные числа равны).

Запись может иметь вид: $\neg (87\,504 < 87\,504) \Leftrightarrow 87\,504 \geq 87\,504$;

2) $9036 \leq 12\,035$ (И, первоначальное высказывание Л, т. к. 9036 меньше 12 035);

3) $\frac{5}{16} > \frac{7}{16}$ (Л, первоначальное высказывание И, т. к. из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, числитель которой больше);

4) $\frac{3}{11} < \frac{3}{5}$ (И, первоначальное высказывание Л, т. к. из двух дробей с одинаковыми числителями меньше та дробь, знаменатель которой больше);

5) $2,5 + 0,25 \neq 2,75$ (Л, первоначальное высказывание И, т. к. $2,5 + 0,25 = 2,75$).

Чтобы сложить десятичные дроби, надо:

1. Уравнять число знаков после запятой.

2. Записать дроби в столбик, запятую под запятой.

3. Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую.

4. В ответе поставить запятую под запятыми);

6) $0,4 : 0,01 = 40$ (И, первоначальное высказывание Л, т. к. как при делении на 0,01 в делимом надо перенести запятую вправо на два знака);

7) $2 - \frac{1}{6} \geq 1 - \frac{5}{6}$ (И, первоначальное высказывание Л, т. к. $2 - \frac{1}{6} = 1\frac{5}{6}$).

8) $5\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{7} > 1,5$ (Л, первоначальное высказывание И, т. к. $\frac{21 \cdot 2}{4 \cdot 7} = \frac{3}{2} = 1,5$).

№ 5

1) Оба высказывания ложны, т.к. к обоим можно привести контрпример, что противоречит закону исключенного третьего.

2) Оба высказывания истинны, т.к. для обоих можно привести пример, что противоречит закону исключенного третьего.

3) Оба высказывания истинны, т.к. для обоих можно привести пример, что противоречит закону исключенного третьего.

4) Оба высказывания ложны, т.к. к обоим можно привести контрпример, что противоречит закону исключенного третьего.

№ 6

а) $8,2 \notin A$;

г) $3 \in B$;

д) $A = B$;

е) $C \notin B$;

ж) $A \cap B \neq \emptyset$.

Из раздела для повторения укажем примеры решения и ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 11

- а) 1,5; б) 1,4; в) 2,7; г) 0,6
 6,6; 1,93; 60; 720;
 1,5; 7,8; 0,087; 9;
 3,28; 19,38; 1,08; 0,3.

№ 12

- а) $30,75 + 5,6136 = 36,3636$; б) $21,6 - 13,823 = 7,777$;
 $5,52 + 994,48 = 1000$; $406,01 - 75,997 = 330,013$;
 в) $7,05 \cdot 0,0308 = 0,21714$; г) $15,6672 : 3,84 = 4,08$;
 $507,8 \cdot 3,005 = 1525,939$; $0,03729 : 6,78 = 0,0055$.

№ 13

- а) $(12 - 8,4) : 0,09 \cdot 0,7 - 0,3 \cdot (0,6 + 3,12) : (14,18 - 7,98) : 0,01 = 10$.

- 1) 3,6; 4) 40; 7) 0,18;
 2) 3,72; 5) 28; 8) 18;
 3) 6,2; 6) 1,116; 9) 10.

- б) $10 \cdot (0,056 : 0,8 \cdot 700 - 40,2832) : (16 \cdot 0,6 - 0 : 3,2) + 5,4 : 9 : 30 = 9,1$.

- 1) 0,07; 2) 49; 3) 8,7168; 4) 9,6; 5) 0; 6) 9,6; 7) 87,168;
 8) 9,08; 9) 0,6; 10) 0,02; 11) 9,1.

№ 17

- а) *Ответ:* в каждой команде по 39 человек.
 б) *Ответ:* расход составит по 34 кг картофеля в день.

П.1.1.2. ОТРИЦАНИЕ ОБЩИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ



Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать умение строить отрицания общих высказываний.
- 2) Повторить и закрепить: приемы устных и письменных вычислений с десятичными дробями; запись и чтение неравенств (строгих, нестрогих, двойных); понятия делителя и кратного, простых и составных чисел, взаимно простых чисел, НОК и НОД; признаки делимости; разложение на множители, нахождение НОК и НОД с помощью разложения на множители; решение текстовых задач на периметр и площадь прямоугольника, квадрата; объем и площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда и куба; множества и операции над ними; построение формул зависимости между величинами.

В данном пункте учащиеся учатся строить отрицание высказывания общего вида. Чтобы они поняли, что для общего высказывания простой прием с подстановкой «не» перед сказуемым не работает, следует проверить правильность такого построения отрицания с помощью закона исключенного третьего.

Основная структура открытия нового знания:

1. Новое знание.

Способ построения отрицания высказывания общего вида.

2. Актуализация.

Повторить: виды высказываний (общие, о существовании), ключевые слова, которые являются подсказкой для определения вида высказывания.

3. Задание на пробное действие.

Не используя слова «Неверно, что», постройте отрицание общего высказывания: «Сумма простого числа и составного числа является составным числом».

4. Фиксация затруднения:

— Я не могу построить отрицание высказывания;

— Я не могу правильно построить отрицание высказывания (в случае, если учащиеся построили отрицание «Сумма простого числа и составного не является составным числом»);

— Я не могу доказать, что верно построил отрицание общего высказывания.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения отрицания общего высказывания (мы не знаем свойства отрицаний высказываний общего вида).

6. Цель деятельности.

Найти способ построения отрицания общего высказывания (узнать свойство отрицаний высказываний общего вида).

7. Фиксация нового знания.

Отрицание общего высказывания есть высказывание о существовании.

Высказывание	Вид высказывания
A	Общее
не A	О существовании

Открытие свойства построения отрицания общего высказывания начинается с анализа частных примеров и формулировки гипотезы, и заканчивается рассуждениями общего характера, которые подтвердят полученную гипотезу: «Отрицание высказывания общего вида есть высказывание о существовании».

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 4), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели **урока № 4:** тренировать умение строить отрицания общих высказываний; тренировать способность к фиксации места и причины ошибки, строить план выхода из затруднения на основе рефлексивного самоанализа; повторить и закрепить приемы устных и письменных вычислений с десятичными дробями, приближения чисел с точностью до данного разряда с недостатком и избытком, признаки делимости.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся учатся строить отрицания общих высказываний как на нематематическом содержании (№ 26, 28), так и на математическом (№ 27, 29). Такой прием позволяет привлечь внимание учащихся, способствует более глубокому усвоению нового материала. Умение строить отрицание общих высказываний от-

работывается на содержании, которое включает в себя ключевые вопросы из курса 5 класса. Этот подход дает возможность повторить с учащимися следующий материал: понятие решения неравенства, условия перевода обыкновенной дроби в десятичную, понятие периодической дроби, вопросы из темы «Делимость». С помощью подобных заданий учитель может выявить те или иные пробелы в знаниях учащихся, устранить которые он может, выполнив с учащимися соответствующие задания из раздела для повторения.

Методические рекомендации к выполнению заданий

В задании № 26 развивается речь учащихся: «Построй несколько вариантов отрицания...» Формулируя высказывание о существовании, учащиеся используют ключевые слова, известные им с 5 класса: «Существует хотя бы один..., некоторые..., может быть...» При этом на этапе первичного закрепления важно, чтобы учащиеся проговаривали открытое ими правило: «Отрицание высказывания общего вида есть высказывание о существовании».

Задание № 27 дает возможность при отработке логического материала, который носит развивающий характер, повторить теоретический материал: решение двойных неравенств; деление с остатком; перевод десятичной дроби в обыкновенную, и наоборот; округление чисел; свойства действий. При определении ложности общего высказывания учащиеся должны подобрать контрпример. Тот же контрпример может стать примером и для подтверждения истинности высказывания о существовании, полученного при отрицании. На этот факт следует обратить внимание ребят.

Чтобы подготовить открытие способа построения отрицания общего высказывания, можно на этапе актуализации выполнить № 28. Учащиеся вспомнят виды высказываний, ключевые слова для определения вида высказывания (можно попросить учащихся подчеркнуть в высказываниях эти ключевые слова). Задачу построения отрицания для ложных общих высказываний можно оставить для пробного действия. Это задание учитель может использовать и с другой целью — для закрепления умения строить отрицания общих высказываний, когда правило будет открыто.

При выполнении № 29 учащимися проводятся следующие рассуждения: они определяют вид высказывания, определяют его истинность или ложность и приводят доказательство истинности. Для доказательства истинности общего высказывания они опираются на известные им законы, которые отражают свойства чисел. Для доказательства истинности высказывания о существовании приводят соответствующий пример, при этом вспоминая понятие взаимно простых чисел, понятия делителя и кратного и пр. Для ложных общих высказываний строят отрицание, проговаривая свойство построения общих высказываний.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 3	Урок 4
К	№ 26, 27	№ 28, 29
П	№ 30—37	№ 38—49
Д	п. 1.1.2, № 50, 52, 54	№ 51, 53, 56
С	№ 57	№ 58

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 3, 4.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 26

Задание выполняется устно, фронтально.

- 1) Существует европейская страна, не имеющая конституции.
- 2) Существует государство в Европе, не являющееся республикой.
- 3) Существуют города России, в которых нет памятников истории.
- 4) Существуют города в России, которые не находятся в Европе.
- 5) Существуют планеты, у которых форма не шар.
- 6) Существуют планеты Солнечной системы, не имеющие естественного спутника.
- 7) Существуют планеты Солнечной системы, имеющие кольца.
- 8) Существуют планеты, не имеющие воды.
- 9) Существуют высказывания, которые не являются повествовательными предложениями.
- 10) Существуют вопросительные предложения, которые являются высказываниями.
- 11) Существует четырехугольник, диагонали которого не равны.
- 12) Существует угол, который не является острым, не является тупым.

№ 27

Задание выполняется устно, фронтально.

- 1) Истинно.
- 2) Ложно, существует натуральное решение неравенства, $x = 2$.
- 3) Истинно.
- 4) Ложно, существует обыкновенная дробь, которую нельзя представить в виде конечной десятичной, $\frac{1}{3}$.
- 5) Истинно.
- 6) Ложно, существуют числа, которые при округлении увеличиваются, $2,7 \approx 3$.
- 7) Истинно.
- 8) Истинно.
- 9) Ложно, существуют числа, произведение которых меньше каждого множителя, или равно им, $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$.
- 10) Ложно, существуют десятичные дроби, частное которых нельзя записать в виде конечной десятичной дроби, $0,1 : 0,3 = 1 : 3 = \frac{1}{3}$.

№ 28

- 1) Общее. Ложно. Существуют птицы, которые не умеют летать.
- 2) Общее. Истинно.
- 3) Ни общее, ни о существовании.
- 4) Общее. Ложно. Существуют братья, которые не старше сестры.
- 5) Общее. Истинно.
- 6) О существовании.
- 7) Ни общее, ни о существовании.
- 8) О существовании.
- 9) Общее. Ложно. Существуют попугаи, которые не умеют говорить.
- 10) Общее. Ложно. Существуют часы, которые не спешат.
- 11) Общее. Ложно. Существуют неполосатые арбузы.
- 12) О существовании.

№ 29

- 1) Общее. Истинно. $a : a = 1, a : 1 = a$.
- 2) О существовании. Истинно. Число 1.
- 3) Общее. Истинно. $a : a = 1, a : 1 = a$.
- 4) Общее. Ложно. Существует простое число, большее составного. $19 > 16$.
- 5) Общее. Ложно. Существуют взаимно простые числа, которые не являются простыми. Например, 9 и 10.
- 6) Ни общее, ни о существовании. Ложно.
- 7) Общее. Ложно. Существует делитель, равный самому числу. 30 делитель 30.
- 8) Общее. Ложно. Существует кратное, равное самому числу. 30 кратно 30.
- 9) О существовании. Истинно. 81.
- 10) О существовании. Истинно. Произведение делится на число, если один из множителей делится на число.
- 11) Общее. Ложно. Существует простое число, которое нельзя представить в виде $2n + 1$. Это число 2.
- 12) Общее. Ложно. Существует число, которое можно представить в виде $2n + 1$, но оно не простое, например, 21.

Из раздела для повторения укажем ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 34

Выполнение задания можно организовать по группам.

- а) $2987,4 + 7,85 = 2995,25 \approx 3000$;
 $100,1 - 47,907 = 52,193 \approx 50$;
 $39,5 \cdot 5,09 = 201,055 \approx 200$;
 $163,846 : 0,79 = 207,4 \approx 210$.
- б) $82,435 + 7,0684 = 89,5034 \approx 90$;
 $203 - 75,48 = 127,52 \approx 128$;
 $470,5 \cdot 0,804 = 378,282 \approx 378$;
 $0,43236 : 0,045 = 9,608 \approx 10$.
- в) $205,038 + 9,47 = 214,508 \approx 214,5$;
 $4,2 - 1,517 = 2,683 \approx 2,7$;
 $320 \cdot 0,0564 = 18,048 \approx 18,0$;
 $0,06111 : 0,063 = 0,97 \approx 1,0$.
- г) $1,514 + 0,4872 = 2,0012 \approx 2,00$;
 $5,1002 - 0,005 = 5,0952 \approx 5,10$;
 $5,7 \cdot 0,053 = 0,3021 \approx 0,30$;
 $0,649636 : 0,806 = 0,806 \approx 0,81$.

Каждая группа представляет выполнение одного задания.

№ 39

Задание выполняется устно.

- 1) Составное число, четное, кратно 2, 3, 6.
- 2) Составное число, четное.

№ 42

Задание выполняется у доски с комментированием.

- а) 0, 2, 4, 6, 8;
 - б) 0, 5;
 - в) 0;
- На 100 и 25 нельзя, на 4 можно: 2, 6.

№ 43

Задание выполняется самостоятельно с фронтальной проверкой.

а) 1, 4, 7;

б) 1.

На 6: 4; на 15 — нет; на 18: 1; на 90 — нет.

№ 48.

Выполнение задания можно организовать по группам.

а) $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$; $150 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5$;

НОД (125; 150) = $5 \cdot 5 = 25$;

НОК (125; 150) = $150 \cdot 5 = 750$;

б) $210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$; $2730 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$;

НОД (210; 2730) = 210;

НОК (210; 2730) = 2730;

в) $35 = 5 \cdot 7$; $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$;

НОД (35; 72) = 1;

НОК (35; 72) = $35 \cdot 72 = 2520$;

г) $60 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$; $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$; $111 = 3 \cdot 37$;

НОД (60; 75; 111) = 3;

НОК (60; 75; 111) = $111 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 11\,100$.

Каждая группа представляет выполнение одного задания.

№ 49

Задание выполняется у доски.

1) $4,3 \cdot 6,1 \cdot 8,5 = 222,955 \approx 223,0$ (см³) — объем.

$6,1 \cdot 8,5 \cdot 2 + 6,1 \cdot 4,3 \cdot 2 + 4,3 \cdot 8,5 \cdot 2 = 103,7 + 52,46 + 73,1 = 229,26 \approx 229,3$ (см²) — площадь полной поверхности.

$6,1 \cdot 8,5 \cdot 2 + 4,3 \cdot 8,5 \cdot 2 = 176,8$ (см²) — площадь боковой поверхности.

2) $V = abc$.

3) $S_{\text{пов.}} = 2(ab + ac + bc)$; $S_{\text{бок.пов.}} = 2(ac + bc) = 2c(a + b) = Pc$

П.1.1.3. ОТРИЦАНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ О СУЩЕСТВОВАНИИ



Основные содержательные цели:

1) Сформировать умение строить отрицания высказываний о существовании.

2) Повторить и закрепить: приемы устных и письменных вычислений с обыкновенными дробями; решение текстовых задач.

В данном пункте учащиеся учатся строить отрицание высказывания о существовании. Зная правило построения отрицаний высказываний общего вида, учащиеся могут сформулировать гипотезу: «Высказывание о существовании есть общее высказывание». В данном пункте новое знание открывается через рассуждения в общем виде, которые могут звучать следующим образом: «Отрицание высказывания о существовании есть общее высказывание, так как в высказывании о существовании говорится, что некоторые элементы обладают указанным свойством. Его отрицание означает, что ни один из рассматриваемых элементов этим свойством не обладает, т. е. для всех элементов не выполняется указанное свойство, а это общее утверждение». Полезно проиллюстрировать полученный вывод представленными в учебнике примерами.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Способ построения отрицания высказывания о существовании.

2. Актуализация.

Повторить: виды высказываний (общие, о существовании), ключевые слова, которые являются подсказкой для определения вида высказывания, способ построения высказываний общего вида.

3. Задание на пробное действие.

Постройте отрицание высказывания и определите его вид: «Существует натуральное число, для которого истинны оба неравенства: $\frac{x}{6} > 1$; $\frac{x}{7} < 1$ ». (Если учащиеся построят отрицание по известному общему правилу, используя слова «Неверно, что...», они не смогут по полученной формулировке определить его вид.)

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу построить отрицание высказывания о существовании и определить его вид.

— Я не могу правильно построить отрицание высказывания (в случае, если учащиеся построили отрицание «Существует натуральное число, для которого оба неравенства не будут истинны: $\frac{x}{6} > 1$; $\frac{x}{7} < 1$ »).

— Я не могу доказать, что верно построил отрицание общего высказывания и определил его вид.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения отрицания о существовании (мы не знаем способ построения высказываний о существовании).

6. Цель деятельности.

Найти способ построения отрицания о существовании (узнать свойство построения высказываний о существовании).

7. Фиксация нового знания.

Отрицание высказывания о существовании есть общее высказывание.

Высказывание	Вид высказывания
A	О существовании
не A	Общее

Для открытия нового способа учащиеся могут действовать следующим образом: определить смысл утверждения, полученного с помощью слов «неверно, что...», затем, используя определения видов высказываний, определить вид, получившегося высказывания. После чего учащиеся смогут сформулировать свойство отрицания высказывания о существовании. Другой вариант логики открытия был рассмотрен выше.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся учатся строить отрицания высказываний о существовании как на нематематическом содержании (№ 59), так и на математическом (№ 60, 61). Такой прием позволяет привлечь внимание учащихся, способствует более глубокому усвоению нового материала. Умение строить отрицание высказываний о существовании отрабатывается на содержании, которое включает в себя ключевые вопросы из курса 5 класса. Этот подход дает возможность повторить с учащимися обыкновенные дроби: понятие сокращения дробей, правильной и неправильной дроби, условия перевода обыкновенной дроби в десятичную и пр. С помощью подобных заданий учитель может выявить те или иные пробелы в знаниях учащихся, устранить которые он может, выполнив с учащимися соответствующие задания из раздела для повторения.

Методические рекомендации к выполнению заданий

На этапе первичного закрепления целесообразно выполнить № 59. Задание № 59 (1–6) выполняется устно, фронтально. Следует понимать, что учащимися

могут быть получены различные формулировки отрицаний. Задание № 59 (7 – 12) можно выполнить устно в парах с последовательной проверкой каждого задания по образцу, предоставляемому учителем. Задание № 59 (3) может послужить поводом для беседы о Красной книге, для задания для внеклассной деятельности учащихся (например, выяснить, сколько видов животных на сегодняшний день находятся на грани вымирания, были ли виды животных из Красной книги, которых удалось спасти, и др.), эта работа будет способствовать достижению личностных результатов ФГОС.

В задании № 60 развивается речь учащихся: «Сформулируй разными способами...» Формулируя высказывание, учащиеся могут использовать ключевые слова: «Существует хотя бы одна..., иногда..., может быть....» При доказательстве ложности этого утверждения учащиеся вспоминают, что значит сократить дробь, и ссылаются на основное свойство дроби.

При выполнении № 61 с учащимися повторяются понятия правильной и неправильной дробей, способ приведения дробей к одинаковому знаменателю, здесь же можно задать вопросы о применении этого способа (для сложения и вычитания, для сравнения обыкновенных дробей), условия перевода обыкновенной дроби в десятичную. При выполнении этого задания учитель может фиксировать эталоны, которые вспомнили учащиеся, и использовать их для этапа повторения (№ 63, 64).

Выполнение заданий на определение истинности высказывания и его отрицания и их доказательство готовило учащихся к решению задачи, поставленной в задании № 62. Учащиеся наблюдали, как контрпример к ложному общему высказыванию становился примером для доказательства истинности его отрицания, а пример, подтверждающий истинность высказывания о существовании, «превращался» в контрпример для доказательства ложности его отрицания. В данном задании учащиеся определяют, что «опровергнуть A » и «доказать $\neg A$ » – различные формулировки одной и той же задачи, помимо этого, «доказать A » и «опровергнуть $\neg A$ » – также одна и та же задача. Это задание является пропедевтикой метода от противного, который будет применяться учащимися в будущем, однако его выполнение не является обязательным для всех учащихся, т.к. требует от них рассуждений достаточно высокого уровня обобщения.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 5
К	№ 59–62
П	№ 63–66
Д	п. 1.1.3, № 67–69
С	№ 70

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учуcь учиться» данному пункту соответствует сценарий № 5.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 59

1) Существуют черепахи, которые живут 300 лет. (И)

Ни одна из черепах не доживает до 300 лет. Все черепахи живут меньше 300 лет. (Л)

2) Существуют млекопитающие, которые живут в воде. (И)

Ни одно из млекопитающих не живет в воде. Все млекопитающие не живут в воде. (Л)

3) Существуют животные, которые внесены в Красную книгу. (И)

Ни одно из животных не внесено в Красную книгу. Все животные не внесены в Красную книгу. (Л)

4) Существуют птицы России, не улетающие зимой на юг. (И)

Все птицы России улетаю́т зимой на юг. (Л)

5) Существует предложение, которое не имеет подлежащего. (И)

Все предложения имеют подлежащее. Любое предложение имеет подлежащее. (Л)

6) Существуют словари, в которых все слова русского языка. (И)

Нет словарей, которые содержат все слова русского языка. (Л)

7) Существуют книги, в которых меньше 112 страниц. (И)

Нет книг, в которых меньше 112 страниц. (Л)

8) Существует высказывание, которое является вопросительным предложением. (И)

Никакие высказывания не могут быть вопросительными предложениями. (Л)

9) Существуют высказывания, которые являются восклицательными предложениями. (И)

Никакие высказывания не являются восклицательными предложениями. (Л)

10) Существовали художники эпохи Возрождения, которые жили в Италии. (И)

Никакие художники эпохи Возрождения не жили в Италии. (Л)

11) Существуют европейские страны, которые являются островными государствами. (И)

12) Никакие европейские страны не являются островными государствами. (Л)

№ 60

Варианты формулировок:

Существует хотя бы одна дробь, которая при сокращении уменьшается. (Л)

Иногда дроби при сокращении уменьшаются.

При сокращении дроби могут уменьшаться.

В некоторых случаях дроби при сокращении уменьшаются.

Отрицание:

При сокращении дроби не уменьшаются. (И)

Значение дроби при сокращении никогда не меняется.

Ни одна из дробей при сокращении уменьшиться не может.

№ 61

1) Общее, ложно. Существует неправильная дробь, которая меньше или равна единице.

2) О существовании, ложно. Сумма двух неправильных дробей всегда является неправильной дробью.

3) О существовании, истинно.

4) О существовании, ложно. Любые дроби можно привести к общему знаменателю.

5) О существовании, ложно. Из всякой неправильной дроби можно выделить целую часть.

6) О существовании, истинно.

7) Ни общее, ни о существовании. Истинно.

8) Общее, истинно.

№ 62

1) —4);

2) —3).

Из раздела для повторения укажем ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

Можно предложить выполнить задание по вариантам, с фронтальной проверкой.

$$2) \left[4 \frac{1}{8} - 3 \frac{1}{8} : \left(4 \frac{5}{12} - 2 \frac{13}{24} \right) + 19 : 6 \right] \cdot 2 \frac{2}{5} = 8 \frac{7}{10} = 8,7$$

Задание выполняется у доски.

- 1) $a + a : 1,4$;
- 2) $b : (b - 8,4)$;
- 3) $c - (d + d \cdot 1,5)$.

П.1.2.1. ПОНЯТИЕ ПЕРЕМЕННОЙ. ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

Урок 6–7

1) Уточнить представление о переменной, графике зависимости между переменными, приобретение учащимися опыта построения и анализа графиков зависимостей между переменными; тренировать умение составлять выражения с переменными, находить их значение при данном значении переменной, сформировать представление о способах задания зависимости.

- 2) Повторить и закрепить перевод десятичной дроби в обыкновенную дробь и наоборот, простые задачи на дроби и проценты.

В данном пункте учащиеся уточняют понятия *переменной* и *выражения с переменной* (или несколькими переменными), знакомые им из начальной школы. Они вспоминают способ *нахождения значения выражения с переменными при заданном значении переменных*, а также то, как с помощью переменных можно составлять зависимости между величинами, фиксировать их различными способами. С учащимися систематизируются их представления о способах представления зависимостей между величинами: *формулой, таблицей и графиком*.

Понятия переменной и выражения с переменной уточняются на уроке рефлексии (урок № 6). Основные цели **урока № 6**: уточнить понятия переменной и выражения с переменной, сформировать представление о графике зависимости между переменными; тренировать способность к чтению выражений с переменной, нахождению их значений при данных значениях букв, способность к рефлексивной деятельности; повторить и закрепить умение строить отрицания высказываний, нахождение части от числа, нахождение числа по его части, выраженной дробью.

Уточнение и систематизация способов представления зависимостей между переменными величинами организуются как урок открытия нового знания.

Основная структура открытия нового знания:

1. Новое знание.

Способы представления зависимостей между переменными величинами.

2. Актуализация.

Повторить: понятие переменной, нахождение значений буквенных выражений, представление о зависимости между переменными величинами, формулу, как способ задания зависимости между величинами.

3. Задание на пробное действие.

Укажите, сколькими способами можно задать зависимость между переменными, и назовите их.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить количество и названия способов задания зависимостей.

— Я не могу обосновать свой ответ.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, сколькими и какими способами можно задать зависимость между переменными.

6. Цель деятельности.

Узнать, какие есть способы задания зависимостей между переменными.

7. Фиксация нового знания.

Зависимости между переменными величинами можно представить с помощью формул, таблиц, графиков.

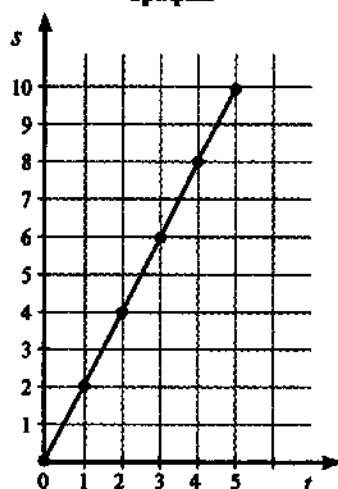
Формула

$$s = 2t$$

Таблица

t	0	1	2	3	4	5
s	0	2	4	6	8	10

График



Для открытия нового учащиеся могут использовать текст учебника.

Особенности изучения учебного содержания

К содержательным особенностям функциональной пропедевтики, предшествующей данному пункту, относится работа над такими понятиями, как формула, переменная, координатный угол, которая проводилась еще с начальной шко-

лы. Учащиеся не только работали с формулами, но учились выражать зависимость между величинами аналитически и графически. Содержание данного пункта является продолжением пропедевтики изучения понятия функции в старших классах, оно позволяет систематизировать знания учащихся по этой теме и от изучения понятий в неявном виде перейти к их изучению в явном виде. Так, например, до этого момента учащиеся применяли формулы, умели заполнять таблицы, имели опыт анализа графиков, однако то, что формула, таблица и график являются способами представления зависимостей между переменными величинами, с ними уточняется только в данном пункте.

При изучении данного пункта можно раскрыть перед учащимися то, как понятие переменной помогло описать различные процессы и явления окружающего мира, изучаемые различными науками. Можно предложить проектные работы по ознакомлению с различными интересными зависимостями, которые им предстоит изучить в старших классах на уроках физики и химии, и по представлению своих выводов с помощью компьютерных презентаций.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Практическая направленность курса «Учусь учиться» отражается в задании № 71, в котором учащиеся ищут переменные на товарных чеках. Выполнение этого задания помогает учащимся осознать понятие переменной на примерах из окружающей их жизни.

Задание № 72 позволяет закрепить вычислительные навыки и продолжает формировать опыт работы с выражениями с переменной.

Задание № 73 закрепляет понятие переменной и готовит введение понятия предложения с переменной.

Задание № 74 является важным с точки зрения межпредметных связей. Умение выражать переменную из формулы необходимо не только на уроках математики, но и на уроках физики. Поэтому при отборе учебного содержания для урока учителю следует обязательно выполнить с учащимися это задание. Помимо выражения переменной из формул целесообразным будет обсудить с учащимися названия данных формул, какие величины они связывают и в каких случаях применяются. В более сложных формулах (4, 5, 6) переменная выражается поэтапно.

При выполнении задания № 75 учащиеся составляют буквенные выражения к задачам и находят их значения при заданных значениях переменных. В зависимости от подготовленности учащихся учитель определяет задачу, которую будут решать ученики на уроке. В более подготовленном классе можно выполнить задание № 75 (4), математической моделью данной задачи будет выражение: $n \cdot 1,5n \cdot 0,24(n + 1,5n) = 0,9n^3$.

Для нахождения объема учащиеся подставляют в полученное выражение заданное значение: если $n = 2$, то $0,9 \cdot 2^3 = 0,9 \cdot 8 = 7,2$ (м³). При решении всех четырех предлагаемых в задании задач учащиеся повторяют формулы объема, периметра, способы решения трех типов задач на дроби.

Задания № 76—80 направлены на формирование у учащихся опыта представления зависимостей между величинами различными способами (они составляют формулы, заполняют таблицы и строят графики). На данном этапе с учащимися систематизируются их представления о способах представления зависимости, новым для них материалом станут названия способов задания зависимостей — они узнают, что формула, таблица и график, с которыми они работали с начальной школы, являются этими способами. Необходимо понимать, что работа с понятием зависимости, с формулами является пропедевтикой решения задач на пропорции, подготовкой учащихся к осознанному изучению понятия функции в старших классах.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 6	Урок 7
К	№ 71—74	№ 75—80
П	№ 81—85	№ 86—89
Д	п. 1.2.1, № 90,91,95	№ 92—94
С	№ 96	№ 97

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 6, 7.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 71

На чеках одного магазина меняются следующие значения: номер кассира, номер кассы, номер чека, сумма, дата и время покупки.

На чеках одного магазина не меняется название магазина (а также место расположения всех данных на чеках).

На чеках разных магазинов меняется количество указанных в них данных и название магазина, а также значения всех данных, которые менялись на чеках одного и того же магазина (а также место расположения всех данных на чеках).

На чеках разных магазинов не меняется перечень указанных в них данных, за исключением времени.

№ 72

1) 96 969⁴.

2) $y + 7,25y + 4,2y + 12,55y = 25y$

Если $y = 0,708$, то $25 \cdot 0,708 = 17,7$.

При выполнении этого задания учащимся можно дать возможность подставить значение переменной, расставить порядок действий; после того как ими будет зафиксировано, что нужно выполнить шесть действий, следует обратить внимание учащихся на возможность более рациональных вычислений. Уже в буквенном выражении можно применить распределительный закон умножения:

$$y + 7,25y + 4,2y + 12,55y = (1 + 7,25 + 4,2 + 12,55)y = 25y.$$

Тогда при вычислениях придется выполнить умножение всего один раз.

3) 4.

4) 0.

№ 73

5) $2x - 7 = 31$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

при $x = 12$.

6) Например, при $y = 44$.

7) Например, при $z = 3$.

8) Например, при $k = 8,4$.

№ 74

$$1) s = vt \Leftrightarrow v = s : t \Leftrightarrow t = s : v \quad (v, t \neq 0).$$

$$2) A = wt \Leftrightarrow w = A : t \Leftrightarrow t = A : w \quad (w, t \neq 0).$$

Выражение переменной из формул, которые содержат несколько действий, часто вызывает у шестиклассников трудности. При решении можно использовать следующий подход. С учащимися проводится аналогия с решением уравнения.

⁴ Обсудите с учащимися «красоту» полученного ответа.

Сначала нужно подчеркнуть переменную, которую будем выражать. Затем предположить, что все переменные в формуле, кроме подчеркнутой, являются известными числами. После чего записать решение уравнения, применяя известный прием «от последнего действия». При выражении переменных из формулы деления с остатком запись может иметь вид:

$$a = bc + \underline{r}$$

$$r = a - bc$$

$$a = \underline{bc} + r$$

$$\underline{bc} = a - r$$

$$b = (a - r) : c$$

$$a = b\underline{c} + r$$

$$b\underline{c} = a - r$$

$$c = (a - r) : b$$

$$a = bc + r \Leftrightarrow r = a - bc \Leftrightarrow b = (a - r) : c \Leftrightarrow c = (a - r) : b \quad (c, b \neq 0)$$

$$4) P = 2(\underline{a} + b) \quad P = 2(a + \underline{b})$$

$$\underline{a} + b = P : 2 \quad a + \underline{b} = P : 2$$

$$\underline{a} = P : 2 - b \quad \underline{b} = P : 2 - a$$

$$P = 2(a + b) \Leftrightarrow a = P : 2 - b \Leftrightarrow b = P : 2 - a$$

$$5) V = abc \Leftrightarrow a = V : (bc) \Leftrightarrow b = V : (ac) \Leftrightarrow c = V : (ab) \quad (a, b, c \neq 0)$$

№ 75

Задание выполняется на доске и в тетрадях. В процессе решения задачи учащиеся озвучивают все необходимые эталоны.

1) 60, 2 м.

2) $\frac{2}{3}$.

3) $V : (d \cdot 0,3d)$ (см)

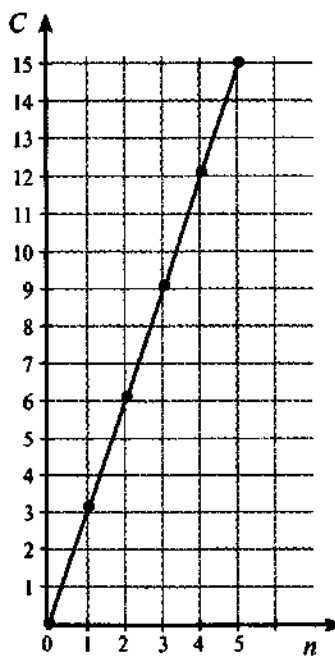
Если $d = 8$, $V = 48$, то $48 : (8 \cdot 0,3 \cdot 8) = 48 : 19,2 = 2,5$

Ответ: 2,5 см.

4) 7,2 м³.

№ 76

Задание выполняется на доске, остальные учащиеся работают в тетрадях. Таблицу можно заранее заготовить на доске, а учащиеся заполняют таблицу в учебнике.



Учащийся у доски комментирует свои действия: «Мы знаем, чтобы найти стоимость покупки, надо цену умножить на количество. С учетом данных получим формулу:

Формула: $C = 3n$.

Учащийся может заполнить таблицу под диктовку других учеников класса.

n	0	1	2	3	4	5
C	0	3	6	9	12	15

После чего строится график.

После нанесения точек на координатный угол можно задать следующие вопросы:

— В таблицу внесены все возможные значения n ?

— Полученные точки можно соединить. Чем будет являться график зависимости стоимости леса от количества купленных кубометров? (Отрезком.)

Можно на данном этапе изучения зависимости между величинами оставить график в виде точек.

№ 77

Формула: $V = 2t$

Таблица:

t	0	1	2	3	4	5
V	0	2	4	6	8	10

График зависимости изображен на рисунке 1:

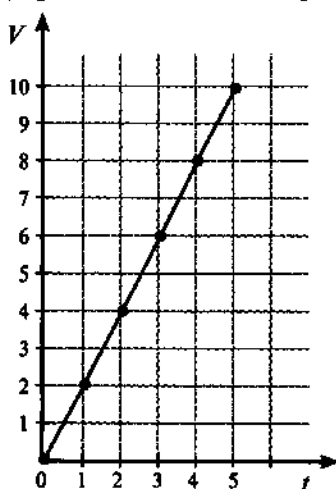


Рис. 1

№ 78

Задание выполняется на доске, остальные учащиеся работают в тетрадях. Таблицу можно заранее заготовить на доске, а учащиеся заполняют таблицу в тетрадях.

Учащийся у доски комментирует свои действия: «Мы знаем, чтобы найти время движения, надо расстояние разделить на скорость.

С учетом данных получим формулу: $t = \frac{6}{v}$ ».

Учащийся заполняет таблицу под диктовку других учеников класса.

t	0,5	1	1,5	2	3	4
v	2	6	4	3	2	1,5

После чего строится график (рис.2).

После нанесения точек можно задать следующие вопросы:

– В таблицу внесены все возможные значения скорости?

– Полученные точки можно соединить. Чем будет являться график зависимости времени от скорости? (Кривой линией.)

Можно на данном этапе изучения зависимости между величинами оставить график в виде точек.

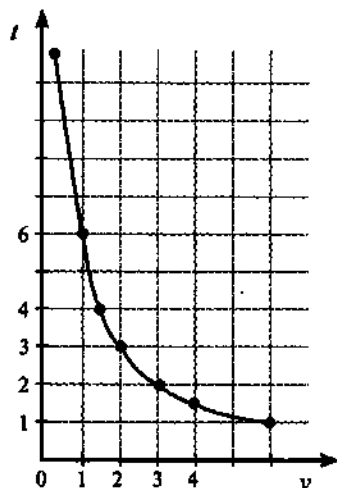


Рис. 2

№ 79

Формула:

Сутки (день и ночь) содержат 24 ч,

$$y = 24 - x$$

x может принимать значения от 0 ч до 24 ч

Таблица:

x	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y	24	21	18	15	12	9	6	3	0

График зависимости изображен на рисунке 3.

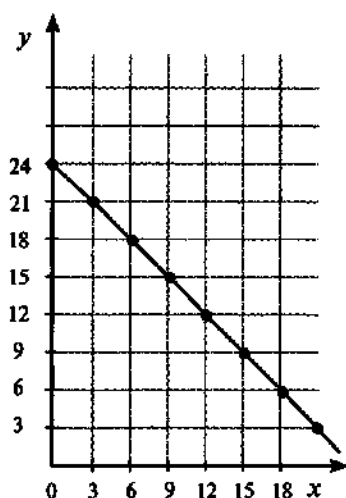


Рис. 3

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 81

- 1) О, И.
- 2) О, Л, существуют неправильные дроби, у которых знаменатель не простое число.
- 3) С, И.
- 4) О, Л, существует дробь со знаменателем 6, которую можно перевести в десятичную дробь.
- 5) О, Л, существуют числа, куб которых не больше самого числа.

- 6) Е, И.
- 7) С, И.
- 8) С, Л, при делении натуральных чисел остаток всегда меньше делителя.
- 9) О, Л, существуют числа кратные 3, но не кратные 9.
- 10) С, И.

№ 82

Учащиеся проговаривают правило: «Чтобы найти часть от числа, надо число умножить на дробь».

- 1) $1\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{15 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{3}{4} = 0,75$;
- 2) $2,75 \cdot 0,8 = 2,2$;
- 3) $64 \cdot 0,15 = 9,6$ (т);
- 4) $7 \cdot 3 = 21$.

№ 86

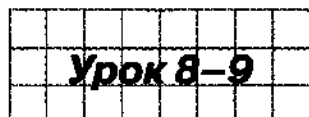
Чтобы дробь переводилась в десятичную дробь, надо, чтобы дробь была несократимой, и знаменатель раскладывался на простые множители 2 и 5.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ (О)}; \quad \frac{12}{25} = 0,48 \text{ (Р)}; \quad \frac{21}{50} = 0,42; \quad \frac{9}{16} = 0,5625 \text{ (К)}; \quad \frac{17}{20} = 0,85;$$

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ (Б)}; \quad \frac{27}{40} = 0,675 \text{ (К)}.$$

БАРОККО

П.1.2.2. ПРЕДЛОЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ



Основные содержательные цели:

- 1) Уточнить представление о предложениях с переменными; сформировать умение распознавать предложения с переменными, обозначать их с помощью символов.
- 2) Повторить и закрепить: запись и чтение выражений, нахождение их значений; свойства чисел и их использование для упрощения выражений; умение строить отрицание

высказываний, деление с остатком; формулу деления с остатком; построение математических моделей текстовых задач; метод проб и ошибок, метод перебора.

В данном пункте учащиеся уточняют, что известные им формулы являются *предложениями с переменной*. Здесь же уточняется, что предложения с переменными, вообще говоря, не являются высказываниями, но при подстановке вместо переменных их значений они становятся истинными или ложными высказываниями. Учащиеся знакомятся с различными видами предложений с переменными, в том числе с уравнениями и неравенствами. В этом же пункте учащиеся учатся *присваивать предложениям с переменной имя*, т. е. обозначать его. Предложение с переменной обозначается заглавной буквой латинского алфавита. В скобках указываются входящие в него переменные. С учащимися следует уточнить, что переменная может принимать не только числовые значения. В ходе выполнения предложенных в пункте заданий учащиеся знакомятся *со способом преобразования предложения с переменной в высказывание* (замена переменной на ее конкретное значение).

Для самостоятельного открытия рекомендуется отобрать одно из новых знаний, которые изучаются в данном пункте, например, способ обозначения предложений с переменной, тогда остальные новые знания вводятся учителем.

Основная структура открытия нового знания:

1. Новое знание.

Способ обозначения предложений с переменной.

2. Актуализация.

Повторить: понятие переменной, понятие высказывания, понятия корня уравнения и решения неравенства.

Уточнить понятие предложения с переменной.

Ввести различные виды предложений с переменной (переменными), рассмотрев соответствующие примеры.

3. Задание на пробное действие.

Присвойте имена предложениям с переменными:

$$k + 5 < 18$$

$$2x + 6y = 4z$$

Натуральное число a делится на 5.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу присвоить имена предложениям с переменными;

— Я не могу указать правило, которым воспользовался при присвоении имени.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем правила присвоения имени предложениям с переменными.

6. Цель деятельности.

Узнать правило присвоения имени предложению с переменными.

7. Фиксация нового знания.

Обозначение предложений с переменными: предложения с переменными обозначают прописными латинскими буквами с указанием в скобках имен входящих в них переменных. Например, $A(x)$.

Для открытия правила обозначения предложений с переменными учащиеся могут проанализировать предложенные учителем образцы записи: $P(x, y) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 5$ и $B(a) \Leftrightarrow a - 5 > 1$.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 9), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать

свою учебную деятельность. Основные цели урока № 9: тренировать умение распознавать предложения с переменными, читать и находить значения переменных, обращающих данные предложения в истинные равенства; тренировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить построение моделей текстовых задач, метод проб и ошибок, метод перебора.

Особенности изучения учебного содержания

Из курса начальной школы учащиеся получили первичный опыт работы с предложениями с переменной. Задачей данного пункта является уточнение полученного представления о предложениях с переменной, расширение представлений учащихся о них. После изучения данного пункта ранее разрозненные для шестиклассников понятия уравнения, неравенства, закона сводятся воедино (все они представляют собой не что иное, как предложения с переменной), формируя целостный взгляд на окружающий мир.

Методические рекомендации к выполнению заданий

В задании № 98 учащиеся учатся распознавать предложения с переменными среди других записей и присваивать им имена. При обозначении предложения с переменной учащиеся должны вычленив из него переменные и записать их в скобках. Такая работа формирует навык работы с переменными, развивает письменную математическую речь, является пропедевтикой обозначения функций в старших классах.

Выполняя задание № 99, учащиеся учатся «превращать» предложение с переменной в высказывание, подставляя вместо переменной ее указанное значение. После его выполнения следует на это обратить внимание учащихся: «Что получалось при подстановке в предложение с переменной данного значения? Как преобразовать предложение с переменной в высказывание?»

В задании № 100 учащиеся сами придумывают свои примеры предложений с переменной (переменными). Полезно, чтобы арбитром правильности выполнения этого задания выступали сами учащиеся, а не учитель. При этом учащиеся должны сами отобрать критерий оценивания (из известных им эталонов они должны опираться на определение предложения с переменной).

В заданиях № 101–102 учащиеся повторяют известные ими способы решения уравнений и неравенств. Знакомятся с другой формулировкой привычных для них заданий.

В задании № 103 учащиеся работают с предложениями с переменными, которые верны при любых значениях переменной – известными им законами арифметических действий. Целесообразно попросить учащихся выбрать один из законов и придумать пример, когда применение выбранного свойства упрощает вычисления. Можно обратить внимание шестиклассников на «кажущееся» противоречие: свойства арифметических действий, с одной стороны, представляют собой предложения с переменными, и, значит, про них нельзя сказать, истинны они или ложны, а с другой – они знают, что данные равенства истинны. Этот вопрос разрешится чуть позже, в пункте 1.2.3.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 8	Урок 9
К	№ 98–100	№ 101–103
П	№ 104–107	№ 108–110
Д	п. 1.2.2, № 111,112,114	№ 115,116,117
С	№ 118	№ 119

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 8, 9.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта:

№ 98

- 1) Не является предложением с переменными.
- 2) $B(x) \Leftrightarrow$ В слове x пять букв.
- 3) $N(n) \Leftrightarrow$ Число n — составное.
- 4) $P(a; b) \Leftrightarrow$ Прямые a и b параллельны.
- 5) $A(a) \Leftrightarrow a - 9 > 12$.
- 6) Не является предложением с переменными.
- 7) $B(x; y; z) \Leftrightarrow 2x + 5y = 25z$.
- 8) $V(a, b, c) \Leftrightarrow (a - b)c = ac - bc$.

№ 99

- 1) Если $a = 6$, то $6^2 + 1 = 0$;
 $36 + 1 = 0$;
 $37 = 0$ (Л).

Всегда ложно.

- 2) Если $b = 8$; $c = 4$, то $5 \cdot 8 + 4^2 = 56$;
 $40 + 16 = 56$;
 $56 = 56$ (И).

- 3) Если $d = 3$, то $2 \cdot 3^3 - 16 > 20$;
 $2 \cdot 27 - 16 > 20$;
 $54 - 16 > 20$;
 $38 > 20$ (И).

- 4) Если $x = 2,5$; $y = 5,7$, то $8,2 \leq 2,5 + 5,7 < 9,4$;
 $8,2 \leq 8,2 < 9,4$ (И).

- 9) Свойство вычитания суммы из числа истинно всегда.

- 10) Ложно всегда.

№ 101⁵

- 1) 9,9;
- 2) 77,44;
- 3) 1;
- 4) 4,99;
- 5) 0,35;

6) $\frac{1}{9}$;

7) 310,2;

8) $4,44 - (t : 4,04 - 40,4) : 4 = 0,04$

$(t : 4,04 - 40,4) : 4 = 4,44 - 0,04$

$(t : 4,04 - 40,4) : 4 = 4,4$

$t : 4,04 - 40,4 = 4,4 \cdot 4$

$t : 4,04 - 40,4 = 17,6$

$t : 4,04 = 17,6 + 40,4$

$t : 4,04 = 58$

$t = 58 \cdot 4,04$

$t = 234,32$

Ответ: 234,32.

⁵ Можно обсудить с учащимися «красоту» предложенных в задании уравнений.

№ 102

Задание выполняется у доски с комментарием.

1) $a < 3$	{1, 2};	5) $4 < x < 9$	{5, 6, 7, 8};
2) $b > 2,4$	{3, 4, 5, ...};	6) $3,5 \leq y < 5$	{4};
3) $c \leq 5$	{1, 2, 3, 4, 5};	7) $1,8 < z \leq 6,4$	{2, 3, 4, 5, 6};
4) $7,2 \leq d$	{8; 9; 10; ...};	8) $4,1 \leq t \leq 8,3$	{5; 6; 7; 8}.

№ 103

Задание выполняется устно.

Из раздела для повторения укажем ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 104

Задание выполняется устно

1) Ложно, c^2 больше или равно 0, значит, данная сумма больше 0, отрицание утверждения: для любого натурального числа не выполняется равенство $c^2 + 1 = 0$.

2) Ложно, не существует натурального числа, квадрат которого равен 5, отрицание высказывания: для любых натуральных чисел не выполняется равенство $a^2 + b^2 = 5$.

3) Ложно, данное число составное, так как 15 составное число, отрицание высказывания: для любого натурального числа $15n$ — составное число.

4) Истинно при $d = 0$.

№ 107

- 1) $2a + 3b = 4x$;
- 2) $2c + 3d = 4x$;
- 3) $2r + 3v = 4x$;
- 4) $2m + 3n = 4x$;
- 5) $2k + 3p = 4x$;
- 6) $2q + 3t = 4x$.

Обобщенный вид: $2x + 3y = 4z$.

№ 108

Задание можно выполнить по группам, с обсуждением решений.

$$1) x + 2\frac{1}{3} = 5\frac{2}{5} \Leftrightarrow x = 5\frac{2}{5} - 2\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 5\frac{6}{15} - 2\frac{5}{15} \Leftrightarrow x = 3\frac{1}{15}.$$

$$2) x : 1\frac{7}{9} = 2\frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{7}{9} \Leftrightarrow x = \frac{9 \cdot 16}{4 \cdot 9} \Leftrightarrow x = 4.$$

$$3) 3\frac{3}{8} - x = 1\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 3\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 3\frac{3}{8} - 1\frac{4}{8} \Leftrightarrow x = 2\frac{11}{8} - 1\frac{4}{8} \Leftrightarrow x = 1\frac{7}{8}.$$

$$4) 2\frac{13}{18} \cdot x = 3\frac{8}{9} \Leftrightarrow x = 3\frac{8}{9} : 2\frac{13}{18} \Leftrightarrow x = \frac{35 \cdot 18}{9 \cdot 49} \Leftrightarrow x = \frac{10}{7} \Leftrightarrow x = 1\frac{3}{7}.$$

$$5) x - \frac{3}{8} = 4\frac{5}{6} \Leftrightarrow x = 4\frac{5}{6} + \frac{3}{8} \Leftrightarrow x = 4\frac{20}{24} + \frac{9}{24} \Leftrightarrow x = 4\frac{29}{24} \Leftrightarrow x = 5\frac{5}{24}.$$

$$6) 5\frac{4}{7} : x = \frac{3}{14} \Leftrightarrow x = 5\frac{4}{7} : \frac{3}{14} \Leftrightarrow x = \frac{39 \cdot 14}{7 \cdot 3} \Leftrightarrow x = 26.$$

№ 110 (а, б)

Задание выполняется у доски с комментарием.

а) $x + 2y = 9$

б) $x + y^2 = 9$

(1; 4); (3; 3); (5; 2); (7; 1); (9; 0) (0; 3); (5; 2); (8; 1); (9; 0)

П.1.2.3. ПЕРЕМЕННАЯ И КВАНТОРЫ

Уроки 10–11									

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать умение читать и записывать предложения с использованием кванторов существования и общности ($\forall$, $\exists$).
- 2) Повторить и закрепить применение признаков и свойств делимости, построение моделей текстовых задач, свойства чисел и их использование для упрощения выражений, приемы письменных вычислений с десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся уточняют, что известный им знак $\exists$ является квантором существования, и знакомятся с новым квантором — квантором общности ($\forall$). Используя кванторы и переменные, они учатся записывать высказывания на математическом языке. Кроме того, учащиеся устанавливают, что, помимо известного им способа, преобразовать предложение с переменными в высказывание можно и другим способом — используя кванторы. Таким образом, для преобразования предложения с переменной в высказывание они могут:

- подставить вместо переменных их значения (№ 99 предыдущего пункта);
- «навесить» квантор общности или существования.

С учащимися уточняется, что все высказывания общего вида и о существовании всегда содержат в себе предложение с переменными.

Для самостоятельного открытия рекомендуется отобрать одно из новых знаний, которые изучаются в данном пункте, например, способ записи утверждений на математическом языке.

Основная структура открытия нового знания:

1. Новое знание.

Способ записи утверждений на математическом языке.

2. Актуализация.

Повторить смысл символа $\exists$, чтение, запись предложений с переменной.

3. Задание на пробное действие.

Запишите утверждения на математическом языке.

1. Существует натуральное число n — составное.

2. Всякое натуральное число n — составное.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать утверждение о существовании и общее утверждение на математическом языке.

— Я не могу обосновать, что записал верно.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет символа, который используется при записи общих утверждений и алгоритма записи общих утверждений и утверждений о существовании на математическом языке

6. Цель деятельности.

Определить, какой символ заменяет слово «все» в общих высказываниях, и построить алгоритм записи общих утверждений и утверждений о существовании на математическом языке.

7. Фиксация нового знания.

$\forall$ (квантор общности) — это символ, который используют для сокращенной записи общих высказываний.

Читают: «для любого», «для каждого», «для всякого».

Алгоритм записи высказываний с помощью кванторов:

1. Ввести обозначение для переменной и записать ее после знака квантора.
2. Ввести обозначение для множества, в котором эта переменная принимает значения, указать ее принадлежность данному множеству и поставить двоеточие.
3. Записать высказывание на математическом языке.

Для открытия квантора общности можно предложить учащимся воспользоваться русско-английским словарем и аналогией со знаком $\exists$. Учащиеся должны сравнить символ $\exists$ с переводом слова «существует» и предложить вариант символа, заменяющий слово «все».

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 11), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели урока № 11: тренировать умение читать и записывать предложения с использованием кванторов существования и общности ($\forall$, $\exists$); тренировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить нахождение значений выражений удобным способом, свойства арифметических действий, построение моделей текстовых задач.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся учатся записывать на математическом языке не только свойства математических объектов. Им предлагается переводить предложения, которые не относятся к математике; в них описываются объекты окружающего мира, которые понятны и близки шестиклассникам. Выполнение этих заданий является пропедевтикой доказательства теорем в старших классах, ведь для их доказательства учащимся приходится переходить от словесной формулировки свойств и признаков геометрических фигур к введению обозначений с использованием математических символов.

Умение переводить на математический язык невозможно без понимания точного содержания предложений и влияет на владение естественным языком, что способствует развитию мышления учащихся в целом.

Методические рекомендации к выполнению заданий

В № 120 учащиеся знакомятся с тем, как выглядят привычные им предложения на математическом языке, и пробуют перевести их на русский язык.

В № 121—122 учащиеся учатся переводить утверждения из словесной, привычной им формы на математический язык с использованием кванторов, понятия множества и его элементов. При выполнении этих заданий учащиеся используют алгоритм записи высказываний на математическом языке. В № 121 сначала с учащимися рекомендуется определить вид высказывания и поставить соответствующий квантор. Чтобы учащиеся правильно определили, какой объект обозначить переменной, полезно определить с ними тему высказывания («О чем говорится в высказывании?»).

В задании № 123 учащиеся должны преобразовать данные предложения с переменными в истинные высказывания с помощью кванторов. Чтобы познакомить учащихся со способом преобразования предложения с переменными в высказывание путем «навешивания» квантора, можно воспользоваться № 120. После выполнения № 120 можно предложить учащимся закрыть квантор рукой и назвать, во что «превратилось» данное высказывание. Про полученное предложение нельзя сказать, истинно оно или ложно, — получено предложение с переменной. Тогда на вопрос о способе обратного преобразования предложения с переменной в высказывание учащиеся смогут ответить самостоятельно, предложив вводить кванторы.

Перед выполнением № 124 с учащимися *обсуждается противоречие свойств арифметических действий*, полученное в № 103 предыдущего пункта. Тогда учащиеся заметили: известные им свойства (например, $a + b = b + a$), с одной стороны, представляют собой предложения с переменными и, значит, не являются высказыванием, а с другой стороны, они воспринимаются нами как истинные высказывания. Данное противоречие разрешается следующим образом. Поскольку предложение $a + b = b + a$ верно при всех значениях a и b , то в действительности оно является истинным высказыванием общего вида, а значит, его можно записать с помощью квантора общности: $\forall a, b: a + b = b + a$. Просто в привычной нам записи свойств арифметических действий общность подразумевается и знак $\forall$ опущен (как в общем высказывании «Человек разумен» опущено слово «любой»).

После этого учащиеся записывают свойства арифметических действий, используя квантор общности и переменные.

В заданиях № 125—126 учащиеся выполняют обратную задачу: переводят предложения с языка символов на естественный язык.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 10	Урок 11
К	№ 120—123	№ 124—126
П	№ 127—130	№ 131—133
Д	п. 1.2.3, № 134, 136	№ 135, 138, 139, 140(1)
С	№ 137, 140 (1)	№ 142

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 10, 11.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта:

№ 120

Учащимися могут быть получены следующие формулировки.

- 1) Каждый ученик имеет дневник.
- 2) Есть ученики, пишущие стихи.
- 3) Существуют слова, имеющие синонимы.
- 4) Каждое слово является глаголом.
- 5) Существуют параллельные прямые.
- 6) Любые точки окружности расположены на одинаковом расстоянии от центра окружности.
- 7) Для любых двух натуральных чисел выполняется одно из условий: a больше b ; a меньше b или a равняется b .
- 8) Существует тройка натуральных чисел, сумма которых равна их произведению.

№ 121

Учащимися могут быть получены следующие записи:

- 1) $\forall p \in P: p$ — есть исток (P — множество рек).
- 2) $\exists p \in P: p$ — длиннее Нила (P — множество рек).
- 3) $\forall d \in D: d$ — живет в воде (D — множество дельфинов).
- 4) $\exists d \in D: d$ — умеет кататься на велосипеде (D — множество детей).
- 5) $\forall d_1, d_2 \in D: d_1 = d_2$ (D — множество диаметров одной окружности).
- 6) $\exists a; b \in P: a \perp b$ (P — множество прямых).
- 7) $\forall a \in A: a^2 < a$ (A — множество правильных дробей) или $\forall m, n \in N, m < n$:

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 < \frac{m}{n}.$$

$$8) \exists n \in N: n^3 = n.$$

№ 123

Задание выполняется самостоятельно, в группах, каждое задание озвучивает одна из групп.

$$1) \exists; \quad 2) \forall; \quad 3) \forall; \quad 4) \exists.$$

Можно превратить предложения с переменной в высказывание, подставив вместо переменной ее значение.

После выполнения этого номера необходимо сделать вывод о способах преобразования предложений с переменными в высказывания.

№ 124

R — множество всех чисел

$$1) a, b \in R: a + b = b + a.$$

$$\forall a, b, c \in R: (a + b) + c = a + (b + c);$$

$$2) \forall a, b \in R: ab = ba;$$

$$\forall a, b, c \in R: (ab)c = a(bc);$$

$$3) \forall a, b, c \in R: (a + b)c = ac + bc;$$

$$4) \forall a, b, c \in R: (a + b) - c = a - c + b = b - c + a;$$

$$5) \forall a, b, c \in R: a - (b + c) = a - b - c;$$

$$6) \forall a, b, c \in R: a : (bc) = a : b : c;$$

$$7) \forall a, b, c \in R: (ab) : c = (a : b) \cdot c = (a : c) \cdot b;$$

$$8) \forall a, b, c \in R: (a \pm b) : c = a : c \pm b : c.$$

№ 125

$$1) \exists n \in N: n^2 > 30.$$

Существуют натуральные числа, квадрат которых больше 30, истинно, $n = 6$.

$$2) \exists a, b \in N: a = b^2.$$

Существуют натуральные числа, одно из которых равно квадрату второго числа, истинно, $a = 9, b = 3$.

$$3) \exists x, y, z \in N: x^2 + y^2 = z^2.$$

Существуют такие натуральные числа, что сумма квадратов двух чисел равна квадрату третьего числа, истинно, $x = 3; y = 4; z = 5$.

$$4) \exists x, y, z \in N: \frac{x}{y} = \frac{y}{z}.$$

Существуют три натуральных числа, для которых частное первого числа и второго числа равно частному второго числа и третьего, истинно, $x = 27, y = 9; z = 3$.

$$5) \forall n \in N: n + (n + 1) — \text{нечетное число.}$$

Для любых натуральных чисел сумма двух последовательных чисел — число нечетное, истинно: $n + (n + 1) = 2n + 1$ — нечетное число.

$$6) \forall n \in N: n \cdot (n + 1) — \text{четное число.}$$

Для любых натуральных чисел произведение двух последовательных чисел — число четное, истинно: $n \cdot (n + 1)$ — одно число четное, следующее за ним нечетное, произведение четного и нечетного чисел — число четное.

$$7) \forall n \in N: n(n + 1)(n + 2) — \text{кратно шести.}$$

Для любых натуральных чисел произведение трех последовательных чисел кратно шести, истинно: из трех последовательных чисел одно число кратно 2, одно кратно 3, значит, произведение кратно 6.

$$8) \forall m, n \in N: \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m^2}{n^2}.$$

Для любых натуральных чисел квадрат их частного равен частному квадратов этих чисел, истинно: $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n} = \frac{m \cdot m}{n \cdot n} = \frac{m^2}{n^2}.$

№ 126

$$1) \forall a \in R: a^2 > a.$$

Для любой дроби его квадрат больше самой дроби, ложно, $a = \frac{1}{2}$.
Существует дробь, квадрат которой меньше или равен этой дроби.

2) $\forall b \in N: b^2 + b + 1$ — простое число.

Для любого числа сумма квадрата этого числа и следующего числа за заданным числом — простое число, ложно, $b = 4$.

Неверно, что для любого числа сумма квадрата этого числа и следующего числа за заданным числом — простое число.

3) $\forall x, y \in N: (x + y)^2 = x^2 + y^2$.

Для любых двух натуральных чисел квадрат суммы этих чисел равен сумме квадратов этих чисел, ложно, $(1 + 2)^2 = 9$; $1^2 + 2^2 = 5$.

Существуют числа, квадрат суммы которых не равен сумме квадратов этих чисел.

4) $\forall m, n \in N: \frac{m}{n} = \frac{n}{m}$.

Для любых натуральных чисел отношение этих чисел равно обратному отношению этих чисел, ложно, $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$.

Не верно, что отношение двух чисел равно обратному отношению этих чисел.

5) $\exists a, b \in N: (a + b)^2 = 5$.

Существуют натуральные числа, квадрат суммы которых равен 5, ложно, нет натурального числа, квадрат которого равнялся бы 5.

Квадрат суммы любых двух натуральных чисел не равен 5.

6) $\exists c, d \in N: c^2 + d^2 = 6$.

Существуют натуральные числа, сумма квадратов которых равна 6, ложно, 6 — это сумма 1 и 5; 2 и 4; 3 и 3. Числа 2, 3, 5 не являются квадратом натурального числа.

Не верно, что сумма квадратов натуральных чисел равна 6.

7) $\exists x, y \in N: x + y = 7$ и $xy = 7$.

Существуют натуральные числа, сумма и произведение которых равны 7. Ложно, $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$; $7 = 1 \cdot 7$.

Не верно, что сумма и произведение пары натуральных чисел равны 7.

8) $\exists m, n, k \in N: \frac{m}{n} \neq \frac{mk}{nk}$.

Существуют дроби, для которых не выполняется основное свойство дроби. Ложно.

Для любых дробей выполняется основное свойство дроби.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 130

Можно предложить выполнить задания по группам (каждой группе предлагается одна задача).

Каждая группа вывешивает результат своей работы и обосновывает свой ответ.

1) $2x + x + 2x - 32 = 148$;

2) $(x + 4) \cdot 4,5 = (x - 6) \cdot 6$;

3)
$$\begin{cases} xy = 240 \\ (x + 3)(y - 4) = 240 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x + y + 2x = 108 \\ x + 2y + 2x \cdot 3 = 240 \end{cases}$$

№ 131

Задание выполняется у доски с комментарием. Для упрощения записи левой части равенства учащиеся применяют distributive свойство умножения, сочетательное и переместительное свойство сложения.

1) $x + 2x + 3x + 4x = 48$

$10x = 48$

$x = 48 : 10$

2) $3,2y - 1,4y + y - 0,6y = 5,5$

$2,2y = 5,5$

$y = 5,5 : 2,2$

$$x = 4,8$$

Ответ: 4,8.

$$y = 2,5$$

Ответ: 2,5.

$$3) 1\frac{3}{5}z + z - \frac{4}{15}z + \frac{7}{6}z = 2\frac{1}{3}$$

$$3\frac{1}{2}z = 2\frac{1}{3}$$

$$z = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$.

$$4) 2x + 5 + x + 14 + 6x = 64$$

$$9x + 19 = 64$$

$$9x = 45$$

$$x = 5$$

Ответ: 5.

$$5) 1,8 + 3,5y + 0,9 + y = 16,2$$

$$4,5y + 2,7 = 16,2$$

$$4,5y = 13,5$$

$$y = 3$$

Ответ: 3.

$$6) 4\frac{1}{2}z + \frac{7}{9}z + 2\frac{1}{3} + \frac{1}{6}z = 5\frac{1}{18}$$

$$5\frac{4}{9}z + 2\frac{1}{3} = 5\frac{1}{18}$$

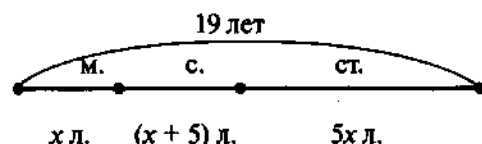
$$5\frac{4}{9}z = 2\frac{13}{18}$$

$$z = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

№ 133 (1)

Задача решается у доски с комментарием.



$$x + x + 5 + 5x = 19$$

$$7x + 5 = 19$$

$$7x = 19 - 5$$

$$7x = 14$$

$$x = 14 : 7$$

$$x = 2$$

2 г. — возраст младшей сестры;

2 + 5 = 7 (л.) — возраст средней сестры;

5 · 2 = 10 (л.) — возраст старшей сестры.

Ответ: сестрам 2 года, 7 лет и 10 лет.

П.1.2.4. ОТРИЦАНИЕ УТВЕРЖДЕНИЙ С КВАНТОРАМИ

Уроки 12–13									

Основные содержательные цели:

1) Тренировать умение строить отрицание высказываний, выявить общий способ построения отрицаний с помощью кванторов.

2) Повторить и закрепить: нахождение значений выражений; понятие координатного угла; решение уравнений методом «весов»; построение математических моделей текстовых задач; метод проб и ошибок, метод перебора; примеры на порядок действий.

В данном пункте учащиеся знакомятся с общим способом записи отрицаний высказываний с использованием кванторов. В более подготовленном классе учащиеся записывают его на математическом языке:

$$\neg [\forall x \in M : P(x)] \Leftrightarrow \exists x \in M : [\neg P(x)]$$

$$\neg [\exists x \in M : P(x)] \Leftrightarrow \forall x \in M : [\neg P(x)].$$

Чтобы учащиеся смогли осознанно получить эту запись, на этапе актуализации с ними необходимо вспомнить правила присвоения имени предложению с переменной. Они должны понимать что, запись $P(x)$ означает какое-либо предложение с переменной. Кроме того, с ними необходимо вспомнить способ преобразования предложения с переменной в высказывание путем «навешивания» кванторов. Тогда они будут понимать, что под записью $\forall x \in M : P(x)$ понимается какое-либо общее высказывание, а записью $\exists x \in M : P(x)$ обозначается какое-либо высказывание о существовании. После данной подготовительной работы учащиеся смогут не только сформулировать способ построения отрицаний с помощью кванторов на естественном языке, но и записать его на математическом языке.

Основная структура открытия нового знания:

1. Новое знание.

Способ построения отрицаний с помощью кванторов.

2. Актуализация.

Повторить построение отрицаний высказываний, кванторы общности и существования.

3. Задание на пробное действие.

Запишите отрицание утверждения на математическом языке:

$$\forall a, b \in R : \text{НОД}(a, b) \cdot \text{НОК}(a, b) = a \cdot b \quad (R - \text{множество всех чисел})$$

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать отрицание утверждения на математическом языке.

— Я не могу доказать, что верно записал на математическом языке отрицание высказывания.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа записи отрицания утверждения на математическом языке.

6. Цель деятельности.

Найти способ записи отрицания утверждения на математическом языке, используя кванторы.

7. Фиксация нового знания.

Алгоритм записи отрицания высказываний на математическом языке:

1. Поменять квантор общности на квантор существования (квантор существования на квантор общности).

2. Записать утверждение, противоположное данному утверждению.

3. Проверить выполнение закона логики (закона исключенного третьего).

Открывать новое знание учащиеся могут, анализируя построенное ими отрицание предложенного в пробном задании высказывания и опираясь на известные им свойства построения отрицаний и правила записи утверждений на математическом языке.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 13), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые понятия и способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели **урока № 13**: тренировать умение строить отрицание утверждений с кванторами; тренировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить координатный угол, построение формул, таблиц, графиков зависимостей.

Особенности изучения учебного содержания

В последнем пункте этой главы учащиеся отрабатывают умение читать и записывать предложения с кванторами, строить отрицания общих высказываний и высказываний о существовании, способы их доказательства и опровержения, по-

втория и систематизируя знания, полученные ими при изучении всех предыдущих пунктов. Одновременно содержание высказываний, отрицания которых строят шестиклассники, помогает повторить ключевые вопросы программы 5 класса.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задание № 143 можно выполнить с учащимися при первичном закреплении. В этом задании они должны прочитать и записать отрицания высказываний на математическом языке.

Чтобы предотвратить «механическую» запись отрицаний в № 144, перед их записью высказывания требуется опровергнуть. При опровержении высказываний о существовании учащиеся ссылаются на нарушение общего правила или свойства. После выполнения этого номера с учащимися систематизируются способы опровержения высказываний: общее опровергается контрпримером, а для опровержения высказывания о существовании достаточно доказать его отрицание (т. е. общее высказывание о том, что ни один из объектов указанным в высказывании свойством не обладает).

В задании № 145 учащиеся применяют открытые ими новые правила на собственных примерах.

Высказывания в № 146 записаны уже в словесной форме, однако построенные отрицания следует записать на математическом языке.

В № 147 с учащимися можно отработать умение записывать отрицание в общем виде.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 12	Урок 13
К	№ 143, 144	№ 145—147
П	№ 148—151	№ 152—156
Д	п. 1.2.4, № 157, 159, 160	№ 158, 161, 162, 164
С	№ 165	№ 166

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 12, 13. После изучения данной главы проводится урок рефлексии по ее содержанию и контрольная работа № 1 (Сценарии № 14, 15–16).

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 143

1) Квадрат любого числа в 2 раза больше самого числа.

$$\exists m \in N: m^2 \neq 2m;$$

2) Квадрат любого числа не равен 1.

$$\exists n \in N: n^2 = 1;$$

3) Для любых натуральных чисел их произведение не меньше их суммы.

$$\exists x, y \in N: xy < x + y;$$

4) Любое натуральное число больше 5, но не больше 10.

$$\exists k \in N: k < 5, k > 10;$$

5) Существуют натуральные числа, куб которых не равен произведению трех множителей, каждый из которых равен самому числу.

$$\forall m \in N: m^3 = m \cdot m \cdot m;$$

6) Существуют натуральные числа, для которых выполняется равенство: $5 - n = 6$.

$$\forall n \in N: 5 - n \neq 6;$$

7) Существуют натуральные числа, сумма которых меньше 2.

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : x + y \geq 2;$$

8) Существует натуральное число, большее 2, но меньшее 3.

$$\forall k \in \mathbb{N} : k < 2, k > 3.$$

№ 144

Задания выполняются на доске с комментированием. Часть задания можно предложить для самостоятельного выполнения.

1) Контрпример: 4. $\exists n \in \mathbb{N} : n$ не является простым.

2) Контрпример: 1. $\exists k \in \mathbb{N} : k \geq k^2$.

3) Контрпример: 2; 4. $\exists a, b \in \mathbb{N} : \text{НОД}(a, b) \neq 1$.

4) Контрпример: если $x = 1, y = 0$, то $(1 - 0)^2 = 1^2 - 0^2$.

$$\exists x, y \in \mathbb{R} : (x - y)^2 = x^2 - y^2.$$

5) Куб единицы равен одному, а куб двух равен восьми. Кубы следующих натуральных чисел будут больше 8. Между 1 и 2 в натуральном ряду чисел больше нет.

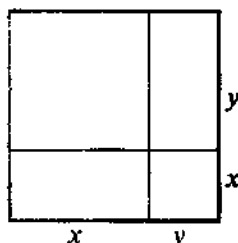
$$\forall n \in \mathbb{N} : n^3 \neq 3.$$

6) Куб числа получается умножением его квадрата на само число. При умножении на натуральное число любое натуральное число увеличивается или остается тем же.

$$\forall k \in \mathbb{N} : k^2 \leq k^3.$$

7) Разность двух чисел меньше большего числа, а НОК больше обоих чисел либо равно одному из них: $\forall a, b \in \mathbb{N} : \text{НОК}(a, b) \neq a - b$.

8)



$$(x + y) \cdot (x + y) = x \cdot x + y \cdot x + y \cdot y + x \cdot y$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

№ 146

1) Куб числа получается умножением его квадрата на само число. При умножении на натуральное число любое натуральное число увеличивается или остается тем же.

$$\forall n \in \mathbb{N} : n^2 \leq n^3.$$

2) Контрпример: 100.

$\exists k \in \mathbb{K} : k$ — не делится на 3 ($\mathbb{K}$ — множество трехзначных чисел).

3) Истинность доказывается методом полного перебора.

4) Ложность можно обосновать, доказав, что все элементы множества кратны 15.

В множестве $B = \{345, 505\ 050, 222\ 555, 15\ 150\}$ все числа кратны 15.

5) Истинность доказывается введением обозначений.

6) Ложность можно обосновать, доказав, что сумма двух четных чисел всегда четна (методом введения обозначений).

7) Контрпример: 11. Среди натуральных решений неравенства $7 < x \leq 12$ есть числа, которые не являются составными.

8) При $x = 5, 1$; $20 - 3x = 20 - 15, 3 = 4, 7, 4, 7 > 4$ (И).

№ 147

$$\forall x \in M : A(x) \Leftrightarrow \exists x \in M : A(x)$$

$$\exists x \in M : A(x) \Leftrightarrow \forall x \in M : A(x)$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к задачам, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задачи, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 149

Учитель может выбрать одну задачу на свой выбор или выбор учащихся. Задание выполняется у доски.

$$1) x + y = 12$$

$$xy = 35$$

$$\text{Ответ: } 57, 75.$$

$$2) x + y = 11$$

$$xy = 24$$

$$\text{Ответ: } 38, 83.$$

$$3) x + y + z = 17$$

$$xyz = 64$$

$$\text{Ответ: } 188, 818, 881.$$

$$4) a + b + c + d = 15$$

$$abcd = 36$$

$$\text{Ответ: } 2345, 2354, 2435, 2453, 2534, 2543, 3245, 3254, 3425, 3452, 3524, 4235, 4253, 4325, 4352, 4523, 4532, 5234, 5243, 5324, 5342, 5423, 5432.$$

№ 150

Учитель может выбрать одну задачу на свой выбор или выбор учащихся. Задание выполняется у доски.

$$1) 10x + y = 7y$$

$$10x = 6y$$

$$5x = 3y$$

$$\text{Ответ: } 35.$$

$$3) (10x + y) \cdot 4,5 = 10y + x$$

$$45x + 4,5y = 10y + x$$

$$44x = 5,5y$$

$$8x = y$$

$$\text{Ответ: } 18.$$

$$2) 10x + y + 36 = 10y + x$$

$$9x + 36 = 9y$$

$$x + 4 = y$$

$$\text{Ответ: } 15, 26, 37, 48, 59.$$

$$4) 100x + 50 + y = 100y + 50 + x + 594$$

$$99x = 99y + 594$$

$$11x = 11y + 66$$

$$x = y + 6$$

$$\text{Ответ: } 650, 751, 852, 953.$$

№ 151

При решении уравнений учащиеся пользуются правилом «весов»: обе части уравнения можно поменять местами, можно увеличить, уменьшить, умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля. В данном случае они читают из обеих частей уравнения одно и то же число так, чтобы переменная осталась только в одной части равенства.

$$1) 4a - 12 = a \quad | - a$$

$$3a - 12 = 0$$

$$3a = 12$$

$$a = 4$$

$$\text{Ответ: } 4.$$

$$2) 5b - 6 = 2b + 21 \quad | - 2b$$

$$3b - 6 = 21$$

$$3b = 27$$

$$b = 9$$

$$\text{Ответ: } 9.$$

$$3) 3c + 42 = 8c + 17 \quad | - 3c$$

$$42 = 5c + 17$$

$$5c = 42 - 17$$

$$5c = 25$$

$$c = 5$$

$$\text{Ответ: } 5.$$

$$4) 0,9d - 3,4 = 0,5d + 1,6 \quad | - 0,5d$$

$$0,4d - 3,4 = 1,6$$

$$0,4d = 5$$

$$d = 12,5$$

$$\text{Ответ: } 12,5.$$

$$5) 2,5.$$

$$7) 1,4.$$

$$6) 1\frac{5}{7}.$$

$$8) 10.$$

Урок 14

Задачи для самопроверки.

Этот урок целесообразно провести как урок рефлексии, он поможет учащимся подготовиться к контрольной работе, запланированной на следующем уроке.

№ 167

- 1) Число 1 не является простым.
- 2) Сумма $38 \cdot 15 + 27$ не кратна 9.
- 3) Квадрат натурального числа больше или равен 1.
- 4) Существуют четные простые числа.
- 5) Некоторые числа равны своим квадратам.
- 6) Сумма любых натуральных чисел больше их разности.

№ 168

Задание выполняется на доске и в тетрадях.

- 1) Существует натуральное число, для которого выполняется равенство: разность удвоенного n и числа 5 равна 12.

Утверждение ложно, это можно доказать, решив уравнение.

$$\forall n \in N: 2n - 5 \neq 12.$$

- 2) Для любых натуральных чисел a и b число, на 1 меньшее a , меньше числа, на 1 большего b .

Утверждение ложно, например: $a = 10, b = 1, 9 < 2$ (Л). $\exists a, b \in N: a - 1 \geq b + 1$.

- 3) Для любых чисел выполняется переместительное свойство умножения.

Утверждение истинно.

- 4) Существуют натуральные числа такие, что квадрат одного из них на 1 меньше квадрата другого числа.

Утверждение ложно. $\forall c, d \in N: c^2 \neq d^2 - 1$.

№ 169

$$1) \forall a, b \in R: (a + b)^2 = 34.$$

Если $a = 5, b = 3$, то $(5 + 3)^2 = 64, 64 \neq 34$ (Л).

$$2) \forall c, d \in N: c^3 - d^3 = 7.$$

Если $c = 2, d = 1$, то $8 - 1 = 7, 7 = 7$ (И).

№ 170

$$1) 3\frac{1}{3};$$

$$2) 1816,3.$$

№ 171

$$ab - 4c^2 = 51 \text{ м}^2;$$

$$2(a + b) = 32 \text{ м}.$$

№ 172

Ответ: 48 %.

№ 173

$$1) \text{ Ответ: } 0,4.$$

$$2) \text{ Ответ: } 2.$$

$$3) 1,5x + 1,2 + 2x + 0,8 = 2,7$$

$$4) 4y - 11 = y + 2,5$$

$$3,5x + 2 = 2,7$$

$$3y = 2,5 + 11$$

$$3,5x = 2,7 - 2$$

$$3y = 13,5$$

$$3,5x = 0,7$$

$$y = 13,5 : 3$$

$$x = 0,7 : 3,5$$

$$y = 4,5$$

$$x = 0,2$$

$$\text{Ответ: } 4,5.$$

$$\text{Ответ: } 0,2.$$

Глава 2. Арифметика (52 часа)

Содержание второй главы шестого класса объединяет в себе различные темы, расширяющие представления учащихся о понятии числа: «Числа и действия с ними», «Проценты», «Отношения», «Пропорциональные величины». При изучении данной главы понятийная база учащихся пополняется понятием среднего арифметического, понятием отношения, понятием пропорции и связанными с ними понятиями. В данной главе учащиеся знакомятся с новыми типами задач (задачи на движение по реке, задачи на среднее арифметическое, задачи на масштаб, задачи на пропорциональное деление). Шестиклассники осваивают новые методы решения уже известных им задач: задачи на проценты они решают с помощью общей формулы процентов, задачи на пропорциональные величины — с помощью пропорции.

В этой же главе учащиеся готовятся к введению одного из фундаментальных понятий математики — функции, с ними рассматривается вспомогательное понятие «зависимость между величинами». Функциональная линия курса математики «Учусь учиться» начинает развиваться еще в начальной школе. Уже тогда учащиеся выполняют задания на поиск закономерностей и учатся выражать их словами, устанавливают зависимость между компонентами и результатами арифметических действий, задают их с помощью таблиц, работают с величинами (длина, масса, площадь, объем, скорость, время и др.). В результате функциональной подготовки шестиклассники знают понятие переменной, умеют работать с координатным углом, имеют опыт построения графиков по формулам и таблицам. Им известно, что с помощью переменных можно представлять зависимости между величинами, фиксировать их с помощью формул, таблиц и графиков.

С понятием зависимости между величинами тесно связано решение задач методом пропорций. Благодаря широкому классу задач, которые решаются с помощью пропорций, умение применять этот метод можно выделить как один из основных навыков, приобретаемых шестиклассниками.

Содержание главы очень насыщено и разнообразно, однако, следует помнить, что ее изучение основывается на мощной подготовительной работе, которая велась в курсе. При изучении первой главы учащиеся уже повторили материал 5 класса, в том числе и вопросы, необходимые для освоения содержания второй главы 6 класса (алгоритмы действий с дробями, основное свойство дроби, свойства арифметических действий, применение «перекрестного умножения» для сравнения дробей, понятие переменной, построение графиков и др.).

После расширения знаний о натуральных числах, обыкновенных и десятичных дробях в третьей главе учащиеся перейдут к изучению отрицательных чисел.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания второй главы учащиеся:

- *сравнивают* различные способы выполнения совместных действий с обыкновенными и десятичными дробями и *выбирают* рациональный способ;
- *анализируют* выражение с целью поиска возможности упрощения вычислений;
- *применяют* свойства арифметических действий (свойства отношений, свойства преобразования пропорций) для рационализации вычислений;
- *моделируют* условие задач с помощью схем;
- *планируют* ход решения и *реализуют* полученный план при решении комбинированных задач и вычислении значения дробных выражений;
- *сравнивают* условия различных задач;
- *сравнивают* известные способы решения задач (задач на пропорциональные величины, включая задачи на проценты, на масштаб) и *выбирают* оптимальный вариант;

2. Актуализация.

Повторить: условие перевода обыкновенных дробей в десятичные дроби, и наоборот, умножение десятичных дробей на 10^n , умножение смешанного числа на натуральное (равное знаменателю дроби), основное свойство дроби.

Ввести: способы вычисления значения простейших выражений, содержащих и обыкновенные, и десятичные дроби (№ 177 — 179).

3. Задание на пробное действие.

Выполните № 180 (д) рациональным способом (можно ограничить время).

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу найти значения выражение (дроби, числителем и знаменателем которой являются произведения различных видов дробей) рационально.

— Я не могу обосновать, что вычислил рационально.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет рационального способа выполнения совместных действий с обыкновенными и десятичными дробями в выражениях такого вида.

6. Цель деятельности.

Надо составить алгоритм, с помощью которого можно быстрее выполнить задание, т. е. найти рациональный способ вычисления значения дроби, числителем и знаменателем которой являются произведения дробей.

7. Фиксация нового знания.

Для нахождения значения дробного выражения, в числителе и знаменателе которого стоят произведения обыкновенных и десятичных дробей, можно:

1. Умножить каждый множитель на такое число, чтобы он стал натуральным числом.

2. Проверить выполнение основного свойства дроби (если необходимо, домножить произведения из числителя или знаменателя на дополнительные множители).

3. Перейти к действиям с натуральными числами.

4. Сократить получившуюся дробь.

Открыть этот алгоритм учащиеся могут, опираясь на то, как они вычисляли значение выражения в № 180 (б). В пятом классе значения дробных выражений, содержащих только обыкновенные дроби и смешанные числа, учащиеся находили, переходя к натуральным числам. Этот прием они могут сформулировать следующим образом: «Если надо найти частное двух дробей, то можно, используя основное свойство дроби, перейти к дроби, в числителе и знаменателе которой будут натуральные числа».

После чего учащимся предлагается преобразовать аналогичным образом выражения типа № 180 (а) и найти значение дроби. Полученный прием вычисления может быть сформулирован так: «Если надо найти частное двух десятичных дробей, то можно домножить числитель и знаменатель на 10^n и перейти к дроби, в числителе и знаменателе которой будут натуральные числа».

Эти правила объединяются в один алгоритм, который может использоваться для выражений типа № 180 (д).

Кроме четырех уроков открытия нового знания планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 21), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели **урока № 21:** формировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности, фиксированию собственных затруднений по теме «Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; тренировать умение: анализировать, выявлять оптимальное решение «длинных» примеров; использовать критерии возможности перевода обыкновенной дроби в десятичную, алгоритм умножения десятич-

ных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.; умножать обыкновенные дроби и смешанные числа на натуральное число; основное свойство дроби для сокращения дробей; алгоритм решения задач на движение.

Особенности изучения учебного содержания

Особенностью изучения совместных действий с обыкновенными и десятичными дробями в данном курсе является акцент на выбор оптимального, возможно более короткого и простого алгоритма решения «длинных» примеров, преобразования «многоэтажных» дробей. Для упрощения вычислений используются основное свойство дроби и свойства арифметических действий: переместительное и сочетательное свойства сложения, переместительное и сочетательное свойства умножения, распределительное свойство умножения, правила вычитания числа из суммы и суммы из числа, правила деления суммы и разности на число, свойства деления дробей.

Изучение данной темы имеет важное значение для развития мыслительных операций, внимания, гибкости мышления, трудолюбия, алгоритмических способностей, умения планировать свои действия. Нахождение значений «многоэтажных» дробных выражений является пропедевтикой для изучения в старших классах действий с алгебраическими дробями.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задание № 176 рекомендуется выполнить на этапе актуализации. При его выполнении учащиеся вспоминают условия перевода обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь и обратно и применяют их.

Задания № 176—178 формируют умение выполнять совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, представляя дроби в одном виде.

Задание № 180 формирует умение вычислять значение дробного выражения с помощью перехода к натуральным числам. В пятом классе учащиеся получили опыт применения этого приема для обыкновенных дробей и смешанных чисел. В шестом классе прием перехода к натуральным числам расширяется на десятичные дроби и на совместные действия.

Задания № 181—182 направлены на умение анализировать выражение с целью поиска возможности упрощения вычислений. В данном случае вычисления можно упростить, используя свойства арифметических действий.

В задании № 183 используются свойства деления дробей: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$, $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$, $\frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{c}$. Данные свойства можно выявить, заменяя «основную» дробную черту знаком деления либо используя прием перехода к натуральным числам. Эти же

свойства можно записать в виде: $\frac{a:b}{c:d} = \frac{ad}{bc}$, $\frac{a:b}{c} = \frac{a}{bc}$, $\frac{a}{c:d} = \frac{ad}{c}$ и использовать для упрощения вычислений дробных выражений типа № 183. После подобного упрощения далее применяется прием перехода к натуральным числам.

При решении заданий № 184—186 учащиеся, прежде чем выполнять действия, анализируют выражение с целью поиска возможности упрощения вычислений, они выбирают один из известных им приемов упрощения вычислений и применяют его. После преобразования запись ведется «по действиям» или «цепочкой». В последнюю очередь выполняется деление значения числителя на значение знаменателя.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 17 (16) ⁷	Урок 18 (17)	Урок 19 (18)
К	№ 143, 144	№ 181—182	№ 183—184
П	№ 148—151	№ 190—193	№ 194—196
Д	п. 1.2.1, № 204, 209, 210	№ 203, 211, 212,	№ 206, 213, 214
С	№ 165	№ 218 (1)	№ 118 (2)

Урок №	Урок 20 (19)	Урок 21 (20)
К	№ 185	№ 186
П	№ 197—201	№ 202, 203
Д	№ 207, 215	№ 208, 216
С	№ 219	№ 220

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 17—21.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта:

№ 176

Алгоритм.

№ 177

а) 0,86; б) 5,05; в) 400; г) 0,072.

№ 178

а) $1\frac{4}{15}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{6}$; г) $1\frac{9}{11}$.

№ 179

а) 2; б) 0,63; в) 3; г) 5,58; д) 1,2; е) 4,016; ж) 1,234; з) $4\frac{1}{6}$.

№ 180

а) $\frac{2,7}{3,6} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$;

б) $\frac{5\frac{1}{7} \cdot 14}{3\frac{3}{14} \cdot 14} = \frac{72}{45} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$;

в) После того как числитель и знаменатель дроби домножаются на нужные для преобразования в натуральные числа множители, учащиеся проверяют выполнение основного свойства дроби (можно договориться подчеркивать соответствующие множители числителя и знаменателя). Можно договориться множители, которые появляются для соблюдения основного свойства дроби, записывать в скобках.

$$\frac{7,2 \cdot 2,8 \cdot 10 \cdot 10 \cdot (10)}{3,5 \cdot 0,64 \cdot 10 \cdot 100} = \frac{72 \cdot 28 \cdot 10}{35 \cdot 64} = \frac{9 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 9;$$

$$\text{г) } \frac{1\frac{1}{3} \cdot 2\frac{3}{11} \cdot 3\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 11 \cdot 2 \cdot (2)}{\frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{6} \cdot 3\frac{9}{11} \cdot 2 \cdot 6 \cdot 11} = \frac{4 \cdot 25 \cdot 7 \cdot (2)}{1 \cdot 25 \cdot 42} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

⁷ В скобках указана нумерация уроков для учителей, работающих на содержательном уровне. Без скобок указана нумерация уроков для учителей, работающих на технологическом и системно-технологическом уровне.

$$д) \frac{5,6 \cdot 3 \frac{1}{3} \cdot 0,63 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 3 \cdot (10)}{4,9 \cdot 0,018 \cdot 5 \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 3} = \frac{56 \cdot 10 \cdot 63 \cdot 10}{49 \cdot 18 \cdot 16} = \frac{1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5}{1 \cdot 1 \cdot 1} = 25;$$

е) 0,8; ж) 6; з) 0,3.

№ 181

$$1) (1,5 : \frac{1}{3} - \frac{3}{8} : 0,25) \cdot 3,2 - 3,2 \cdot \frac{5}{8} = 7,6.$$

$$1) 1,5 : \frac{1}{3} = \frac{15}{10} : \frac{1}{3} = \frac{15 \cdot 3}{10 \cdot 1} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{9}{2} = 4,5;$$

$$2) \frac{3}{8} : 0,25 = \frac{3}{8} : \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{8} = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$3) 4,5 - 1,5 = 3;$$

$$4) 3 \cdot 3,2 - 3,2 \cdot \frac{5}{8} = (3 - \frac{5}{8}) \cdot 3,2 = 2 \frac{3}{8} \cdot 3 \frac{1}{5} = \frac{19}{8} \cdot \frac{16}{5} = \frac{19 \cdot 16}{8 \cdot 5} = \frac{19 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{38}{5} = 7 \frac{3}{5} = 7,6.$$

2) Ответ: 0.

$$3) (3,6 \cdot 2 \frac{7}{9} + 1,125 + 5 \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{7}{9} - 1 \frac{1}{8}) : 2,5 = [(3,6 + 5 \frac{2}{5}) \cdot 2 \frac{7}{9}] : 2,5 = 9 \cdot 2 \frac{7}{9} : 2,5 = 25 : 2,5 = 250 : 25 = 10.$$

4) Ответ: 0,45.

№ 182

1) Ответ: 3.

$$2) (2,5 - 0,75) \cdot \frac{4}{7} + [(3 \frac{3}{8} - 2 \frac{11}{12}) \cdot 1 \frac{7}{9} + 2 \frac{11}{12} \cdot 1 \frac{7}{9}] : (3,5 : 2 \frac{1}{3}) = 5.$$

$$1) 1 \frac{7}{9} \cdot (3 \frac{3}{8} - 2 \frac{11}{12} + 2 \frac{11}{12}) = 1 \frac{7}{9} \cdot 3 \frac{3}{8} = \frac{16}{9} \cdot \frac{27}{8} = \frac{16 \cdot 27}{9 \cdot 8} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 6;$$

$$2) 3,5 : 2 \frac{1}{3} = \frac{35}{10} : \frac{7}{3} = \frac{35 \cdot 3}{10 \cdot 7} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2} = 1,5;$$

$$3) 6 : 1,5 = 60 : 15 = 4;$$

$$4) 2,5 - 0,75 = 1,75;$$

$$5) 1,75 \cdot \frac{4}{7} = 1 \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{7 \cdot 4}{4 \cdot 7} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 1;$$

$$6) 1 + 4 = 5.$$

$$3) 0,198 \cdot 9 \frac{1}{11} - [(2,56 + \frac{3}{4} - 2,56 - 0,125) \cdot 2 \frac{2}{3} - \frac{1}{15}] : 16 \cdot (5 \frac{3}{5} + 2,25) = 1.$$

$$1) 2,56 + \frac{3}{4} - 2,56 - 0,125 = 0,75 - 0,125 = 0,625;$$

$$2) 0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}; \quad \frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{8}{3} = \frac{5 \cdot \cancel{8}}{\cancel{8} \cdot 3} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$$

$$3) 1\frac{2}{3} - \frac{1}{15} = 1\frac{10}{15} - \frac{1}{15} = 1\frac{9}{15} = 1\frac{3}{5} = 1,6;$$

$$4) 5\frac{3}{4} + 2,25 = 5,75 + 2,25 = 8;$$

$$5) 1,6 : 16 = 0,1;$$

$$6) 0,1 \cdot 8 = 0,8;$$

$$7) 0,198 \cdot 9\frac{1}{11} = \frac{198}{1000} \cdot \frac{100}{11} = \frac{198 \cdot \cancel{100}}{\cancel{1000} \cdot \cancel{11}} = \frac{18 \cdot 1}{10 \cdot 1} = \frac{18}{10} = 1,8;$$

$$8) 1,8 - 0,8 = 1.$$

$$4) (8,96 : 0,8 + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8) : 1,1 - [(5\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}) \cdot 0,9 - 4\frac{1}{3} : 2,6 \cdot 0,6] : \frac{1}{5} = 2.$$

$$1) 8,96 : 0,8 + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8 = 89,6 : 8 + \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{10} = 11,2 + 0,9 = 12,1;$$

$$2) 12,1 : 1,1 = 121 : 11 = 11; \quad 3) 5\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36} = 5\frac{21}{36} - 2\frac{17}{36} = 3\frac{4}{36} = 3\frac{1}{9};$$

$$4) \frac{28}{9} \cdot \frac{9}{10} = \frac{28 \cdot 9}{9 \cdot 10} = 2,8; \quad 5) \frac{13}{3} : \frac{26}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{13 \cdot 10 \cdot 6}{3 \cdot 26 \cdot 10} = \frac{6}{3 \cdot 2} = 1;$$

$$6) 2,8 - 1 = 1,8;$$

$$7) 1,8 : 0,2 = 18 : 2 = 9;$$

$$8) 11 - 9 = 2.$$

№ 183

$$1) \frac{7,8 : 1,1 \cdot 5,5}{0,39} = \frac{7,8 \cdot 5,5}{1,1 \cdot 0,39} = \frac{7,8 \cdot 5,5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot (10)}{1,1 \cdot 0,39 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{78 \cdot 55 \cdot 10}{11 \cdot 39} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10}{1 \cdot 2} = \frac{10 \cdot 10}{1} = 100.$$

$$2) \frac{0,16}{0,02 : 0,007 \cdot 0,8} = \frac{0,16 \cdot 0,007}{0,02 \cdot 0,8} = \frac{0,16 \cdot 0,007 \cdot 100 \cdot 1000}{0,02 \cdot 0,8 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 100} = \frac{16 \cdot 7}{2 \cdot 8 \cdot 100} = 0,07.$$

$$3) \frac{0,19 : 0,03 \cdot 0,75 \cdot 10,8}{1,2 \cdot 2,5 \cdot 5,7 : 0,4} = \frac{0,19 \cdot 0,75 \cdot 10,8 \cdot 0,4}{1,2 \cdot 2,5 \cdot 5,7 \cdot 0,03} = \frac{19 \cdot 75 \cdot 108 \cdot 4}{12 \cdot 25 \cdot 57 \cdot 3 \cdot 10} = 1,2.$$

$$4) \frac{8,1 : 0,4 \cdot 2,7 \cdot 3,06}{10,2 : 2,4 \cdot 12,5 \cdot 0,8} = \frac{8,1 \cdot 3,06 \cdot 2,4 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 10 \cdot (10)}{10,2 \cdot 0,4 \cdot 2,7 \cdot 12,5 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{81 \cdot 306 \cdot 24 \cdot 10}{102 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 125 \cdot 8} = \frac{27}{50} = \frac{54}{100} = 0,54.$$

$$5) \frac{1,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,5 \cdot 0,6 \cdot 0,71}{0,71 \cdot 1\frac{1}{6} : 3,6 \cdot 0,5} = \frac{1,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,5 \cdot 0,71 \cdot 3,6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 6}{0,71 \cdot \frac{7}{6} \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 6} = \frac{14 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 71 \cdot 36}{71 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 10} = 24.$$

$$6) \frac{2\frac{1}{7} \cdot 2,8 : 1\frac{5}{11} \cdot 6\frac{2}{11}}{0,68 : 0,016 \cdot 4\frac{2}{7} \cdot 1,4} = \frac{\frac{15}{7} \cdot 2,8 \cdot \frac{68}{11} \cdot 0,016 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 7 \cdot 11}{0,68 \cdot \frac{30}{6} \cdot 1,4 \cdot \frac{16}{11} \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{15 \cdot 28 \cdot 68 \cdot 16}{68 \cdot 30 \cdot 14 \cdot 16 \cdot 10} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

№ 184

1) Ответ: 5.

$$2) \frac{21,75 - 18\frac{3}{8}}{1,8 : 0,4 \cdot 0,3} = \frac{(21,75 - 18,375) \cdot 0,4}{1,8 \cdot 0,3} = \frac{3,375 \cdot 0,4 \cdot 1000 \cdot 10}{1,8 \cdot 0,3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot (100)} = \frac{3375 \cdot 4}{18 \cdot 3 \cdot 100} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

$$3) \frac{\left(2\frac{5}{6} + 1,75\right) \cdot 0,14}{2\frac{1}{3} \cdot 1,1 : 1,6} = \frac{\left(2\frac{5}{6} + 1,75\right) \cdot 0,14 \cdot 1,6}{2\frac{1}{3} \cdot 1,1} = 0,4.$$

$$1) 2\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4} = 2\frac{10}{12} + 1\frac{9}{12} = 3\frac{19}{12} = 4\frac{7}{12};$$

$$2) \frac{4\frac{7}{12} + 1,14 \cdot 0,6 \cdot 12 \cdot 100 \cdot 10}{2\frac{1}{3} \cdot 1,1 \cdot 3 \cdot 10 \cdot (4 \cdot 100)} = \frac{55 \cdot 14 \cdot 16}{7 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 100} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

4) Ответ: 3,75.

5) Ответ: 1,125.

$$6) \frac{(2,4 \cdot 3\frac{1}{4} + 7,1 \cdot 3\frac{1}{4}) \cdot \frac{4}{13}}{(\frac{11}{40} - 0,125) \cdot 6\frac{1}{3} + 17,1 \cdot 0,5} = \frac{9,5}{9,5} = 1.$$

Числитель:

$$(2,4 \cdot 3\frac{1}{4} + 7,1 \cdot 3\frac{1}{4}) \cdot \frac{4}{13} = 3\frac{1}{4} \cdot 9,5 \cdot \frac{4}{13} = 9,5.$$

Знаменатель:

$$(\frac{11}{40} - \frac{1}{8}) \cdot 6\frac{1}{3} + 8,55 = \frac{3}{20} \cdot \frac{19}{3} + 8,55 = \frac{95}{100} + 8,55 = 9,5.$$

№ 185

1) Ответ: 4.

2) Ответ: 0,04.

$$3) \frac{[7,88 + (4\frac{3}{5} \cdot 2,5 - 1,6 \cdot 2\frac{1}{2}) : 7,5 \cdot 2,12] : 6,25}{(10 - 8\frac{5}{8}) \cdot 0,32 + (9,6 : 9\frac{3}{5}) \cdot (0,2)^2} = \frac{1,6}{0,48} = \frac{160}{48} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}.$$

Числитель:

$$[7,88 + 2,5 \cdot (4,6 - 1,6) : 7,5 \cdot 2,12] : 6,25 = (7,88 + 2,5 \cdot 3 : 7,5 \cdot 2,12) : 6,25 = (7,88 + 2,12) : 6,25 = 10 : 6,25 = 1,6.$$

Знаменатель:

$$(10 - 8\frac{5}{8}) \cdot 0,32 + (9,6 : 9\frac{3}{5}) \cdot (0,2)^2 = 1\frac{3}{8} \cdot 0,32 + 1 \cdot 0,04 = \frac{11 \cdot 32}{8 \cdot 100} + 0,04 = 0,44 + 0,04 = 0,48.$$

Найдем 40% от $3\frac{1}{3}$.

$$1) 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5};$$

$$2) \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

Ответ: $1\frac{1}{3}$.

4) Ответ: 0,2.

№ 186

1) Ответ: 18.

2) Ответ: 2,8.

$$3) 90,9 : \left[\left(\frac{0,05}{0,125 \cdot \frac{1}{9}} + \frac{0,03 : 0,1}{0,5 + \frac{1}{4}} \right) : \left(1 \frac{8}{15} : 1 \frac{8}{15} - \frac{1,5 : 3 \frac{3}{4}}{0,25 + 3 \frac{1}{4} : 13} \right) - 18 \frac{1}{5} \right] = 50,5$$

$$1) \frac{0,05}{\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{9}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{72}} = \frac{72}{20} = \frac{18}{5} = 3,6; \quad 2) \frac{0,03 : 0,1}{0,5 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{0,3}{0,5 + 0,25} = \frac{0,3}{0,75} = 0,4;$$

$$3) 3,6 + 0,4 = 4; \quad 4) \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{15}{4}}{\frac{1}{4} + \frac{13}{4} : 13} = \frac{\frac{3 \cdot 4}{2 \cdot 15}}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \cdot 2 = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$5) 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0,2; \quad 6) 4 : 0,2 = 40 : 2 = 20; \quad 7) 20 - 18,2 = 1,8;$$

$$8) 90,9 : 1,8 = 909 : 18 = 50,5;$$

$$25\% = 0,25$$

$$50,5 : 0,25 = 5050 : 25 = 202.$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 194 (1)

1) Задание выполняется устно.

Расстояние уменьшится;

$$v_{\text{сбл.}} = 8 \text{ км/ч};$$

$$2 \cdot 8 = 16 \text{ (км)} \text{ — на столько уменьшится расстояние};$$

$$30 - 16 = 14 \text{ (км)} \text{ — расстояние спустя 2 часа};$$

$$30 : 8 = \frac{30}{8} = 3 \frac{3}{4} = 3,75 \text{ (ч)}.$$

Встреча произойдет через $3 \frac{3}{4}$ часа.

№ 195 (1)

Задание выполняется у доски.

Повторяются правила нахождения дроби от числа; правила решения задач на встречное движение; применение рациональных приемов при вычислении.



$$1) 82,5 \cdot \frac{11}{15} = \frac{11 \cdot 82,5 \cdot 10}{15 \cdot 10} = \frac{11 \cdot 825}{15 \cdot 10} = \frac{605}{10} = 60,5 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость автобуса};$$

$$2) 82,5 + 60,5 = 143 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость сближения};$$

$$3) 400,4 : 143 = 2,8 \text{ (ч)} \text{ — время движения каждой машины};$$

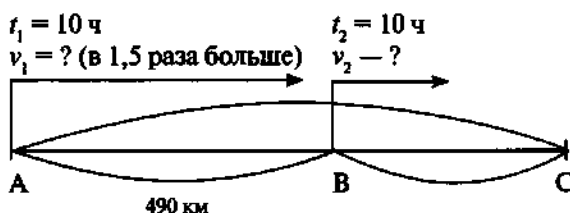
$$4) 2,8 \cdot 60,5 = 169,4 \text{ (км)} \text{ — путь автобуса}.$$

Ответ: 169,4 км.

№ 196 (4)

Задача решается у доски.

Повторение правил решения задач на движение вдогонку с помощью уравнения; применение рациональных приемов при вычислении.



1) $490 : 10 = 49$ (км/ч) — скорость сближения;

2) $v_1 - v_2 = v_{\text{сближ.}}$

Пусть $v_2 = x$ км/ч, тогда $v_1 = 1,5x$ км/ч.

Составим модель задачи и решим ее.

$$1,5x - x = 49$$

$$x(1,5 - 1) = 49$$

$$x \cdot 0,5 = 49$$

$$x = 49 : 0,5 = \frac{49 \cdot 10}{0,5 \cdot 10} = \frac{490}{5} = 98, \quad \text{либо } 49 : \frac{1}{2} = \frac{49 \cdot 2}{1} = 98$$

$$x = 98$$

$$v_2 = 98 \text{ км/ч};$$

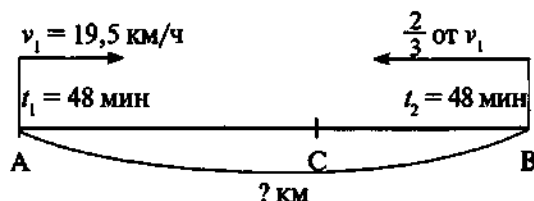
$$v_1 = 98 \cdot 1,5 = 147 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 98 км/ч; 147 км/ч.

№ 198 (1)

Первую часть задачи можно разобрать вместе у доски, вторая часть задачи решается самостоятельно с самопроверкой по образцу.

Составить математическую модель задачи и решить ее:



$$1) 48 \text{ мин} = \frac{48}{60} \text{ ч} = \frac{4}{5} \text{ ч};$$

$$2) \left(19,5 + \frac{2}{3} \cdot 19,5 \right) \cdot \frac{4}{5} = 1 \frac{2}{3} \cdot \frac{195}{10} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 195 \cdot 4}{3 \cdot 10 \cdot 5} = 26 \text{ (км).}$$

Ответ: 26 км.

— На каком расстоянии друг от друга были велосипедисты через 0,5 часа после выезда? Через полтора часа?

Учащиеся отвечают на вопрос по вариантам.

1-й вариант.

$$26 - (19,5 + \frac{2}{3} \cdot 19,5) \cdot 0,5 = 26 - \frac{5 \cdot 195 \cdot 5}{3 \cdot 10 \cdot 10} = 26 - 16 \frac{1}{4} = 9 \frac{3}{4} \text{ (км).}$$

2 вариант.

$1,5 - 0,8 = 0,7$ (ч) — время движения после встречи;

$$(19,5 + \frac{2}{3} \cdot 19,5) \cdot 0,7 = \frac{5 \cdot 195 \cdot 7}{3 \cdot 10 \cdot 10} = 22 \frac{3}{4} \text{ (км).}$$

Ответ: $9\frac{3}{4}$ км; $22\frac{3}{4}$ км.

№ 201(4)

Задача решается у доски с комментированием.

$$1 \text{ ч } 40 \text{ мин} = 1\frac{2}{3} \text{ ч.}$$

1) $324 - 294 = 30$ (км) — расстояние, которое проехали мотоциклисты вместе;

2) $30 : \frac{5}{3} = 30 \cdot \frac{3}{5} = 18$ (км/ч) — скорость второго больше скорости первого.

Пусть скорость второго мотоциклиста x км/ч, скорость первого мотоциклиста $0,8x$ км/ч.

$$x - 0,8x = 18 \Leftrightarrow 0,2x = 18 \Leftrightarrow x = 18 : 0,2 \Leftrightarrow 180 : 2 = 90.$$

Если $x = 90$, то $0,8 \cdot 90 = 72$.

Ответ: скорости мотоциклистов 72 км/ч и 90 км/ч.

№ 202(2)

В данной задаче необходимо применить новый метод для вычисления значения дробного выражения при решении задачи на совместную работу.

	Время, ч	Какая часть заполнена	Скорость наполнения, часть бассейна в час
I	2	1	$\frac{1}{2}$
II	4	1	$\frac{1}{4}$
III	12	1	$\frac{1}{12}$
Вместе	?	1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

$$A = v \cdot t; \quad t = A : v = \frac{A}{v};$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \frac{1}{\frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}} = \frac{1 \cdot 12}{\frac{10}{12} \cdot 12} = \frac{12}{10} = 1,2$$

Ответ: за 1,2 часа все три трубы смогут наполнить бассейн, если их включить одновременно.

№ 203(2)

Задача решается у доски с комментированием.

1) $1 : 2,4 = 10 : 24 = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ (заказа) — производительность двух операторов;

2) $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (заказа) — производительность одного оператора;

3) $\frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{5-3}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (заказа) — производительность второго оператора;

4) $2 \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{6}$ (заказа) — выполнили оба оператора;

5) $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ (заказа) — осталось выполнить;

6) $\frac{1}{6} : \frac{1}{6} = 1$ (ч) — работал один оператор;

7) $2 + 1 = 3$ (ч).

Ответ: за 3 ч был выполнен заказ.

П.2.1.2. ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ ПО РЕКЕ

Уроки 22–24									

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать умение решать задачи на движение по реке, вывести соответствующие формулы зависимостей между величинами.
- 2) Тренировать умение выражать переменные из формул, переводить «основные» дроби из десятичных в обыкновенные, и наоборот ($\frac{2}{5} = 0,4$; $0,25 = \frac{1}{4}$ и т. г.). Повторить и закрепить: метод перебора, решение простейших неравенств на N ; измерение и построение углов с помощью транспортира; понятия развернутого, смежного и вертикального углов; приемы устных и письменных вычислений с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся рассматривают новый вид движения — движение по реке. Они знакомятся с величинами, описывающими движение по реке (собственная скорость, скорость течения реки, скорости по течению и против течения), выводят формулы зависимости между данными величинами и учатся применять эти формулы для решения текстовых задач.

Учащиеся знакомятся с формулой нахождения скорости течения через скорости по течению и против течения и с аналогичной формулой для собственной скорости объекта.

При решении задач на движение по реке используются различные способы решения задач, известные шестиклассникам, в том числе и аналогия с задачами на совместную работу. Можно этому способу посвятить отдельный урок открытия нового знания. Однако в пятом классе этот же прием использовался для решения задач на движение по суше. Поэтому в более подготовленном классе можно этот урок провести и как урок рефлексии, проведя актуализацию на задаче на движение по реке.

Приведем пример структуры урока по открытию формул скорости по течению и против течения.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Формулы скорости по течению и скорости против течения.

2. Актуализация.

Повторить: формулу движения $s = vt$.

Ввести: понятие скорость течения реки.

3. Задание на пробное действие.

Скорость теплохода $v_{\text{соб.}}$, а скорость течения реки $v_{\text{теч.}}$. С какой скоростью будет двигаться теплоход: а) по течению; б) против течения?

Составьте выражение и найдите его значение при $v_{\text{соб.}} = 60$ км/ч, $v_{\text{теч.}} = 2$ км/ч.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу составить выражения для задачи про движение по реке.

— Я не могу обосновать, что правильно составил выражения для задачи про движение по реке.

5. Фиксация причины затруднения.

— В этой задаче появились новая величина $v_{\text{соб.}}$. Мы не знаем формул нахождения скоростей по течению и против течения

6. Цель деятельности.

Выяснить, что такое собственная скорость, построить способ нахождения скоростей по течению и против течения.

7. Фиксация нового знания.

$$v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}}; \quad v_{\text{пр. теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}}$$

Для открытия новых формул, описывающих скорости движения по реке, целесообразно использовать графическую модель — координатный луч, с помощью которого учащиеся анализируют расстояние, пройденное по реке самим объектом, и расстояние (с учетом направления движения), на которое его переместит течение реки. Таким образом, они выйдут соответственно на сложение или вычитание собственной скорости и скорости течения реки.

При реализации плана открытия этих формул можно использовать различную степень обобщения: в менее подготовленных классах предложить задачу с числовыми значениями скоростей и после этого выйти на обобщение, а в более сильных классах — сразу решить проблему в общем виде.

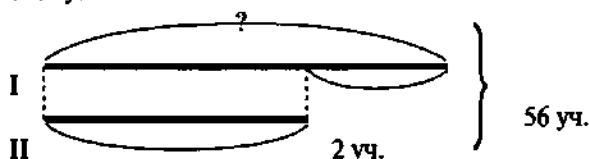
Особенности изучения учебного содержания

При изучении данного пункта учащиеся выводят путем алгебраических преобразований и иллюстрируют на графической схеме (стр. 56) формулы нахождения собственной скорости движущегося по реке объекта и скорости течения реки.

«Собственная скорость объекта равна полусумме скоростей по течению и против течения»;

«Скорость течения реки равна полуразности скоростей по течению и против течения».

В начальной школе учащиеся решали задачи на нахождение величин по их сумме и разности. Примером такой задачи может служить следующая задача: «В двух классах учится 56 человек, причем во втором классе на 2 человека меньше, чем в первом. Сколько человек в каждом классе?» Учащиеся составляли следующую схему:



Задача решалась по действиям, находили меньшую величину $(56 - 2) : 2 = 27$ (уч.) или большую величину $(56 + 2) : 2 = 29$ (уч.).

Актуализировав этот способ решения задач, перед учащимися можно ставить задачу самостоятельного вывода формул нахождения собственной скорости движущегося по реке объекта и скорости течения реки.

В данном пункте для решения предлагается широкий спектр задач, которые описывают движение по реке, однако требуют различного подхода к своему решению. Таким образом, при решении задач на движение по реке учащимися повторяются известные им способы решения задач (по действиям, по аналогии с задачами на «совместную работу», с помощью уравнений).

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задание № 221 выполняется с целью введения понятия скорости течения. При его выполнении следует обсудить с учащимися особенности движения по реке. Пусть они подумают, смог бы парусник двигаться не по ручью, а в стоячей воде (в безветренную погоду). Можно задать учащимся вопросы, почему парусник (плот) плывет по течению ручья, а не против него. Предложить им вспомнить, какие объекты могут двигаться против течения. Целесообразно обсудить, как труднее двигаться — по течению или против течения реки и почему.

В заданиях № 222—224 учащиеся отрабатывают формулы скорости по течению реки $v_{\text{по теч.}} = v_{\text{соб.}} + v_{\text{теч.}}$ и скорости против течения $v_{\text{пр. теч.}} = v_{\text{соб.}} - v_{\text{теч.}}$.

В заданиях № 225—226 они применяют новые формулы скорости по течению и против течения при поиске других величин (расстояния и времени). Они

применяют известную им формулу движения $S = vt$, только под скоростью понимается теперь скорость движения по течению или против течения.

В № 227 учащиеся работают с буквенными выражениями. При его выполнении с целью организации обратной связи можно использовать четыре карточки: $v_{\text{соб.}}$, $v_{\text{теч.}}$, $v_{\text{по теч.}}$, $v_{\text{пр. теч.}}$, которые должны быть у каждого ученика на парте. Эти же карточки можно использовать и с другими целями, например при опросе по формулам движения по реке. Эти карточки могут сделать сами учащиеся.

В заданиях № 228—229 используется формула нахождения скорости течения через скорости по течению и против течения и аналогичная формула для собственной скорости объекта: $v_{\text{теч.}} = (v_{\text{по теч.}} - v_{\text{пр. теч.}}) : 2$ и $v_{\text{соб.}} = (v_{\text{по теч.}} + v_{\text{пр. теч.}}) : 2$. Одно из этих заданий можно использовать для пробного действия с целью создания проблемной ситуации. Остальные задания этих номеров — для выработки умения применять установленные формулы.

При решении задач на движение по реке помимо арифметического способа (по действиям) используются различные способы решения задач, известные шестиклассникам. При решении задач в заданиях № 231—232 учащиеся используют прием решения задач на «совместную работу», принимая расстояние за 1 и рассчитывая скорость движения в частях. В № 233 они повторяют метод решения задач с помощью уравнений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 22 (21)	Урок 23 (22)	Урок 24 (23)
К	№ 221—226	№ 227—230	№ 231—233
П	№ 234—235	№ 237—239	№ 240—244
Д	п. 2.1.2, № 245, 250, 253	№ 247, 251, 252	№ 246, 248, 249
С	№ 254	№ 255	№ 256

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 22—24.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 221

$$1) v = S : t; \quad 1 \text{ км} = 1000 \text{ м}; \quad 1 \text{ ч} = 60 \text{ мин.}$$

$$300 : 15 \text{ м/мин} = 20 \text{ м/мин} = 20 \cdot 60 \text{ м/ч} = 1200 : 1000 \text{ км/ч} = 1,2 \text{ км/ч.}$$

Можно свернуть запись при переводе единиц измерения скорости:

$$20 \text{ м/мин} = 20 : 1000 \cdot 60 \text{ км/ч} = 1,2 \text{ км/ч}$$

Ответ: 1,2 км/ч.

$$2) v_{\text{пл.}} = v_{\text{теч.}} = 2,4 \text{ км/ч.}$$

$$10,2 : 2,4 = 4,25 \text{ ч} = 4 \text{ ч } 15 \text{ мин.}$$

Ответ: 4 ч 15 мин.

№ 222

$$1) a + b = 38;$$

$$2) a - b = 34,8.$$

№ 223

1) Собственная скорость дана в км/ч, а скорость реки — в м/мин. Выразим км/ч в м/мин.

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}; \quad 1 \text{ ч} = 60 \text{ мин.}$$

$$14,8 \text{ км/ч} = 14,8 \cdot 1000 : 60 \text{ (м/мин)} = 246 \frac{2}{3} \text{ м/мин.}$$

$$246 \frac{2}{3} + 40 = 286 \frac{2}{3} \text{ (м/мин).}$$

$$286 \frac{2}{3} : 1000 \cdot 60 = \frac{860 \cdot 60}{3 \cdot 1000} = 17,2 \text{ (км/ч)}.$$

Или выразим м/мин в км/ч.

$$40 \text{ м/мин} = 40 : 1000 \cdot 60 \text{ км/ч} = 2,4 \text{ км/ч}.$$

$$14,8 + 2,4 = 17,2 \text{ (км/ч)}.$$

2) Выразим из второй формулы собственную скорость катера:

$$v_{\text{соб.}} = v_{\text{пр. теч.}} + v_{\text{теч.}}$$

Выразим скорость течения в м/мин: $2,7 \text{ км/ч} = 2,7 \cdot 1000 : 60 \text{ (м/мин)} = 45 \text{ м/мин}.$

$$280 + 45 = 325 \text{ (м/мин)} \text{ — собственная скорость катера;}$$

$$325 + 45 = 370 \text{ (м/мин)} \text{ — скорость по течению;}$$

$$325 \cdot 60 : 1000 = 19,5 \text{ (км/ч);}$$

$$370 \cdot 60 : 1000 = 22,2 \text{ (км/ч)}.$$

Или изначально выразим м/мин в км/ч.

$$280 \text{ м/мин} = 280 : 1000 \cdot 60 \text{ км/ч} = 16,8 \text{ км/ч;}$$

$$16,8 + 2,7 = 19,5 \text{ (км/ч)} \text{ — собственная скорость катера;}$$

$$19,5 + 2,7 = 22,2 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость по течению.}$$

№ 224

1) лодка будет перемещаться по течению со скоростью $v = 7,7 \text{ км/ч};$

2) лодка будет перемещаться против течения со скоростью $v = 1,3 \text{ км/ч};$

3) лодка не будет перемещаться относительно берега. $v = 3,2 - 3,2 = 0 \text{ км/ч};$

4) лодку будет сносить по течению со скоростью $v = 0,7 \text{ км/ч}.$

№ 225

1) $v_{\text{теч.}} = 2,5 \text{ км/ч};$

$$v_{\text{пр. теч.}} = 30 \text{ км/ч;}$$

$$S = 35 \cdot 2,6 + 30 \cdot 0,8 = 91 + 24 = 115 \text{ (км)}.$$

2) $v_{\text{теч.}} = 4,5 \text{ км/ч};$

$$v_{\text{пр. теч.}} = 19,2 \text{ км/ч;}$$

$$S = 19,2 \cdot 2 + 10,2 \cdot 4,5 = 38,4 + 45,9 = 84,3 \text{ (км)}.$$

№ 226

Задача решается у доски.

	$S, \text{ км}$	$v_{\text{соб.}}, \text{ км/ч}$	$v_{\text{теч.}}, \text{ км/ч}$	$t, \text{ км}$
Туда	16,8	11,2	25%	?
Обратно	16,8	11,2	25%	?

1) $11,2 \cdot 0,25 = 2,8 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость течения реки;}$

2) $11,2 + 2,8 = 14 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость по течению;}$

3) $16,8 : 14 = 1,2 \text{ (ч)} \text{ — затрачено время туда;}$

4) $11,2 - 2,8 = 8,4 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость против течения;}$

5) $16,8 : 8,4 = 2 \text{ (ч)} \text{ — затрачено время на обратный путь;}$

6) $1,2 + 2 = 3,2 \text{ (ч)}.$

Ответ: за 3,2 ч лодка проплывет путь туда и обратно.

№ 227

1) $v_{\text{по теч.}};$

2) $v_{\text{пр. теч.}};$

3) $v_{\text{соб.}};$

4) $v_{\text{по теч.}};$

5) $v_{\text{соб.}};$

6) $v_{\text{пр. теч.}};$

7) $v_{\text{соб.}};$

8) $v_{\text{теч.}}.$

№ 228

$(x + y) : 2 \text{ (км/ч)} \text{ — собственная скорость;}$

$(x - y) : 2 \text{ (км/ч)}.$

1) $(42,6 + 34,2) : 2 = 38,4 \text{ (км/ч);}$

$$(42,6 - 34,2) : 2 = 4,2 \text{ (км/ч);}$$

2) $(35,6 + 28) : 2 = 31,8 \text{ (км/ч);}$

$$(35,6 - 28) : 2 = 3,8 \text{ (км/ч)}.$$

№ 229

1)

$$1) (10,5 + 6,7) : 2 = 17,2 : 2 = 8,6 \text{ (км/ч);}$$

$$2) (10,5 - 6,7) : 2 = 3,8 : 2 = 1,9 \text{ (км/ч).}$$

Ответ: скорость течения 1,9 км/ч; собственная скорость лодки 8,6 км/ч.

2)

$$1) 48,6 : 3 = 16,2 \text{ (км/ч) — скорость по течению;}$$

$$2) 52,2 : 4,5 = 11,6 \text{ (км/ч) — скорость против течения;}$$

$$3) (16,2 + 11,6) : 2 = 13,9 \text{ (км/ч) — собственная скорость;}$$

$$4) 55,6 : 13,9 = 4 \text{ (ч).}$$

Ответ: катер по озеру проплывет за 4 ч.

№ 230

1) Лодка плывет по течению со скоростью $8,2 + v_{\text{теч.}}$. Катер ее догоняет, значит, он тоже плывет по течению со скоростью $15,8 + v_{\text{теч.}}$. Скорость сближения будет зависеть только от собственных скоростей лодки и катера:

$$(15,8 + v_{\text{теч.}}) - (8,2 + v_{\text{теч.}}).$$

Воспользуемся правилом вычитания суммы из числа:

$$(15,8 + v_{\text{теч.}}) - (8,2 + v_{\text{теч.}}) = 15,8 + v_{\text{теч.}} - 8,2 - v_{\text{теч.}} = 15,8 - 8,2.$$

Ответим на вопрос задачи:

$$5,7 : (15,8 - 8,2) = 5,7 : 7,6 = 0,75 \text{ (ч).}$$

$$0,75 \text{ ч} = 45 \text{ мин.}$$

Лишнее данное — скорость течения.

Ответ: через 45 минут.

2) Скорость сближения будет зависеть только от собственных скоростей теплоходов:

$$32 - v_{\text{теч.}} + (25,6 + v_{\text{теч.}}) = 32 - v_{\text{теч.}} + 25,6 + v_{\text{теч.}} = 32 - v_{\text{теч.}} + v_{\text{теч.}} + 25,6 = 32 + 25,6.$$

Лишнее данное — скорость течения.

$$144 - (32 + 25,6) \cdot 0,5 = 144 - 57,6 \cdot 0,5 = 144 - 28,8 = 115,2 \text{ (км);}$$

$$144 : (32 + 25,6) = 144 : 57,6 = 2,5 \text{ (ч).}$$

Ответ: 115,2 км будет между ними через 0,5 часа; встреча произойдет через 2,5 ч.

№ 231

1) Задание можно выполнить фронтально с оформлением на доске.

Расстояние принимаем за 1.

$$1) 1 : 7 = \frac{1}{7} \text{ (пути) — собственная скорость катера;}$$

$$2) 1 : 6 = \frac{1}{6} \text{ (пути) — скорость катера по течению;}$$

$$3) \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42} \text{ (пути) — скорость течения (скорость плота);}$$

$$4) 1 : \frac{1}{42} = 42 \text{ (ч).}$$

Ответ: 42 часа плоту потребуется для прохождения того же расстояния.

2) Расстояние принимаем за единицу.

$$1) 1 : 4 = \frac{1}{4} \text{ (пути) — собственная скорость лодки;}$$

$$2) 1 : 12 = \frac{1}{12} \text{ (пути) — скорость плота (скорость течения);}$$

$$а) 3) \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3+1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \text{ (пути) — скорость лодки по течению;}$$

$$4) 1 : \frac{1}{3} = 3 \text{ (ч);}$$

$$б) 3) \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{3-1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \text{ (пути) — скорость лодки против течения;}$$

$$4) 1 : \frac{1}{6} = 6 \text{ (ч)}.$$

Ответ: по течению лодке потребуется 3 ч, против течения — 6 ч.

№ 232

1) Движение навстречу друг другу, надо найти скорость сближения.

$$1) 1 : 6 = \frac{1}{6} \text{ (пути)} \text{ — скорость катера против течения;}$$

$$2) 1 : 30 = \frac{1}{30} \text{ (пути)} \text{ — скорость плота (скорость течения реки);}$$

$$4) \frac{1}{30} + \frac{1}{6} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} \text{ (пути)} \text{ — скорость сближения;}$$

$$5) 1 : \frac{1}{5} = 5 \text{ (ч)}.$$

Ответ: через 5 часов катер встретит плот.

2. **Ответ:** 52 ч.

№ 233

1)

	$v_{\text{соб.}}, \text{ км/ч}$	$v_{\text{теч.}}, \text{ км/ч}$	$S, \text{ км}$	$t, \text{ ч}$
По течению	$7x$	x	42	1,25

$$(7x + x) \cdot 1,25 = 42$$

$$8x = 42 : 1,25 \quad 4200 : 125 = 33,6$$

$$8x = 33,6$$

$$x = 33,6 : 8$$

$$x = 4,2$$

$$7 \cdot 4,2 = 29,4 \text{ (км/ч);}$$

$$29,4 - 4,2 = 25,2 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: скорость против течения 25,2 км/ч.

2)

	$v_{\text{пр. теч.}}, \text{ км/ч}$	$v_{\text{теч.}}, \text{ км/ч}$	$S, \text{ км}$	$t, \text{ ч}$
По течению	$4x$	x	49	2,8

$$(4x + x) \cdot 2,8 = 49$$

$$5x = 49 : 2,8 \quad 490 : 28 = 17,5$$

$$5x = 17,5$$

$$x = 17,5 : 5$$

$$x = 3,5$$

$$17,5 + 3,5 = 21 \text{ (км/ч)}$$

$$21 \cdot 2,8 = 58,8 \text{ (км)}$$

Ответ: лодка пройдет 58,8 км.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 234

А	0,4;	3,56;	Б	0,58;	0,09;
	0,82;	4,18;		68;	19;
	2,25;	0,2;		60 000;	8,1;
	2,16;	160.		2,6;	10,2.

№ 236

В блоке заданий на повторение рекомендуется обратить внимание на это задание, в нем учащиеся знакомятся с новым приемом устного счета: заменой умножения на 0,5; 0,25; 0,125; 0,1 и т. д. делением соответственно на 2, 4, 8, 10 и т. д.

$$64 \cdot 0,125 = 64 \cdot \frac{1}{8} = 64 : 8 = 8$$

Чтобы применять данный вычислительный прием, учащиеся должны вспомнить, какие обыкновенные дроби соответствуют «основным» десятичным дробям. Для этого можно использовать дидактическую игру «Продолжи цепочку»: кто-либо из учеников называет сначала одну из «основных» десятичную дробь, а затем — имя своего одноклассника, который должен быстро назвать соответствующую ей обыкновенную дробь. Тот, в свою очередь, называет другую дробь и имя третьего ученика и т. д. Поскольку имя ученика называется после задания дроби, то в игру активно включается весь класс.

8	0,9	7	0,715
7	36	40	340
101	0,06	0,007	0,9
8,24	256	141,4	0,15
16	0,9	1,11	0,7

№ 237

Задание выполняется у доски с комментированием.

$$1) \frac{3}{a} - \frac{b}{2a} = \frac{6-b}{2a},$$

$$5) \frac{a}{4b^2} \cdot \frac{2b}{a} = \frac{a \cdot 2b}{4b^2 \cdot a} = \frac{1}{2b},$$

$$2) \frac{c}{2d} + \frac{1}{cd} = \frac{cd+2}{2cd},$$

$$6) \frac{3xy}{k} : \frac{3x^2}{7k} = \frac{3xy \cdot 7k}{k \cdot 6x^2} = \frac{7y}{2x},$$

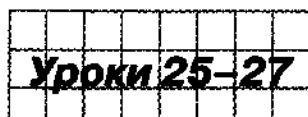
$$3) \frac{4}{x^2} + \frac{y}{2x} = \frac{8+xy}{2x^2};$$

$$7) \frac{m}{3n} : (mn) = \frac{m}{3n \cdot mn} = \frac{1}{3n^2};$$

$$4) \frac{2b}{n} - 3 = \frac{2b-3n}{n};$$

$$8) \frac{m}{3n} \cdot (mn) = \frac{m \cdot mn}{3n} = \frac{m^2}{3}.$$

П.2.1.3. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ



Основные содержательные цели:

1) Сформировать понятие среднего арифметического, умение находить среднее арифметическое нескольких чисел.

2) Повторить и закрепить: понятия определения, отрицания, запись высказываний и их отрицаний с помощью кванторов; приемы доказательства высказываний; формулу деления с остатком; координаты на луче; решение уравнений и текстовых задач; приемы устных и письменных вычислений с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся знакомятся с понятием *среднего арифметического*. Они применяют понятие среднего арифметического для решения практических задач, например задач на сравнение результативности некоторого процесса. Здесь же они решают задачи на нахождение *средней скорости*.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Понятие среднего арифметического.

2. Актуализация.

Для выполнения пробного задания проводится следующая подготовительная работа. Учащиеся выполняют задание на повторение. Затем учащиеся проводят самооценку выполнения этого задания, суммируя баллы, набранные за каждый верно выполненный пример. Полученные баллы выписываются на доске.

3. Задание на пробное действие.

После этого учащимся предлагается выяснить, какой ряд справился с заданием лучше. Скорее всего, они подсчитают сумму всех баллов, набранных каждым рядом. Учитель обращает внимание учащихся на то, что ряд, в котором больше учащихся, имеет преимущество. В рядах разное количество учеников, поэтому они находятся в неравных условиях.

После чего учитель формулирует задание: «Чтобы выяснить, какой ряд лучше справился с заданием, чья работа была результативнее, найдите *средний балл*, который получил каждый ряд за выполнение задания».

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу найти средний балл каждого ряда.

— Я не могу обосновать свои действия по нахождению среднего балла.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет способа нахождения среднего балла.

6. Цель деятельности.

Найти способ нахождения среднего балла, т. е. способ, позволяющий узнать, какой ряд лучше справился с заданием. (Учитель обобщает: узнать способ, позволяющий узнать результативность некоторого процесса.)

7. Фиксация нового знания.

Средним арифметическим нескольких чисел называется результат деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Среднее арифметическое чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ — $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$

Алгоритм нахождения среднего арифметического нескольких чисел (величин):

1. Найти сумму всех чисел (значений величин).

2. Найти частное полученной суммы и количества слагаемых.

Открыть понятие среднего арифметического учащиеся могут, проанализировав, от чего зависит результативность работы каждого ряда. Они понимают, что результативность ряда зависит не только от суммы набранных баллов, но и от количества человек в ряду. Зная смысл деления, они сформулируют гипотезу. Ввести название нового понятия можно, опираясь на то, что все действия, с помощью которых получено среднее значение, называются *арифметическими* действиями.

Второй урок открытия нового знания строится на понятии средней скорости.

Кроме двух уроков открытия нового знания планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 27), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели **урока № 27**: формировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности — к фиксации собственных затруднений по теме «Среднее арифметическое и средняя скорость», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; повторить и закрепить использование понятий «среднее арифметическое» и «средняя скорость» для решения задач; построение математической модели для решения задач; нахождение неизвестного компонента.

Особенности изучения учебного содержания

Понятие среднего арифметического сопоставляется с понятием средней скорости (задача № 3, стр. 65), раскрывается связь между этими понятиями. Уча-

щиеся должны уяснить, что, несмотря на схожесть названий, средняя скорость вычисляется не как среднее арифметическое скоростей, а как частное от деления всего расстояния на время, затраченное на весь путь. Средняя скорость движения зависит не только от скорости, с которой двигался объект, но и от того, как долго он двигался с той или иной постоянной скоростью.

В более подготовленных классах или на факультативном занятии учащиеся могут познакомиться с понятием *среднего гармонического*, используя материал учебника (№ 296).

Задачи на среднее арифметическое решаются как арифметическим, так и алгебраическим способом.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Выполняя задание № 257, учащиеся формулируют гипотезу о расположении среднего арифметического двух чисел. Можно провести аналогию с названием понятия: среднее арифметическое двух чисел находится строго *посередине* между ними на числовом луче.

В задании № 258 учащиеся отрабатывают формулу среднего арифметического в общем виде.

В задании № 259 учащиеся применяют полученную в № 257 гипотезу.

Задание № 260 используется на первичном закреплении, в нем учащиеся применяют формулу среднего арифметического для данных чисел.

Задание № 261 готовит учащихся к выполнению № 262. В этих заданиях учащиеся, пользуясь формулой $a_{cp} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$, находят сумму значений или количество слагаемых по известному значению среднего арифметического.

Выполняя задания № 263—265, 268, учащиеся применяют понятие среднего арифметического для определения результативности некоего процесса. В этих практических задачах они вычисляют среднее арифметическое величин, вычисляя среднюю температуру, среднюю оценку, средний вес, всхожесть, урожайность.

Выполняя задания № 266—267, учащиеся вычисляют среднюю скорость как частное от деления всего расстояния на время, затраченное на весь путь. Одну из этих задач можно использовать в качестве задания на пробное действие на уроке открытия способа вычисления средней скорости.

Задание № 269 выполняется с помощью метода математического моделирования. Математической моделью задач будет уравнение, которое составляется с опорой на понятие среднего арифметического чисел.

В № 270 понятие среднего арифметического применяется при доказательстве высказываний методом введения обозначений (при указании контрпримера для опровержения высказываний).

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 25 (24)	Урок 26 (25)	Урок 27 (26)
К	№ 257—263	№ 227—230	№ 231—233
П	№ 271—275	№ 237—239	№ 240—244
Д	п. 2.1.1, № 283, 284, 253	№ 247, 251, 252	№ 246, 248, 249
С	№ 254	№ 255	№ 256

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 25 — 27. После изучения данного пункта проводится урок рефлексии по содержанию первого параграфа и контрольная работа № 2 (сценарии № 28, 29—30).

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 257

1) $(2 + 8) : 2 = 5$.

5 находится посередине между 2 и 8.

2) Может быть сформулирована гипотеза: на координатном луче среднее арифметическое двух чисел располагается посередине между ними.

№ 258

1) $\frac{a+b}{2}$; 2) $\frac{a+b+c}{3}$; 3) $\frac{a+b+c+d}{4}$; 4) $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k}{k}$.

№ 259

Воспользовавшись гипотезой, сформулированной в № 257, нужно измерить длину отрезка, образованного точками с координатами x и y , и, отметив его середину, показать число $\frac{x+y}{2}$.

№ 260

1) $(1,5 + 2) : 2 = (1,5 + 2,25) : 2 = 3,75 : 2 = 1,875$;

2) $(7\frac{1}{2} + 4,1) : 2 = (7,5 + 4,1) : 2 = 11,6 : 2 = 5,8$;

3) $(5\frac{1}{6} + 1,25 + 3,5) : 3 = (5\frac{1}{6} + 4\frac{3}{4}) : 3 = 9\frac{2+9}{12} : 3 = 9\frac{11}{12} : 3 = 3\frac{11}{36}$;

4) $(0,54 + 1\frac{4}{5} + 2,46) : 3 = (0,54 + 1,8 + 2,46) : 3 = 4,8 : 3 = 1,6$;

5) $(2,108 + 4\frac{9}{25} + 8,1 + 1,44) : 4 = (2,108 + 8,1 + 4,36 + 1,44) : 4 = (10,208 + 6) : 4 = 16,008 : 4 = 4,002$;

6) 0,05.

№ 261

а) Числа, для которых известно среднее арифметическое, обозначим как x и y .

$$(x + y) : 2 = 4,5$$

$$x + y = 4,5 \cdot 2$$

$$x + y = 9$$

Ответ: сумма чисел равна 9.

б) $1\frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{11 \cdot 3}{6} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$;

в) $0,28 \cdot 5 = 1,4$

г) $10,6 \cdot 8 = 84,8$.

№ 262

1.

1) $24 \cdot 15,5 = 372$ (лет) — всем школьникам секции;

2) $25 \cdot 15,4 = 385$ (лет) — стал общий возраст школьников секции;

3) $385 - 372 = 13$ (лет).

Ответ: новому игроку 13 лет.

2.

1) $30 \cdot 10\frac{1}{3} = 310$ (лет) — общий возраст;

2) $31 \cdot 11 = 341$ (лет) — вместе с учителем;

3) $341 - 310 = 31$ (год).

Ответ: учителю 31 год.

№ 263

1) 11° ;

2) Да, справилась, 5,5.

№ 264

1) Ответ: средний вес равен 1,5 кг.

2) Ответ: 1 кг ассорти стоит 170, 8 руб.

№ 265

Ответ: взойшло в среднем 83 семени.

№ 266

1) $40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч};$

$(2,4 + 3,2 + 5,2) : \frac{2}{3} = 16,2 \text{ км/ч.}$

Ответ: средняя скорость лыжника 16,2 км/ч.

2) $75,6 : (0,8 + 0,4 + 0,2) = 54 \text{ км/ч.}$

Ответ: средняя скорость машины 54 км/ч.

№ 267

1.

1) $13,5 \cdot 2 = 27 \text{ (км)}$ — расстояние, пройденное за 2 часа;

2) $12,6 + 27 = 39,6 \text{ (км)}$ — весь пройденный путь;

3) $1 + 2 = 3 \text{ (ч)}$ — время, затраченное на весь путь;

4) $39,6 : 3 = 13,2 \text{ (км/ч).}$

Ответ: средняя скорость движения 13,2 км/ч.

2.

1) $1,5 \cdot 5,8 = 8,7 \text{ (км)}$ — прошли туристы за 1,5 ч;

2) $3,2 \cdot 4,5 = 14,4 \text{ (км)}$ — прошли туристы за 3,2 ч;

3) $0,3 \cdot 3 = 0,9 \text{ (км)}$ — прошли туристы за 3 ч;

4) $8,7 + 14,4 + 0,9 = 24 \text{ (км)}$ — весь пройденный путь;

5) $1,5 + 3,2 + 0,3 = 5 \text{ (ч)}$ — все время;

6) $24 : 5 = 4,8 \text{ (км/ч).}$

Ответ: средняя скорость движения туристов 4,8 км/ч.

№ 268

1) Средняя урожайность делянок — 1,74 ц, 1,5 ц, 1,56 ц; поля — 1,57 ц.

2) На 5,6 ц/га, средняя урожайность в колхозе — 33 ц/га.

№ 269

1.

$8,2 \cdot 2 = 16,4$ — сумма двух чисел.

$16,4 - 4,5 = 11,9.$

Ответ: второе число 11,9.

2.

1) $21,8 \cdot 2 = 43,6$ — сумма двух чисел.

2) x — одно из чисел, $x + 6,8$ — второе число.

$x + x + 6,8 = 43,6$

$2x + 6,8 = 43,6$

$2x = 43,6 - 6,8$

$2x = 36,8$

$x = 36,8 : 2$

$x = 18,4$

Если $x = 18,4$, то $18,4 + 6,8 = 25,2.$

Ответ: искомые числа 18,4 и 25,6.

3. Ответ: на 16,8.

4. Ответ: II — 14,4; III — 7,2; 0,75, или 75%.

№ 270

1) $\underbrace{(a + a + \dots + a)}_{n \text{ слагаемых}} : n = a \cdot n : n = a$

2) $(a + \underline{a + 1} + a + 2) : 3 = (3a + 3) : 3 = 3a : 3 + 3 : 3 = \underline{a + 1}.$

3) Контрпример: среднее арифметическое 6 и 8. $(6 + 8) : 2 = 7.$

4) Контрпример: среднее арифметическое 5 и 7. $(5 + 7) : 2 = 6.$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 274

Задание выполняется у доски с проговариванием.

$$1) a = 8b + 5 = 4 \cdot 2b + 4 + 1 = 4(2b + 1) + 1;$$

$$2) a = 15b + 11 = 3 \cdot 5b + 9 + 2 = 3(5b + 3) + 2;$$

3) $a = 7b + 4$ $c = 7d + 3$

$$a + c = 7b + 4 + 7d + 3 = 7b + 7d + 7 = 7(b + d + 1) \text{ — без остатка;}$$

4) $a = 9b + 5$ $c = 9d + 6$ $m = 9n + 2$

$$a + c + m = 9b + 5 + 9d + 6 + 9n + 2 = 9(b + d + n) + 13 = 9(b + d + n) + 9 + 4 = 9(b + d + n + 1) + 4.$$

№ 278

Задание выполняется фронтально.

1) Существует натуральное число, для которого дробь $\frac{a}{7}$ несократима; истинно, $a = 1$.

2) Для любого натурального числа a и 7 взаимно простые, ложно, $a = 14$.

$$\exists a \in N: \text{НОД}(a; 7) \neq 1.$$

3) Для любых натуральных чисел b и n n -я степень b равна произведению чисел b и n , ложно.

$$b = 2, n = 3:$$

$$\exists b, n \in N: 2^3 \neq 2 \cdot 3.$$

4) Существуют натуральные числа b и n , n -я степень b равна произведению чисел b и n . истинно.

$$b=2, n=1.$$

No 283.

1) $\frac{m+n}{2}$; 2) $\frac{x+y+z}{3}$; 3) 2,6; 4) 4,7; 5) 3,232; 6) 2,75.

§ 2. ПРОЦЕНТЫ

П.2.2.1. ПОНЯТИЕ ПРОЦЕНТА

Уроки 31–33

Основные содержательные цели:

1) Сформировать понятие процента, умение выражать в процентах части величины, выраженные дробью, и наоборот.

2) Повторить и закрепить: основное свойство гроби, сокращение гробей; разностное и кратное сравнения; задачи на движение по реке; множества и операции над ними, граммы Эйлера—Венна; совместные действия с обыкновенными и десятичными гробями.

К моменту изучения данного пункта у учащихся сформировано представление о проценте как о сотой доле величины, им известен знак % и сформирован первичный опыт решения простейших задач на проценты.

В п. 2. 2. 1 понятие процента уточняется, причем акцент делается на связи между значениями процентов и соответствующими дробями. Учащиеся учатся *выражать проценты числом и число процентами* как для общего случая, так и для основных дробей: половина — 50%, четверть — 25%, три четверти — 75%, пятая часть — 20% и т. д.

Учащиеся учатся переводить на язык *процентов* речевые обороты, выражающие изменение величин (например, «увеличить в 2 раза», «уменьшить на четверть»), и делать обратный перевод.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Способ, который позволяет выражать проценты числом (десятичной дробью или натуральным числом) и обратно выражать число в процентах.

2. Актуализация.

Повторить: понятие процента.

3. Задание на пробное действие.

$$1) 41,5 \% = 41,5 : 100 = 0,415$$

$$2) 0,415 = (0,415 \cdot 100)\% = 41,5\%$$

Можно ли утверждать, что данные записи являются верными?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, являются ли данные записи верными.

— Я не могу указать эталон для обоснования своего вывода при определении верности данных записей.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет правил, по которым проценты представляются числом, число представляется в процентах.

6. Цель деятельности.

Сформулировать правила представления процентов числом и числа в процентах, научиться пользоваться правилами.

7. Фиксация нового знания.

Правило перевода процентов в числа:

$$p \% = p : 100 = \frac{p}{100} = 0,01p$$

Правило перевода чисел в проценты:

$$a = (a \cdot 100) \%$$

Примечание: можно в качестве пробного действия использовать задания № 314 (в) и № 315 (г).

Открыть новые правила учащиеся могут, проанализировав представленные в пробном задании равенства, применяя понятие процента и умение переводить обыкновенную дробь в десятичную.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрены и уроки рефлексии (уроки № 32—33), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

Основные цели **урока № 32:** тренировать умение представлять проценты в виде числа и числа в виде процентов; формировать умение решать простейшие задачи на проценты с помощью схем и на основе понятия процента; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности, фиксированию места и причины затруднения, исправления своих ошибок; повторить и закрепить задачи на движение, на движение по реке.

Основные цели **урока № 33:** тренировать умение выражать в процентах части величины, выраженной дробью, и наоборот; способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить множество и операции над ними, диаграммы Эйлера—Венна.

Особенности изучения учебного содержания

Уделяется отдельное внимание формированию умения переводить на язык процентов такие речевые обороты, как «увеличить число в 2 раза», «уменьшить

на половину» и т. п. и умению делать обратный перевод: увеличить на 200% — это значит увеличить в 3 раза; уменьшить на 50% — значит, уменьшить в 2 раза и т. д. Понимание разных форм выражения одного и того же изменения величины с помощью процентов и без них является сегодня важным жизненным навыком.

Для формирования понятия процента широко используются графические модели. Такое наглядное представление данных с помощью отрезков помогает учащимся лучше осознать смысл процентов.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания № 308—310 направлены на актуализацию понятия процента как одной сотой части величины.

В заданиях № 311—312 учащиеся используют графические модели для наглядного представления смысла процентов. Полученный опыт работы с моделями будет применяться учащимися при выполнении других заданий на проценты.

Основные значения процентов, которые учащиеся должны переводить в числа на автоматизированном уровне, представлены в таблице № 313. Для отработки этого умения можно использовать игру «Продолжи цепочку», описанную для п.2.1.2, только помимо обыкновенных и десятичных дробей учащиеся должны называть и значения процентов.

Умение выражать проценты числами и числа процентами для общего случая закрепляется в № 314—315.

В заданиях № 316—318 учащиеся работают с приближенными процентными значениями. Прежде чем выполнить перевод в проценты в № 316, учащиеся должны данные числа округлить до сотых. Это задание готовит шестиклассников к выполнению следующего номера. В № 317 они сначала переводят указанную часть величины в десятичную дробь, указывая четыре знака после запятой, а затем округляют их до тысячных. После чего выражают полученную десятичную дробь в процентах. Выработать с учащимися данный ход решения можно при сравнении данного задания с действиями, которые выполнялись ими в задании № 316. В № 318 учащиеся работают с третьей частью величины, при этом у них формируется представление о ее приблизительном процентном выражении — 33,3%.

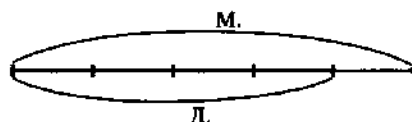
№ 319—321 у учащихся формируется умение выражать на языке процентов речевые обороты, отражающие изменение величины или ее часть. В заданиях № 320—321 на первых порах целесообразно использовать графические модели.

В № 322 учащиеся актуализируют свои представления о концентрации раствора, что готовит их к более подробному разговору об этом понятии в следующем пункте.

Задания № 323—328 формируют у шестиклассников умение работать с данными, представленными с помощью процентов, и применять это умение при решении прикладных задач.

Следует обратить внимание на задание № 326, которое показывает учащимся всю «хитрость» процентов: одна и та же величина составляет различное количество процентов при сравнении ее с различными данными, одно и то же количество процентов от разных величин дает различные значения. Так, в первой задаче разность между количеством мальчиков и девочек составляет 25% при сравнении мальчиков с девочками (за 100% берется количество девочек), но только 20% при сравнении девочек с мальчиками (за 100% берется количество мальчиков).

Это задание лучше выполнить с использованием графической модели:



Во второй задаче процент увеличения за первый квартал составляет 5% от 20%, т. е. одну четверть, или 25%, а за второй квартал те же 5% берутся от 25% и составляет уже одну пятую, или 20%. Следует обратить внимание учащихся на эту особенность процентов: казалось бы, и в том и в другом квартале доля продаж увеличилась на одинаковое количество процентов, но в первом квартале процент увеличения был значительнее.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 31 (29)	Урок 32 (30)	Урок 33 (31)
К	№ 308–315	№ 316–322	№ 323–328
П	№ 329 – 331	№ 332–335	№ 336–338
Д	п. 2.2.1, № 339, 340, 346	№ 341, 342, 347	№ 343–345
С	№ 348	№ 349	№ 350

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 31–33.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 308

- а) 3,4 р. = 3 р. 40 коп.; б) 10 м; в) 0,003 л; г) 0,06 га;
д) 2 г; е) 60 жит.; ж) 0,0012 р. = 0,12 коп.; з) 7 овец.

№ 309

- а) 100 см; б) 700 м²; в) 560 р.; г) 1200 с; д) 4500 г; е) 180 000 книг; ж) 90 л; з) 240 кг.

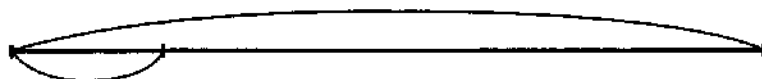
№ 310

- а) да; д) да;
б) нет, 1% от 1 кг равен 10 г; е) нет, 245 < 400;
в) да; ж) нет, 3,3 млн. р. больше 3 млн. р. на 10%;
г) нет, 1% от 1 м³ равен 10 см³; з) да, 990 г меньше 1 кг на 1%.

№ 311

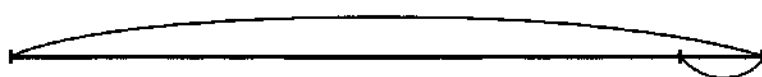
Задание выполняется у доски, учащиеся работают в тетрадях.

- а) Воздух — 100%



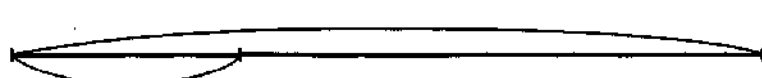
кислород — 21%

- б) Первоначальная цена товара — 100%



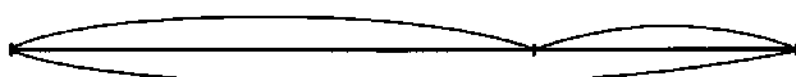
Снижение цены — 10%

- в) Зарплата — 100%



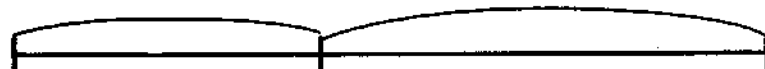
Премия — 30%

- г) План — 100% сверх плана — 50%



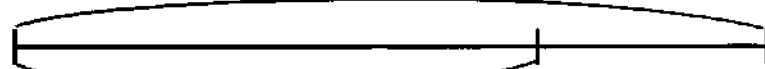
Выполнение плана — 150%

- д) План — 100% сверх плана — 150%



Выполнение плана — 250%

- е) Продажная цена — 100%



Себестоимость — 75%

№ 312

- 1) 25% от 20 клеточек (100%) — 5 клеточек;
2) 25% от 20 клеточек (125%) — 4 клеточки.

№ 313

Проценты	5%	10%	20%	25%	40%	50%	60%	75%	80%
Запись в виде десятичной дроби	0,05	0,1	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8
Запись в виде обыкновенной дроби	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$

№ 314

- а) 2% = 0,02;
6% = 0,06;
56% = 0,56;
90% = 0,9.

- б) 1,7% = 0,017;
0,8% = 0,008;
0,03% = 0,0003;
104,5% = 1,045.

$$в) \frac{4}{7}\% = \frac{4}{7} : 100 = \frac{4}{7 \cdot 100} = \frac{4}{7 \cdot 25} = \frac{1}{175};$$

$$1\frac{2}{3}\% = 1\frac{2}{3} : 100 = \frac{5}{3 \cdot 100} = \frac{1}{3 \cdot 20} = \frac{1}{60};$$

$$33\frac{1}{3}\% = 3\frac{1}{3} : 100 = \frac{100}{3 \cdot 100} = \frac{1}{3};$$

$$66\frac{2}{3}\% = 66\frac{2}{3} : 100 = \frac{200}{3 \cdot 100} = \frac{2}{3}.$$

$$г) 150\% = 150 : 100 = 1,5;$$

$$200\% = 200 : 100 = 2;$$

$$450\% = 450 : 100 = 4,5;$$

$$800\% = 800 : 100 = 8.$$

№ 315

- а) 0,04 = 4%;
0,32 = 32%;
0,1 = 10%;
0,7 = 70%.

- б) 0,005 = 0,5%;
0,063 = 6,3%;
1,058 = 105,8%;
2,004 = 200,4%.

$$в) \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{25} \cdot 100\right)\% = \frac{100}{25} = 4\%;$$

$$\frac{9}{20} = \left(\frac{9}{20} \cdot 100\right)\% = \frac{9 \cdot 100}{20} = 45\%;$$

$$\frac{3}{40} = \left(\frac{3}{40} \cdot 100\right)\% = \frac{3 \cdot 100}{40} = \frac{15}{2}\% = 7,5\%;$$

$$1\frac{11}{200} = \left(1\frac{11}{200} \cdot 100\right)\% = \frac{211 \cdot 100}{200} = 105,5\%.$$

$$г) 1,8 = (1,8 \cdot 100)\% = 180\%;$$

$$2,5 = (2,5 \cdot 100)\% = 250\%;$$

$$3,75 = (3,75 \cdot 100)\% = 375\%;$$

$$6 = (6 \cdot 100)\% = 600\%.$$

№ 316

Задание выполняется у доски с проговариванием во внешней речи.

- а) $0,715 \approx 0,72 = (0,72 \cdot 100)\% = 72\%$;
 б) $0,3961 \approx 0,40 = (0,40 \cdot 100)\% = 40\%$;
 в) $1,004 \approx 1,00 = (1,00 \cdot 100)\% = 100\%$;
 г) $0,0959595 \approx 0,10 = (0,10 \cdot 100)\% = 10\%$.

№ 317

- а) 33,3 %; б) 16,7 %; в) 11,1 %; г) 8,3 %.

№ 318

- 1) Нет, одна треть всех учащихся это $33\frac{1}{3}\%$.
 2) Нет, $100\% - 66\frac{2}{3}\%$ меньше 30%.

№ 319

Четверть — 25% А
 Примерно треть — 33% Н
 Половина — 50% Д
 Пятая часть — 20% О
 Примерно две трети — 66% Р
 Четыре пятых — 80% Р
 Три четверти — 75% А
 АНДОРРА

№ 320

- а) $100\% \cdot 1,5 = 150\%$;
 $150\% - 100\% = 50\%$;
 б) $100\% : 1,5 = 1000\% : 15 = 66\frac{2}{3}\%$;
 $100\% - 66\frac{2}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$;
 в) $100\% \cdot 5 = 500\%$;
 $500\% - 100\% = 400\%$;
 г) $100\% : 5 = 20\%$;
 $100\% - 20\% = 80\%$;
 д) $100\% \cdot 10 = 1000\%$;
 $1000\% - 100\% = 900\%$;
 е) $100\% : 10 = 10\%$;
 $100\% - 10\% = 90\%$.

№ 321

AKL BCM DFO ENP.

№ 322

- 1) Раствор составляет 5 частей — 100%,
 Одна часть сахара: $100\% : 5 = 20\%$,
 Концентрация раствора 20%.
 2) Раствор составляет 10 л — 100%,
 Соль составляет: $100\% : 10 = 10\%$,
 Концентрация раствора 10%.

№ 323

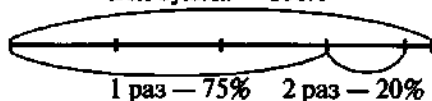
$\frac{4}{15}$, или 26,7%.

№ 324

Перед выполнением чертежа следует проанализировать с учащимися условие и выбрать отрезок, удобный для моделирования. В данном случае нужно будет показывать $75\% = \frac{3}{4}$, т. е. количество клеток должно быть кратно 4, кроме того, нужно будет показывать $20\% = \frac{1}{5}$, т. е. количество клеток должно быть кратно 5. Подойдет графическая модель — отрезок в 20 клеток.

- а) 100% — вся сумма
 $75\% + 20\% = 95\%$ (всей суммы)

Вся сумма — 100%

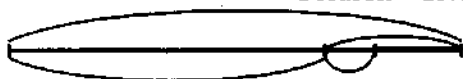


б) $100\% - 75\% = 25\%$

Второй раз выплачивали 25% от 25%, что составляет одну пятую часть остатка, т. е. 5 % всего отрезка.

Вся сумма — 100%

Остаток — 25%



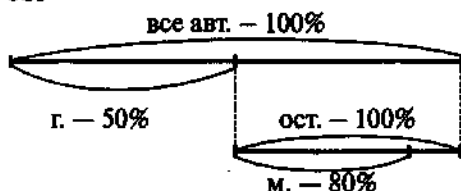
1 раз — 75% 2 раз — 25%

$75\% + 5\% = 80\%$ (всей суммы)

В первом случае выплачено больше.

На этом этапе для основной части класса достаточно, чтобы они обосновали этот ответ по чертежам.

№ 325



Городских автобусов больше, так как международные автобусы составляют 80% оставшихся, а оставшиеся составляют половину всех. Половина больше, чем часть от половины.

№ 326

Задание может быть выполнено с использованием графических моделей, как описано выше, либо следующим образом:

1) Девочек — 100%, мальчиков — 125%.

$100 : 125 \cdot 100 = 80(\%)$ — составляют девочки от количества мальчиков.

$100\% - 80\% = 20\%$.

Девочек меньше мальчиков на 20%.

2) В первом квартале увеличение составило 5% от 20%, то есть $\frac{1}{4}$, а во втором — 5% от 25%, то есть $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$. Значит, в первом квартале увеличение было больше.

№ 327

Нет, нельзя, т. к. не сказано, что они пользуются только одним видом транспорта. Возможно, например, что определенная часть тех, кто пользуется наземным видом транспорта, ездят и в метро. Тогда определенный процент был посчитан дважды (а то и трижды), «освободившиеся» проценты могут приходиться на людей, которые вообще не пользуются транспортом.

№ 328

Задание очень полезно с точки зрения формирования умения анализировать данные и перебирать возможные варианты. Перед выполнением задания следует обсудить с учащимися понятия «худший» и «лучший» случаи как крайние из возможных ситуаций (пограничные случаи). Целесообразно использование чертежей этих крайних случаев.

1) да, в «худшем» случае зрителей «ПТ» — 67%, а зрителей «ВМ» — 48 %. $67 + 48 > 100$;

2) да, $67 + 45 > 100$;

3) нет, $48 + 35,6 < 100$;

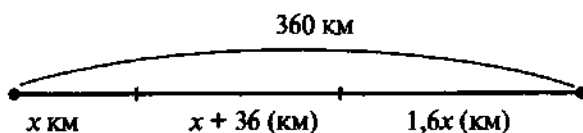
4) —

5) нет, в «лучшем» случае в обоих столбиках учтены разные люди, тогда зрителей «ВМ» — $48 + 35,6 = 83,6\%$, в «худшем» случае в обоих столбиках учтены одни и те же люди (45 % смотрят сериал дважды), тогда зрителей «ПТ» — 67%.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 331

Задание выполняется в доске, с комментированием.



$$x + x + 36 + 1.6x = 360$$

$$3.6x + 36 = 360$$

$$3.6x = 324$$

$$x = 324 : 3.6$$

$x = 90$

90 км — пройдены в первый час;

$$90 + 36 = 126 \text{ (км)} - \text{во второй час;}$$
 $1.6 \cdot 90 = 144 \text{ (км)} — \text{ в третий час;}$

в первый час: $\frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$;

во второй час: $\frac{126}{360} = \frac{7}{20} = 0,35 = 35\%$;

в третий час: $\frac{144}{360} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$.

Отвечает: в первый час пройдено 25%, во второй — 35%, в третий — 40%.

№ 333

Задание выполняется у доски.

1) $15 : 2 = 7.5$ (км/ч) — скорость по течению;

$$2) 3 \text{ ч } 20 \text{ мин} = 3\frac{1}{3} \text{ ч};$$
$$15 : 3\frac{1}{3} = 4,5 \text{ (км/ч)} - \text{ скорость против течения;}$$

3) $(7.5 + 4.5) : 2 = 6$ (км/ч) — собственная скорость;

4) $(7,5 - 4,5) : 2 = 1,5$ (км/ч) — скорость течения;

5) $4.5 - 1.5 = 3$ (км/ч).

Ответ: собственная скорость лодки 6 км/ч, скорость течения — 1,5 км/ч; скорость изменилась на 3 км/ч.

П.2.2.2. ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

Уроки 34–39

Основные содержательные цели:

1) Систематизировать задачи на проценты, вывести формулу процентов, сформировать умение использовать эту формулу для решения задач на проценты.

2) Повторить и закрепить: зависимости между компонентами и результатами арифметических действий; решение уравнений; формулу площади прямоугольника и прямоугольного треугольника; приемы исследования свойств геометрических фигур (на примере свойства медиан треугольника); совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Основные три типа задач на проценты — нахождение процента от числа, числа по его проценту и процентного отношения чисел — на предыдущих ступенях обучения учащиеся решали как частные случаи задач на дроби. Например, чтобы

найти 3% от 600 м, они вычисляли $\frac{3}{100}$ от 600 м по общему правилу нахождения части от числа: $600 : 100 \cdot 3 = 18$ м. В пятом классе эта задача решалась умножением

600 на $\frac{3}{100}$. В данном пункте знания учащихся о задачах на проценты систематизируются, устанавливается взаимосвязь между ними: формулы, описывающие решение задач всех трех типов, в действительности являются преобразованиями одной и той же формулы — *формулы процентов*:

$$b = a \cdot \frac{p}{100}$$

Это дает новый подход к решению задач на проценты: подставить в *формулу процентов* известные величины и из полученного уравнения найти неизвестную величину. Таким образом, решение задач на проценты всех трех типов можно свести к преобразованию одной и той же формулы.

При решении задач на процентное отношение уточняется понятие *концентрации раствора*. Концентрация раствора — это процент, который составляет масса растворенного вещества от массы раствора.

Основная структура открытия нового знания.

1. *Новое знание.* Формула процентов $b = a \cdot \frac{p}{100}$.

2. *Актуализация.*

Повторить: правила решения трех типов задач на дроби (при проверке домашнего задания); использование общей формулы для решения задач известного типа (например, формулу $C = a \cdot n$).

Систематизировать: решение задач на проценты как задач на дроби (использование правил перевода процента в число и обратно и правил решения задач на дроби).

3. *Задание на пробное действие.*

Запишите одну формулу (на планшетах, на чистых листах) для решения всех трех задач на проценты.

4. *Фиксация затруднения.*

— Я не могу записать одну формулу для решения всех трех задач на проценты.

— Я не могу указать эталон для обоснования своего ответа.

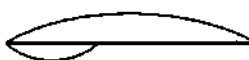
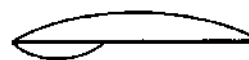
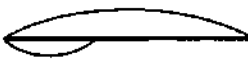
5. *Фиксация причины затруднения.*

— Имеющийся у нас способ решения задач на проценты не позволил нам записать формулу для решения задач на проценты.

6. *Цель деятельности.*

Построить одну формулу для решения всех трех типов задач на проценты, научиться пользоваться формулой.

7. *Фиксация нового знания.*

100% — a	100% — ?	100% — a
		
p% — ?	p% — b	?% — b
$b = a \cdot \frac{p}{100}$	$a = b : \frac{p}{100}$	$p\% = \frac{b}{a} \cdot 100\%$

Общая формула процентов:

$$b = a \cdot \frac{p}{100}$$

Вывести общую формулу процентов учащиеся могут, решив три типа задач на проценты в общем виде и составив три формулы для каждого из типов задач. После чего учащиеся могут заметить, что две последние формулы могут быть получены из первой. Ее и будут считать основной (по аналогии с известными им типами задач на формулу произведения).

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрены пять уроков рефлексии (уроки № 35—39), где учащиеся закрепляют свое умение решать простые и составные задачи на проценты.

Особенности изучения учебного содержания

Особенностью изучения данной темы является то, что учащиеся знакомятся со способами решения задач на проценты по принципу от общего к частному. Представление о решении задач на проценты было получено учащимися при решении задач на дроби. Они выражали простейшие проценты дробью и решали задачу, пользуясь правилами решения задач на дроби. При этом задачи на проценты считались частным случаем задач на дроби. Выделение задач на проценты в отдельный тип и формулирование отдельных правил для их решения происходит только в 6 классе. Такой подход позволяет учащимся лучше усвоить решение задач на проценты, ведь им фактически не приходится заучивать новые правила, а следует лишь уточнить уже известные.

Кроме того, такое построение курса позволяет изучить тему «Решение задач на дроби» трижды: сначала в 4 классе при знакомстве с этим видом задач, затем в 5 классе при смене способа решения, связанной с расширением вычислительного аппарата учащихся. И наконец, в 6 классе при решении задач на проценты, которые, по существу, являются теми же задачами на дроби. И те учащиеся, которые не усвоили эту тему в 4 классе, получают возможность разобраться с ней в 5 или даже в 6 классе. Те же, кто разобрался с решением подобных задач еще в 4 классе, имеют возможность углубить свои знания при решении более сложных составных задач, которые предлагаются в учебнике.

Учащиеся знакомятся с подходом к решению задач на проценты, связанным с общей формулой процентов. Этот способ позволяет рассматривать задачи на проценты как задачи на формулу произведения и дает новый подход к их решению, сводящийся к подстановке в формулу известных данных и выполнению формальных преобразований. Тем самым учащимся не приходится расширять круг известных типов задач, задачи на проценты решаются ими уже известным способом, что особенно ценно для менее подготовленных учащихся.

Особенностью изучения данной темы является и то, что название для третьего типа задач на проценты — нахождение процентного отношения двух чисел — вводится до введения понятия отношения. Такое введение понятия отношения в речь учащихся является приобретением первичного опыта работы с данным понятием.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания данного пункта разбиты на несколько блоков. Задания в каждом таком блоке расположены по принципу от простого к сложному (от непосредственного использования правила к его применению при решении прикладных задач).

Задания № 351—358 направлены на формирование умения находить процент от числа. В этом блоке помимо простых задач представлены и составные задачи, например, № 357 (2).

Задания № 359—366 направлены на формирование умения находить число по его проценту. В этом блоке помимо простых задач представлены и составные задачи, например, № 365.

Задания № 367—376 направлены на формирование умения находить процентное отношение двух чисел.

Часть этих задач на проценты решается с помощью правил, сформулированных на стр. 83, часть — с помощью общей формулы процентов (стр. 84). С учащимися сравниваются эти способы решения задач на проценты, каждый из них выбирает тот способ, который ему удобен.

Начиная с № 370 учащиеся учатся находить, на сколько процентов изменилась величина, сравнивать изменения величин, выраженные в процентах.

В заданиях № 377—379 рассматривается последовательное изменение величин, выраженное в процентах. В задании № 380 длина и ширина прямоугольника изменяются одновременно, учащиеся выясняют, как изменится в процентном отношении его площадь.

Задания № 381—383, а также № 353 (2) и № 361 (2) представляют собой задачи на концентрацию раствора. Решение подобных задач повышает практическую значимость математики в глазах учащихся. Можно подобрать задачи практического применения из жизни, где используется понятие концентрации (например, составить с учениками задачник «Математика на кухне»).

После отработки трех основных типов задач на проценты учащиеся решают разнообразные составные задачи на проценты (№№ 384—386). Подготовительная работа, проведенная в начальной школе и 5 классе при изучении задач на дроби, позволяет существенно повысить уровень сложности задач, которые предлагаются в данной теме.

Далее учащиеся решают комбинированные задачи — решение задач на проценты сочетается с нахождением среднего арифметического (№ 387), с вычислением площади фигур (№ 388).

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 34 (31)	Урок 35 (32)	Урок 36 (33)
К	№ 351—358	№ 359—366	№ 367—375
П	№ 389, 391	№ 390, 392, 393	№ 394—396
Д	п. 2.2.2, № 405, 406, 418	№ 407, 408, 415	№ 409, 410, 416
С	№ 424	№ 426	№ 425

Урок №	Урок 37 (34)	Урок 38 (35)	Урок 39 (36)
К	№ 376—380	№ 381—384	№ 385—388
П	№ 397, 398, 403	№ 399—400	№ 401, 402, 404
Д	№ 411, 412, 417	№ 413, 414, 420	№ 419, 421
С	№ 423	№ 422	№ 295

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 34—39. После изучения данного пункта проводится урок рефлексии по содержанию п. 2.2.1—2.2.2 и контрольная работа № 3 (сценарии № 40, 41—42).

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 351

а) $6 \cdot 0,08 = 0,48$ (кг);

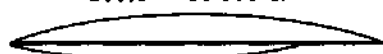
в) $72 \cdot 2 = 144$ (л);

б) $15 \cdot 0,3 = 4,5$ (м);

г) $0,004 \cdot 0,25 = 0,001$ (с);

№ 356

- 1) $100\% - 10\,000 \text{ ч.}$



$85\% - ? \text{ ч.}$

Способ 1:

$85\% = 0,85$

- 1) $10\,000 \cdot 0,85 = 8500 \text{ (ч.)}$ не достигли пенсионного возраста;

- 2) $10\,000 - 8500 = 1500 \text{ (ч.)}$

Ответ: 1500 человек достигли пенсионного возраста.

Способ 2:

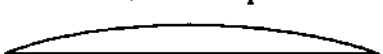
- 1) $100\% - 85\% = 15\%$ достигли пенсионного возраста;

$15\% = 0,15$

- 2) $10\,000 \cdot 0,15 = 1500 \text{ (ч.)}$

Ответ: 1500 человек достигли пенсионного возраста.

- 2) $100\% - 1200 \text{ р.}$



$4\% - ?$

Способ 1:

$4\% = 0,04$

- 1) $1200 \cdot 0,04 = 48 \text{ (р.)}$ начисляют в год;

- 2) $1200 + 48 = 1248 \text{ (р.)}$

Ответ: 1248 рублей будет через год.

Способ 2:

- 1) $100\% + 4\% = 104\%$ будет через год;

$104\% = 1,04$

- 2) $1200 \cdot 1,04 = 1248 \text{ (р.)}$

Ответ: 1248 рублей будет через год.

№ 357

- 1) 4350 руб.;

- 2) $150\,000 \cdot 0,83 \cdot 0,6 = 74\,700 \text{ (ч.)}$

Ответ: в референдуме приняло участие 74 700 человек.

№ 358

Ответ: клиент получит 13 132 рублей.

№ 359

- а) $7 : 0,07 = 100 \text{ (р.)}$;

- г) $36 : 0,12 = 300 \text{ (экз.)}$;

- б) $10 : 0,25 = 1000 : 25 = 40 \text{ (г.)}$;

- д) $a : 0,2 = 10a : 2 = 5a \text{ (см}^2\text{)}$;

- в) $15 : 0,5 = 30 \text{ (тыс. км.)}$;

- е) $b : 3 = \frac{1}{3} b \text{ (ч.)}$.

№ 360

- а) $40\% = 0,4$;

- в) $50\% = 0,5$;

$300 : 0,4 = 750 \text{ (р.)}$;

$0,5a : 0,5 = a \text{ (р.)}$;

$30\% = 0,3$;

$20\% = 0,2$;

$400 : 0,3 \approx 1333 \text{ (р.)}$;

$0,2a : 0,2 = a \text{ (р.)} - \text{равны.}$

$750 \text{ (р.)} < 1333 \text{ (р.)}$.

- б) $150\% = 1,5$;

- г) $12,5\% = 0,125$;

$120 : 1,5 = 80 \text{ (р.)}$;

$b : 0,125 = b = 8b \text{ (р.)}$;

$120\% = 1,2$;

$30\% = 0,3$;

$90 : 1,2 = 75 \text{ (р.)}$;

$3b : 0,3 = 30b : 3 = 10b \text{ (р.)}$;

$80 \text{ (р.)} > 75 \text{ (р.)}$.

$8b \text{ (р.)} < 10b \text{ (р.)}$

№ 361

- 1) 40 000 руб.

- 2) а) 800 г;

- б) 120 г;

- в) 200 г;

- г) 250 г.

№ 362

- а) 400 р.; б) 500 р.; в) 5а р.; г) 10b р.

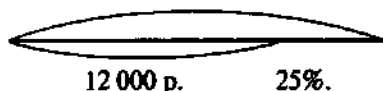
№ 363

- 1) $190 : 0,95 = 200$ (р.);
- 2) $180 : 0,9 = 200$ (р.);
- 3) $170 : 0,8 = 212,5$ (р.);
- 4) $140 : 0,7 = 200$ (р.).

Ответ: в третьем случае первоначальная цена была больше.

№ 364

- 1) 100% — ?



- 1) $100\% - 25\% = 75\%$ заработной платы получено на руки;
 $75\% = 0,75$;
- 2) $12\,000 : 0,75 = 16\,000$ (р.).

Ответ: зарплата должна быть 16 000 рублей.

- 2) 16 800 р.



- 1) $100\% + 20\% = 120\%$ — выработка за месяц;
 $120\% = 1,2$;
- 2) $16\,800 : 1,2 = 14\,000$ (р.);
- 3) $16\,800 - 14\,000 = 2\,800$ (р.).

Ответ: 2800 рублей дополнительно начислено.

№ 365

- 1) Задача решается у доски.

- 1) $100\% - 20\% = 80\%$;
 $80\% = 0,8$;
- 2) $3280 : 0,8 = 4100$ (р.) — цена до второго снижения;
- 3) $100\% - 18\% = 82\%$;
 $82\% = 0,82$;
- 4) $4100 : 0,82 = 5000$ (р.).

Ответ: первоначальная цена 5000 рублей.

- 2) Ответ: 60 т.

№ 366

- 1) $100\% + 53\% = 153\%$;
 $153\% = 1,53$;
- 2) $902\,000\,000 : 1,53 = 589\,542\,483,6... (р.) \approx 589\,542\,484 (р.)$;
- 3) $902\,000\,000 - 589\,542\,484 = 312\,457\,516 \approx 312\,000\,000 (р.)$.

Ответ: товарооборот увеличился примерно на 312 млн. рублей.

№ 367

а) $\frac{16}{50} \cdot 100\% = 32\%$;	д) $\frac{3}{600} \cdot 100\% = 0,5\%$;	и) 12%;
б) $\frac{37}{10} \cdot 100\% = 370\%$;	е) $\frac{30}{120} \cdot 100\% = 25\%$;	к) $\frac{a}{b} \cdot 100\%$;
в) $\frac{2,5}{20} \cdot 100\% = 12,5\%$;	ж) 800 %;	л) 25%;
г) $\frac{15}{1000} \cdot 100\% = 1,5\%$;	з) $133\frac{1}{3} \%$;	м) 4%.

№ 368

- а) $20\% > 18\%$; б) $30\% > 23\frac{1}{3}\%$.

№ 370

а)

- 1) $250 - 100 = 150$ (р.) — изменилась цена;

2) $\frac{150}{200} \cdot 100\% = 150\%$.

Увеличилась на 150%.

б)

- 1) $250 - 100 = 150$ (р.) — изменилась цена;

2) $\frac{150}{200} \cdot 100\% = 60\%$.

Уменьшилась на 60%.

в)

- 1) $60 - 40 = 20$ (р.) — изменилась цена;

2) $\frac{20}{60} \cdot 100\% = \frac{1 \cdot 100}{3} = 33\frac{1}{3}\%$.

Уменьшилась на $33\frac{1}{3}\%$.

г)

- 1) $60 - 40 = 20$ (р.) — изменилась цена;

2) $\frac{20}{40} \cdot 100\% = 50\%$.

Увеличилась на 50%.

№ 371

- а) Первое: $25\% > 20\%$.

- б) Второе: $10\% < 20\%$.

№ 372

1)

- 1) $10 - 8 = 2$ (р.) — увеличился тариф на наземном транспорте.

2) $\frac{2}{8} \cdot 100\% = 25\%$;

- 3) $18 - 15 = 3$ (р.) — увеличение тарифа на метрополитене;

4) $\frac{3}{15} \cdot 100\% = 20\%$.

Ответ: на наземном транспорте увеличение больше.

2)

- 1) $12\,840 - 12\,000 = 840$ (р.) — вырос вклад в первом банке;

2) $\frac{840}{12\,000} \cdot 100\% = 7\%$;

- 3) $15\,900 - 15\,000 = 900$ (р.) — вырос вклад во втором банке;

4) $\frac{900}{15\,000} \cdot 100\% = 6\%$.

Ответ: в первом банке выгоднее держать деньги.

№ 373

а)

- 1) $100\% - 13\% = 87\%$;

$87\% = 0,87$;

- 2) $10\,440 : 0,87 = 12\,000$ (р.) — начисленная зарплата;

3) $\frac{600}{12\,000} \cdot 100\% = 5\%$.

Ответ: 5% составляет цена билета от зарплаты.

б)

- 1) $100\% - 13\% = 87\%$;

$87\% = 0,87$;

- 2) $13\,050 : 0,87 = 15\,000$ (р.) — начисленная зарплата;

$$3) \frac{600}{15000} \cdot 100\% = 4\%.$$

Ответ: 4% составляет цена билета от зарплаты.

№ 374

Для наглядности можно использовать графическую модель, выделяя цветом нужные части отрезка.

$$85\% = 0,85;$$

$$100 \cdot 0,85 = 85 \text{ (ч.)} — \text{ успевают;}$$

$$100 - 85 = 15 \text{ (ч.)} — \text{ не успевают;}$$

$$a) 100 + 10 = 110 \text{ (ч.)} — \text{ стало учиться в 10 классе;}$$

$$\frac{85}{110} \cdot 100\% = 77,27\ldots\% \approx 77,3\%;$$

$$б) 85 + 10 = 95 \text{ (ч.)} — \text{ успевают;}$$

$$\frac{95}{110} \cdot 100\% = 86,36\ldots\% \approx 86,4\%.$$

Ответ: а) успеваемость составляет 77,3%; б) успеваемость составляет 86,4%.

№ 375

На 20% меньше; на 25% больше.

№ 376

Задание выполняется фронтально, устно.

1) 4% (меньше на 96%); 20% (меньше на 80%); 56% (меньше на 44%); 180% (больше на 80%); 250% (больше на 150%); 300% (больше на 200%).

2) 2% (меньше на 98%); 10% (меньше на 90%); 28% (меньше на 72%); 90% (меньше на 10%); 125% (больше на 25%); 150% (больше на 50%).

№ 377

а)

$$100\% + 20\% = 120\% — \text{ после первого изменения;}$$

$$100\% + 25\% = 125\% — \text{ после второго изменения.}$$

Величина	Результат первого изменения	Результат второго изменения	Итоговое изменение
a	$1,2a$	$1,2a \cdot 1,25$	$1,5a$

$$1,5 = 150\%;$$

$$150\% - 100\% = 50\%.$$

Ответ: величина увеличилась на 50%.

б)

$$100\% + 20\% = 120\% — \text{ после первого изменения;}$$

$$100\% - 25\% = 75\% — \text{ после второго изменения.}$$

Величина	Результат первого изменения	Результат второго изменения	Итоговое изменение
a	$1,2a$	$1,2a \cdot 0,75$	$0,9a$

$$0,9 = 90\%;$$

$$100\% - 90\% = 10\%.$$

Ответ: величина уменьшилась на 10%.

в) Величина уменьшилась на 40%.

г) Величина не изменилась.

№ 378

1.

1) $100\% - 15\% = 85\%$ — после первого изменения в магазине 1 и второго изменения в магазине 2;

$$85\% = 0,85;$$

2) $100\% + 10\% = 110\%$ — после первого изменения в магазине 2 и второго изменения в магазине 1;

$$110\% = 1,1;$$

$$0,935 = 93,5\%;$$

	Начальная цена	Результат первого изменения	Результат второго изменения	Итоговый результат
Магазин 1	a р.	$0,85a$	$0,85a \cdot 1,1$	$0,935a$
Магазин 2	a р.	$1,1a$	$1,1a \cdot 0,85$	$0,935a$

$$3) 100\% - 93,5\% = 6,5\%.$$

Ответ: в обоих магазинах цена изменилась одинаково: уменьшилась на 6,5%.

- 1) $100\% - 40\% = 60\%$ — после первого изменения в магазине 1;
 $60\% = 0,6$;
- 2) $100\% + 40\% = 140\%$ — после второго изменения в магазине 1;
 $140\% = 1,4$;
- 3) $100\% + 50\% = 150\%$ — после первого изменения в магазине 2;
- 4) $100\% - 50\% = 50\%$ — после второго изменения в магазине 2.

	Начальная цена	Результат первого изменения	Результат второго изменения	Итоговый результат
Магазин 1	a р.	$0,6a$	$0,6a \cdot 1,4$	$0,84a$
Магазин 2	a р.	$1,5a$	$1,5a \cdot 0,5$	$0,75a$

$$0,84 = 84\%$$

$$0,75 = 75\%$$

$$100\% - 84\% = 16\%$$

$$100\% - 75\% = 25\%$$

Ответ: в магазине 1 цена уменьшилась на 16%, а в магазине 2 уменьшилась на 25%.

№ 379

В магазине А цены уменьшились на 10%, в магазине В цены увеличились на 20%.

В магазине А на 25% ниже, чем в магазине В.

В магазине В на $33\frac{1}{3}\%$ выше, чем в магазине А.

№ 380

1) Ув. на 50%.

2) Ум. на 36%.

3) Оформить решение можно следующим образом:

	Длина	Ширина	Периметр
До изменения	$3x$	x	$(3x + x) \cdot 2$
После изменения	$3x \cdot 0,8$	$x \cdot 0,6$	$(2,4x + 0,6x) \cdot 2$

$$100\% - 20\% = 80\%;$$

$$80\% = 0,8;$$

$$100\% - 40\% = 60\%;$$

$$60\% = 0,6;$$

$8x$ — старый периметр;

$6x$ — новый периметр;

$8x - 6x = 2x$ — изменение периметра;

$$\frac{2x}{8x} \cdot 100\% = 25\%.$$

Ответ: периметр уменьшился на 25%.

4) Ув. на 4%.

№ 381

1.

1) $\frac{12}{80} \cdot 100\% = \frac{3}{20} \cdot 100\% = 15\%$ — концентрация соли в первом растворе;

2) $\frac{15}{120} \cdot 100\% = \frac{1}{8} \cdot 100\% = 12,5\%$ — концентрация соли во втором растворе;

- 3) $80 + 120 = 200$ (г) — новый раствор;
 4) $12 + 15 = 27$ (г) — масса соли в новом растворе;
 5) $\frac{27}{200} \cdot 100\% = 13,5\%$.

Ответ: концентрация растворов: первого — 15%, второго — 12,5%, нового — 13,5%.

2.

$$10\% = 0,1 \quad 20\% = 0,2$$

- 1) $200 \cdot 0,1 = 20$ (г) — сахара в первом растворе;
 2) $300 \cdot 0,2 = 60$ (г) — сахара во втором растворе;
 3) $200 + 300 = 500$ (г) — масса нового раствора;
 4) $20 + 60 = 80$ (г) — сахара в новом растворе;
 5) $\frac{80}{500} \cdot 100\% = 16\%$.

Ответ: концентрация нового раствора 16%.

№ 382

1) *Ответ:* сухого вещества 4,5 г. В 56,25 г раствора.

2) Для решения задачи следует отметить с учащимися, что при добавлении воды количество сухого вещества не меняется. Это количество можно определить по конечному раствору.

$$100 \cdot 0,03 = 3 \text{ (г) — сухого вещества во втором, а значит, и в первом растворе;}$$

$$3 : 0,08 = 37,5 \text{ (г) — масса 8 \% -го раствора.}$$

Ответ: 37,5 грамм.

№ 383

1.

Задача решается у доски.

$$5\% = 0,05 \quad 20\% = 0,2$$

1) $80 \cdot 0,05 = 4$ (кг) — соли содержится в морской воде.

Надо выпарить x кг воды, станет $80 - x$ (кг) воды, в ней содержится 4 кг соли.

Концентрация нового раствора:

$$\frac{4}{80 - x} \cdot 100\% = 20\%$$

$$\frac{4}{80 - x} = 20\% : 100\%$$

$$\frac{4}{80 - x} = 0,2$$

$$80 - x = 4 : 0,2$$

$$80 - x = 20$$

$$x = 80 - 20$$

$$x = 60$$

Ответ: необходимо выпарить 60 кг воды.

2.

Ответ: необходимо добавить 10 кг воды.

№ 384

1) 40 уч.;

2) 28, 20 и 42 уч.

№ 385

Ответ: 48% от всех участников соревнований стали призерами.

№ 386

Ответ: 720 чел.

№ 387

Ответ: 35 р.

№ 388

1) 50 р.; 2) 290 р.; 3) 810 р.

No 395

Если $a = \frac{1}{9}$, то $7,2 \cdot \frac{1}{9} = 0,8$.

Если $b = 1,8$, $c = 2$, то $0,05 \cdot 1,8 \cdot 2 = 0,18$.

Если $a = \frac{5}{11}$, то $4,4 \cdot \frac{5}{11} + 4 = 6$.

Если $x = 1,2, y = 5$, то $2,5 \cdot 1,2 + 1,4 \cdot 5 = 3 + 7 = 10$.

д) $4(0,5n + 0,125) + 0,2(n + 2\frac{1}{2}) = 2n + 0,5 + 0,2n + 0,5 = 2,2n + 1.$

Если $n = 1,7$, то $2,2 \cdot 1,7 + 1 = 4,74$.

№ 396
$$1) \frac{a}{2} + \frac{b}{2a} = \frac{a^2 + b}{2a}; \quad 2) \frac{1}{5d} + \frac{c}{d^2} = \frac{d - 5c}{5d^2};$$

$$3) \frac{3x}{y^2} \cdot (5y) \cdot \frac{2}{15x} = \frac{3x \cdot 5y \cdot 2}{y^2 \cdot 15x} = \frac{2}{y};$$

$$4) \frac{12mn^2}{2a} : \frac{4mn}{7k^2} = \frac{12mn^2 \cdot 7k}{k \cdot 4mn} = \frac{21nk}{1} = 21nk.$$

№ 399

1) Существуют натуральные числа, для которых выполняется равенство $a^2 - 3b = 6$, $a = 3$, $b = 1$.

2) Существуют неравные числа, для которых выполняется равенство $x^y = y^x$,
 $x = 2, y = 4$.

3) Для любых натуральных чисел: делимое и делитель можно разделить на одно и то же число, дополнительное свойство деления.

4) Для любого натурального числа: сумма двух последовательных нечетных чисел кратна 4, $2n + 1 + 2n + 3 = 4n + 4 = 4(n + 1)$ — кратно 4.

№ 403 (1)

П.2.2.3. ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТНЫЙ РОСТ

Уроки 43–44

1) Сформировать представление о простом процентном росте, вывести соответствующую формулу, сформировать умение в простейших случаях использовать эту формулу для решения задач на проценты.

98

В данном пункте учащиеся учатся решать задачи, в которых некоторая величина увеличивается (уменьшается) на постоянное число процентов за каждый фиксированный период времени. С учащимися выводится *формула простого процентного роста*, которая позволяет рациональным способом найти значение этой величины после изменения в случае, когда число временных промежутков достаточно велико.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Формула простого процентного роста (изменения).

2. Актуализация.

Повторить: способ нахождения процента от числа, упрощение числового выражения с использованием распределительного свойства.

3. Задание на пробное действие.

Решите задачу за 1 минуту.

Сколько надо заплатить москвичу, если его квартплата составляет 10 000 рублей и просрочена на 4 месяца (120 дней), если пеня составляет 1% от суммы квартплаты за каждый день просрочки?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу за короткое время решить эту задачу на проценты.

— Я не могу указать эталон, который использовал для решения задачи.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет быстрого способа решения задачи такого типа на нахождение процента от числа.

6. Цель деятельности.

Найти быстрый способ решения задач на проценты, построив формулу для решения задач на проценты предложенного типа.

7. Фиксация нового знания.

$$S_n = \left(1 \pm \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S,$$

где S — исходное значение величины;

p — количество процентов, на которое увеличивается (уменьшается) S за единицу времени;

n — количество единиц времени;

S_n — значение величины, полученное в результате процентного роста или уменьшения.

Вывести формулу учащиеся могут, решив задачу, предложенную на этапе пробного действия, для меньшего количества дней. После чего, проанализировав ход решения, найти закономерность и построить формулу.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 44), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

Основные цели **урока № 44:** тренировать умение решать задачи на проценты с использованием формулы простого процентного роста, умение выражать из установленной формулы неизвестную величину через известные величины; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, решение задач на проценты, приемы исследования свойств геометрических фигур (на примере свойства средней линии треугольника).

Особенности изучения учебного содержания

Формула простого процентного роста не входит в традиционное содержание курса математики, однако является хорошим инструментом для развития вычис-

лительных навыков. Кроме того, в соответствии со стандартом учащиеся должны уметь применять изученные ими формулы к решению задач практического характера и задач из смежных дисциплин. Знакомство учащихся с формулой простого процентного роста существенно расширяет список таких задач. В учебнике широко представлены и практические задачи, и задачи из смежных дисциплин (в данном случае экономики), которые решаются с помощью данной формулы.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания № 427—428 выполняются на этапе первичного закрепления формулы простого процентного роста. Выполняя эти задания, учащиеся проговаривают новую формулу и смысл входящих в нее переменных.

В заданиях № 429—431 значение величины после изменения (S_n) уже известно. Учащиеся ищут, используя формулу простого процентного роста, количество единиц времени, начальное значение величины, процент изменения. При этом они подставляют в формулу известные данные и находят значение неизвестного, решая уравнения. Можно предложить учащимся и другой подход, который традиционно используется на уроках физики, — выразить искомую переменную из формулы в буквенном виде и затем произвести вычисления. Поскольку формула простого процентного роста представляет собой достаточно сложную структуру, этот прием рекомендуется использовать в более подготовленном классе (особенно при выражении переменных n и p).

В задании № 432 учащиеся подбирают одну из перечисленных формул к описанной ситуации. Когда все учащиеся предъявят свой выбор, например, на планшетах, одного из них следует попросить обосновать свой выбор. При этом рекомендуется спросить того ученика, который ошибся, обосновывая свой ответ, он самостоятельно исправит свою ошибку. Можно предложить учащимся придумать ситуацию для неподходящих формул.

При выполнении заданий № 433—443 учащиеся применяют изученную формулу в задачах прикладного характера разнообразного содержания. Решение подобных задач повышает практическую значимость математики в глазах учащихся, показывает связь науки и окружающего их мира. Кроме того, задачи подобраны так, что у учащихся появляется возможность получить сведения познавательного характера (например, о мере ответственности продавца по закону о правах потребителя).

В заданиях № 435—436 учащиеся извлекают информацию об изменении величин из столбчатых диаграмм. Умение работать со столбчатыми диаграммами было сформировано в начальной школе. Задача учителя средней школы — включать подобные задания в работу, чтобы полученные учащимися умения не были утрачены.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 43	Урок 44
К	№ 427 — 435	№ 436—443
П	№ 444, № 445 (1), № 446, 447	№ 445 (2), 448, № 449, 452
Д	п. 2.2.3, № 453, № 454, 458	№ 455, 459
С	№ 460	№ 461

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 43—44.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 427

а) Решение задания может быть оформлено следующим образом:

Дано:
 $S = 800$ р.
 $p = 10\%$
 $n = 4$ года

Найти: S_4

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$\begin{aligned} S_4 &= \left(1 + \frac{10}{100} \cdot 4\right) \cdot 800 = \\ &= (1 + 0,4) \cdot 800 = \\ &= 1,4 \cdot 800 = 1120 \text{ (р.)} \end{aligned}$$

Ответ: через 4 года сумма будет 1120 рублей.

б) 1520 рублей.

в) 1760 рублей.

г) 2800 рублей.

№ 428

а) Решение задания может быть оформлено следующим образом:

$S = 500$ р.
 $p = 4\%$
 $n = 2$ мес.

$S_2 = ?$

$$S_n = \left(1 - \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$\begin{aligned} S_2 &= \left(1 - \frac{4}{100} \cdot 2\right) \cdot 500 = \\ &= (1 - 0,08) \cdot 500 = \\ &= 0,92 \cdot 500 = 460 \text{ (р.)} \end{aligned}$$

Ответ: через 2 месяца сумма будет 460 рублей.

б) 400 рублей.

в) 360 рублей.

г) 260 рублей.

№ 429

а) Решение задания может быть оформлено следующим образом:

$S = 1000$ р.
 $p = 5\%$
 $S_n = 750$ р.

Найти: n

$$S_n = \left(1 - \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$\begin{aligned} 750 &= \left(1 - \frac{5}{100} \cdot n\right) \cdot 1000 \\ 1 - 0,05n &= 750 : 1000 \\ 1 - 0,05n &= 0,75 \\ 0,05n &= 1 - 0,75 \\ 0,05n &= 0,25 \\ n &= 0,25 : 0,05 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

Ответ: через 5 лет.

б) через 10 лет; в) через 15 лет; г) через 19 лет.

№ 430

а) Решение задания может быть следующим:

Дано:
 $S_3 = 1600$ р.
 $n = 3$ мес.
 $p = 20\%$

Найти: S

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$S = \frac{S_n}{1 + \frac{p}{100} \cdot n}$$

$$\begin{aligned} S &= 1600 : (1 + 0,2 \cdot 3) \\ S &= 1600 : (1 + 0,6) \\ S &= 1600 : 1,6 \\ S &= 1000 \end{aligned}$$

Ответ: начальная сумма 1000 рублей.

б) Задание может быть решено другим способом:

Дано:
 $S_3 = 480$ р.
 $n = 3$ мес.
 $p = 20\%$

Найти: S

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$\begin{aligned} 480 &= (1 + 0,2 \cdot 3) \cdot S \\ 480 &= (1 + 0,6) \cdot S \\ 480 &= 1,6S \\ S &= 480 : 1,6 \\ S &= 300 \end{aligned}$$

Ответ: начальная сумма — 300 рублей.

в) 5000 рублей.

г) 400 рублей.

№ 431

а) Решение задания может быть следующим:

Дано:

$$n = 10 \text{ лет}$$

$$S_n = 2S$$

Найти: p

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$1 + \frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S}$$

$$\frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S} - 1$$

$$\frac{p}{100} = \left(\frac{S_n}{S} - 1\right) : n$$

$$p = \left(\frac{S_n}{S} - 1\right) : n \cdot 100$$

$$p = \left(\frac{2S}{S} - 1\right) : 10 \cdot 100 =$$

$$= (2 - 1) : 10 \cdot 100 =$$

$$= 0,1 \cdot 100 = 10$$

Ответ: на 10%.

б) Задание может быть решено другим способом:

Дано:

$$n = 10 \text{ лет}$$

$$S_n = 1,5S$$

Найти: p

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$1,5S = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot 10\right)S$$

$$1,5S = (1 + 0,1p)S$$

$$1,5 = 1 + 0,1p$$

$$0,1p = 0,5$$

$$p = 0,5 : 0,1$$

$$p = 5$$

Ответ: на 5%.

в) на 90%.

№ 432

Задание выполняется устно.

Ответ: формула под буквой г).

№ 433

Дано: $S = 600 \text{ л.}$

$$p = 10\%$$

$$n = 4 \text{ мес.}$$

Найти: S_n

$$S_n = S \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$$

$$S_n = (1 + 0,1 \cdot 4) \cdot 600$$

$$S_n = 1,4 \cdot 600$$

$$S_n = 840$$

Ответ: необходимо купить 840 лампочек.

№ 434

$\approx 9 \text{ лет.}$

№ 435

На 60 %.

№ 436

а) 8 лет; б) 40 000 руб.; в) 35 000 руб.; г) 5 000 руб.; д) 12,5 %.

№ 437

а) 1600 руб.; б) 830 руб.; в) 10 000 руб.

№ 438

а) 194 руб.; б) 188 руб.; в) 182 руб.; г) 170 руб.

№ 439

а) 12,5 %; б) 5%; в) 50 %; г) 100%.

№ 440

$$а) \left(1 + \frac{p}{100} \cdot 20\right) \cdot 1500 = 1530$$

$$1 + \frac{p}{5} = 1530 : 1500$$

$$1 + \frac{p}{5} = 1,02$$

$$\frac{p}{5} = 0,02$$

$$p = 0,02 \cdot 5$$

$$p = 0,1$$

Ответ: пеня составляет 0,1 %;

б) 0,3%; в) 1,5 %; г) 0,07%.

№ 441

Чтобы ответить на вопрос: «На какой день занятий он должен будет проехать 15 км?» — можно использовать формулу простого процентного роста.

Рекомендуется предложить учащимся перевести эту задачу на язык простого процентного роста.

Дано:

$$S = 5 \text{ км}$$

$$p = 10 \%$$

$$S_n = 15 \text{ км}$$

Найти: n

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100} \cdot n\right) \cdot S$$

$$15 = \left(1 + \frac{10}{100} \cdot n\right) \cdot 5$$

$$1 + 0,1n = 3$$

$$0,1n = 2$$

$$n = 20$$

Через 20 занятий $S_n = 15$ км. Следует понимать, что кроме этих занятий господин N занимался еще один день — первый, т. к. в формуле учитываются только дни, за которые указанная величина изменялась до 15 км. Можно сделать вывод: господин N проедет 15 км на 21-й день занятий.

Чтобы узнать, сколько всего километров он проедет за все это время, следует вычислить значение следующей суммы:

$$5 + 5,5 + \dots + 14,5 + 15 = 210 \text{ (км)}$$

20

Для рационализации вычислений можно использовать закономерность обрзовавшегося ряда чисел. Можно заметить, что пара крайних членов равна 20, пара 5,5 и 14,5 в сумме также составят 20, остальные пары в сумме также дадут 20. Количество таких пар равно 10. Один член суммы останется без пары — число 10. Таким образом, значение суммы можно найти, умножив 20 на 10 и прибавив 10.

Ответ: на 21 день; 210 км.

№ 442

Первый способ:

В данной задаче учащиеся могут воспользоваться формулой простого процентного роста, однако в данной ситуации следует правильно определить начальную величину. Следует обратить внимание учащихся на условие задачи, а вернее, на ту его часть, где говорится, что спортсмен не может за один день увеличивать нагрузки более чем на 3 % от его обычной нормы. Таким образом, к ситуации увеличения нагрузки до нормы, описанной в задаче, формула простого процентного роста неприменима. Ведь нагрузка хоть и увеличивается на постоянное число процентов

за одинаковый фиксированный период времени, но проценты эти начисляются не от начальной величины, а от другой величины — в данном случае от обычной нормы спортсмена, до которой должна возрасти первоначальная величина.

Можно решить эту задачу, применяя формулу простого процентного роста в «обратную сторону». Количество дней, за которое спортсмен вернется к полноценным нагрузкам, будет совпадать с количеством дней, за которое его норма (100%) сократится до 40%. Тогда нужно использовать формулу со знаком «минус».

$$(1 - 0,03n) \cdot 100 = 40$$

$$1 - 0,03n = 0,4$$

$$0,03n = 0,6$$

$$n = 20$$

$$20 + 1 = 21$$

Ответ: через 21 день.

Второй способ:

Пусть норма тренировок спортсмена — N , а количество дней, за которые он вернется к своей норме, — n дней. Тогда в первый день он выполнил $0,4N$. За один день спортсмен может максимально увеличивать нагрузку на $0,03N$. За n дней увеличение нагрузки составит $0,03N \cdot n$, тогда общая нагрузка будет $0,4N + 0,03N \cdot n$. По условию задачи можно составить равенство:

$$0,4N + 0,03N \cdot n = N$$

$$0,4 + 0,03n = 1$$

$$0,03n = 0,6$$

$$n = 20$$

$$20 + 1 = 21$$

Ответ: через 21 день.

№ 443

$$1) S_k = S_0 \left(1 - \frac{pk}{100}\right);$$

$$2) 200 \cdot (1 - 0,025 \cdot 3) = 200 \cdot 0,925 = 185$$

$$200 \cdot (1 - 0,025 \cdot 5) = 200 \cdot 0,875 = 175$$

$$200 \cdot (1 - 0,025 \cdot 6) = 200 \cdot 0,85 = 170;$$

3)

S_0 руб.	S_k руб.	p %	k дней
250	220	4	3
250	220	2	6
100	80	5	4
300	210	6	6

$$220 = 250 \cdot (1 - 0,04k)$$

$$0,88 = 1 - 0,04k$$

$$0,04k = 0,12$$

$$k = 3$$

$$S_k = 300 \cdot (1 - 0,06 \cdot 5)$$

$$S_k = 300 \cdot 0,7$$

$$S_k = 210$$

$$220 = 250 \cdot (1 - 0,01p \cdot 6)$$

$$0,88 = 1 - 0,06p$$

$$0,06p = 0,12$$

$$p = 2$$

$$80 = S_0 \cdot (1 - 0,05 \cdot 4)$$

$$80 = 0,8S_0$$

$$S_0 = 100$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 445

Можно предложить выполнить задание по вариантам. Учащиеся по двое работают у доски.

$$1) 1,5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{15}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{15 \cdot 1}{10 \cdot 3} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2} = 0,5;$$

$$0,14 : 0,25 = 14 : 25 = 0,56:$$

$$56,7 \cdot 0,01 = 0,567;$$

0,5; 0,56; 0,567; 0,5678; 0,56789.

$$2) 2\frac{7}{30} - 0,9 = 2\frac{7}{30} - \frac{9}{10} = 2\frac{7}{30} - \frac{27}{30} = 1\frac{37}{30} - \frac{27}{30} = 1\frac{10}{30} = 1\frac{1}{3};$$

$$1\frac{1}{15} + 1\frac{1}{3} = 1\frac{1}{15} + 1\frac{5}{15} = 2\frac{6}{15} = 2\frac{2}{5}.$$

$$6 : 1,75 = 6 : \frac{175}{100} = 6 \cdot \frac{100}{175} = \frac{6 \cdot 100}{175} = \frac{6 \cdot 4}{7} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}.$$

$1\frac{1}{3}; \quad 2\frac{2}{5}; \quad 3\frac{3}{7}; \quad 4\frac{4}{9}; \quad 5\frac{5}{11}.$

$$3) 0,25 \cdot 18,4 = 4,6;$$

4) $125,4 : 60 = 2,09;$

$$10,3 : 2 = 5,15;$$

$$11,396 : 2\frac{4}{5} = 11,396 : 2,8 = 4,07;$$

$$\frac{1}{8} \cdot 45,6 = 0,125 \cdot 45,6 = 5,7;$$

$$48,622 : 6\frac{1}{25} = 48,622 : 6,04 = 8,05;$$

4.6: 5.15: 5.7: 6.25: 6.8.

2.09; 4.07; 8.05; 16.03; 32.01.

№ 448

Задание можно выполнить по одному у доски с комментированием.

а) a ; $0,5a$; $0,5a \cdot 1,8 = 0,9a$ уменьшилось на 10%;

б) a ; $1,1a$; $1,1a \cdot 1,4 = 1,54a$ увеличилось на 54%;

в) a : $0,75a$; $0,75a \cdot 0,4 = 0,3a$ уменьшилось на 70%.

П.2.2.4. СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТНЫЙ РОСТ

Уроки 45–46

Основные содержательные цели:

1) Сформировать представление о сложном процентном росте, вывести соответствующую формулу, сформировать умение в простейших случаях использовать эту формулу для решения задач на проценты.

2) Повторить и закрепить: решение задач на проценты; построение отрицаний и их запись с помощью кванторов; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся учатся решать задачи, в которых некоторая величина увеличивается (уменьшается) за каждый фиксированный промежуток времени на определенное число процентов, считая от ее последнего значения. С учащимися выводится формула сложного процентного роста, которая позволяет рациональным способом найти значение этой величины после изменения в случае, когда число временных промежутков достаточно велико.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Формула сложного процентного роста.

2. Актуализация.

Повторить: понятие степени числа, правило нахождения процента от числа.

Рассмотреть ситуацию сложного процентного роста, решив выражением задачу, предложенную для пробного действия, но для меньшего числа временных промежутков и без ограничения времени.

3. Задание на пробное действие.

Решите задачу за одну минуту.

Сбербанк России за хранение денег на срочном вкладе выплачивает 20% годовых при условии, что эта сумма не будет братья клиентом в течение всего срока. Сколько денег получит клиент Сбербанка через 5 лет?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу за короткое время решить задачу на проценты предложенного типа.

— Я не могу обосновать, что правильно решил задачу на проценты предложенного типа.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет формулы для решения задач на проценты такого типа.

6. Цель деятельности.

Вывести формулу сложного процентного роста (цель формулируется после выявления отличия рассматриваемой ситуации от простого процентного роста и введения понятия сложного процентного роста).

7. Фиксация нового знания.

$$S_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot S.$$

где S — исходное значение величины;

p — количество процентов, на которое увеличивается (уменьшается) значение величины, полученное на предыдущем шаге, за единицу времени;

n — количество единиц времени;

S_n — значение величины, полученное в результате процентного роста.

Для вывода формулы учащиеся могут вернуться к выражению, составленному ими на этапе актуализации. И, используя переменные, которые были введены в теме «Простой процентный рост», записать получившееся равенство в буквенном виде.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 46), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

Основные цели урока № 46: тренировать умение использовать формулы сложного процентного роста при решении задач на проценты; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить построение отрицаний и их запись с помощью кванторов, решение задач на проценты.

Особенности изучения учебного содержания

Формула сложного процентного роста не входит в традиционное содержание курса математики, однако является хорошим инструментом для развития вычислительных навыков, повторения понятия степени. Кроме того, в соответствии со стандартом учащиеся должны уметь применять изученные ими формулы к решению задач практического характера и задач из смежных дисциплин. Знакомство учащихся с формулой сложного процентного роста существенно расширяет список таких задач. В учебнике широко представлены и практические задачи, и задачи из смежных дисциплин (в данном случае экономики), которые решаются с помощью данной формулы.

При решении задач на сложный процентный рост они сопоставляются с задачами на простой процентный рост.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания № 462—463 выполняются на этапе первичного закрепления формулы сложного процентного роста. Выполняя эти задания, учащиеся проговаривают новую формулу и смысл входящих в нее переменных.

В заданиях № 464 значение величины после изменения (S_n) уже известно. Учащиеся ищут, используя формулу сложного процентного роста, начальное значение величины.

При решении задачи № 465 сложный процентный рост сопоставляется с простым.

При выполнении заданий № 466—468 учащиеся применяют изученную формулу в задачах прикладного характера разнообразного содержания. Решение подобных задач повышает практическую значимость математики в глазах учащихся, показывает связь науки и окружающего их мира.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 45	Урок 46
К	№ 462—465	№ 466—468
П	№ 469, 471—474	№ 470, 475—479
Д	п. 2.2.4, № 479, № 480, № 483, № 485(А)	№ 481, № 482, № 485(В)
С	№ 486	№ 487

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учуcь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 45, 46.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 462

Решение задания может быть оформлено следующим образом:

$S = 2000 \text{ р.}$ $p = 5\%$ $n = 3 \text{ года}$ $S_n = ?$	$S_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot S$	$(1 + 0,05)^3 \cdot 2000 =$ $= 1,05^3 \cdot 2000 =$ $= 1,157625 \cdot 2000 =$ $= 2315,25 \text{ (р.)}$

Ответ: сумма будет 2315, 25 рубля.

№ 463

$$(1 + 0,1)^3 \cdot 8000 = 1,1^3 \cdot 8000 = 1,331 \cdot 8000 = 10648 \text{ (р.)} — \text{ на первом счете;}$$

$$(1 + 0,2)^3 \cdot 7500 = 1,2^3 \cdot 7500 = 1,728 \cdot 7500 = 12960 \text{ (р.)} — \text{ на втором счете.}$$

Ответ: на втором счете больше.

№ 464

$p = 20\%$ $n = 3 \text{ года}$ $S_3 = 100\,000 \text{ р.}$ $S = ?$	$S_n = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \cdot S$	$100\,000 = (1 + 0,2)^3 \cdot S$ $S = 100\,000 : \left(\frac{6}{5}\right)^3$ $S \approx 58\,000$

Ответ: надо вложить 58 000 рублей.

№ 465

$$a) 25\,000 \cdot (1 + 0,08 \cdot 2) = 25\,000 \cdot 1,16 = 29\,000 \text{ (р.);}$$

$$б) 25\,000 \cdot (1 + 0,08)^2 = 25\,000 \cdot 1,1664 = 29\,160 \text{ (р.).}$$

№ 466

$$S_4 = S(1 + 0,3)^4 = S(1,3)^4 = S \cdot 2,8562;$$

$$285,62\% - 100\% = 185,62\%;$$

$$1,8562 \approx 2.$$

Ответ: цена возросла на 185,6%, цена увеличилась приблизительно в 3 раза.

№ 467

$$S_3 = \left(1 - \frac{20}{100}\right)^3 \cdot S = 0,8^3 S = 0,512S;$$

$$100 - 51,2 = 48,8 (\%).$$

Ответ: на 48,8 %.

№ 468

1)

а) В условии указана годовая процентная ставка, т. е. период начисления указанных процентов составляет год. 3 месяца составляют $\frac{1}{4}$ года.

$$2000 \left(1 + 0,04 \cdot \frac{1}{4}\right) = 2020 \text{ (р.)}$$

Банк выплатит 2020 рублей.

б) За 6 месяцев банк выплатит 2085 рублей.

в) За 12 месяцев банк выплатит 2360 рублей.

2)

Описанная в задаче ситуация удовлетворяет формуле сложного процентного роста, т.к. величина будет увеличиваться на 1% за каждые три месяца, считая от последнего его значения. Количество таких периодов за год будет равно $12 : 3 = 4$.

$$100(1 + 0,01)^4 \approx 104 \%.$$

Ответ: 4 %.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 470

Задание можно выполнить устно.

1) Для любого числа сумма квадрата и куба этого числа равна пятой степени этого числа.

Существует число, для которого сумма квадрата и куба этого числа не равна пятой степени этого числа.

2) Существует правильная дробь, квадрат которой — натуральное число.

Для любой правильной дроби ее квадрат не является натуральным числом.

3) У параллелограмма существует ось симметрии.

Не верно, что у параллелограмма есть ось симметрии.

4) У любой трапеции углы при основании равны.

Существуют трапеции, у которых углы при основании не равны.

№ 472

$$1) 0,85 \cdot 0,6 = 0,51;$$

$$0,51 = 51\%;$$

$$100\% - 51\% = 49\%.$$

Ответ: за два дня температура снизилась на 49%.

$$2) 1,2 \cdot 0,9 = 1,08;$$

$$1,08 = 108\%;$$

$$108\% - 100\% = 8\%.$$

Ответ: цена товара увеличилась на 8%.

№ 475

$$1) 56\% + 64\% = 120\% \text{ — стоимость обеих книг;}$$

х р. было у Оли;

1,2х р. — стоят книги;

$$1,2х - х = 15$$

$$0,2х = 15$$

$$х = 15 : 0,2$$

$$x = 75$$

$$1,2 \cdot 75 = 90 \text{ (р.)}$$

Ответ: книги стоят 90 рублей.

Задачи для самопроверки

№ 488

- 1) а) 2,88 см; б) 80; в) $0,4x$.
 2) а) 14; б) 90; в) $4x$; г) $y : 3$.
 3) на 75%; на 300%.

№ 489

- а) 15%; б) 50%; в) 15%; г) 5%; д) 12,5%; е) 12,5%.

№ 490

1.

- 1) $100 + 5 = 105\%$ — в первом квартале;
 2) $106\% = 1,06$;
 $1,06 \cdot 105 = 111,3\%$ — во втором квартале;
 3) $111,3 - 100 = 11,3\%$.

Ответ: за два квартала доходы увеличились на 11,3%.

2.

- 1) $100 - 20 = 80\%$ — выпуск составил в прошлом году;
 2) $105\% = 1,05$;
 $1,05 \cdot 80 = 84\%$ — выпуск составил в текущем году;
 3) $100 - 84 = 16\%$.

Ответ: за два года выпуск продукции уменьшился на 16%.

№ 491

Ответ: 140 км.

№ 492

- 1) На 3600 р.; 2) 25 %.

№ 493

$$15 - 15 \cdot 0,3 - (15 - 15 \cdot 0,3) \cdot 0,2 = 15 - 4,5 - 2,1 = 8,4 \text{ (л)}$$

Ответ: осталось 8,4 л.

№ 494

30 тыс., 25 тыс., 15 тыс.

№ 495

- 1) $150 \cdot 0,3 = 45 \text{ (г)}$ — соли в растворе;
 2) $150 + 350 = 500 \text{ (г)}$ — масса нового раствора;
 3) $45 : 500 \cdot 100 = 9\%$.

Ответ: концентрация полученного раствора — 9%.

№ 496

- 1) $1544 = (1 + 0,001 \cdot 24) \cdot 1500$
 $1544 = (1 + 0,024) \cdot 1500$
 $1544 = 1,024 \cdot 1500$
 $1544 = 1536 \text{ (Н)}$

Ответ: пеня начислена неправильно (начислили больше).

- 2) $28\,000 \cdot (1 - 0,05 \cdot 8) = 28\,000 \cdot 0,6 = 16\,800 \text{ (р.)}$

Ответ: останется 16 800 рублей.

№ 497

- а) 6200 р., б) 6298 р. 56 коп.

§ 3. ОТНОШЕНИЯ (13 часов)

П.2.3.1. ПОНЯТИЕ ОТНОШЕНИЯ

Уроки 47–48

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать понятие отношения, умение упрощать отношения и находить отношение чисел и величин.
- 2) Повторить и закрепить: разностное и кратное сравнения чисел и величин; перевод высказываний на математический язык; построение математических моделей текстовых задач; приемы исследования свойств геометрических фигур; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся знакомятся с понятием отношения. Рассматриваются разные способы записи и чтения отношений, взаимно обратные отношения, отношения величин. Учащиеся учатся анализировать, что показывает отношение, — отношение двух чисел есть число, которое показывает, во сколько раз первое число больше второго, или какую часть первое число составляет от второго. Умение составлять отношение и объяснять его смысл готовит учащихся к решению задач методом пропорций.

С учащимися фиксируется, что при нахождении отношения одноименных величин величины должны быть выражены в одной и той же единице измерения. С учащимися уточняется, что отношение одноименных величин есть число, а при нахождении отношения величин с разными наименованиями образуется новая величина. Единицей измерения полученной величины является дробь: км/ч; м/с; руб./кг; кг/дм³ и т. д.

На основании свойства частного учащиеся учатся упрощать отношения.

Учащиеся учатся выражать отношение в процентах, т. е. находить процентное отношение, понятие которого в этом пункте уточняется. Наряду с процентным отношением чисел рассматриваются процентные отношения различных величин, в связи с чем повторяется понятие концентрации раствора.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Способ нахождения отношения величин.

2. Актуализация.

Повторить: основное свойство дроби, взаимосвязь дробной черты и знака деления, решение задач на кратное сравнение (ввести соответствующую терминологию) и решение задач на нахождение скорости по известным пути и времени.

Ввести: понятие отношения чисел, взаимно обратных отношений, определить, что может показывать отношение (смысл отношения), способы упрощений отношений.

3. Задание на пробное действие.

Найдите отношения:

- а) 1 м к 50 см;
- б) 100 км к 50 км/ч.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу найти отношения величин.

— Я не могу предъявить эталон, по которому нашел отношение величин.

5. Фиксация причины затруднения.

— Нет способа нахождения отношения величин.

6. Цель деятельности.

Построить способ нахождения отношения величин.

7. Фиксация нового знания.

1. Отношение одноименных величин есть число.

Чтобы найти отношение одноименных величин, надо выразить их в одной и той же единице измерения.

2. Отношение величин разных наименований образует новую величину (скорость, цена др.).

Открыть способ учащиеся могут, вспомнив способ решения задач на кратное сравнение, на нахождение скорости. Сопоставив смысл отношения с уже известными им способами решения задач, они выяснят, что пробное задание фактически является новой формулировкой заданий «Во сколько раз больше...», «Какую часть...», «Найди скорость...». Выполнив предложенные задания старыми способами, обобщив эти способы на любые отношения (одноименных и разноименных величин), учащиеся сформулируют правила нахождения отношения величин.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 48), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность. Основные цели урока № 48: формирование способности к анализу собственной деятельности; повторить и закрепить разностное и кратное сравнение чисел и величин, приемы исследования свойств геометрических фигур.

Особенности изучения учебного содержания

Особенностью изучения данной темы является то, что учащиеся уже сталкивались с понятием отношения при решении задач на проценты (третий тип). Получив первичный опыт работы с этим понятием при нахождении процентного отношения, шестиклассники только теперь узнают определение отношения.

При изучении данного пункта кроме новой терминологии с точки зрения математики учащиеся ничего не приобретают. Этот пункт дает возможность уточнить, обобщить и систематизировать уже имеющиеся у учащихся знания и взглянуть на них через призму введенного понятия «отношение». При введении понятия «отношение» внимание детей обращается на причины возникновения этого понятия в процессе исторического развития.

Учащиеся имеют возможность *познакомиться* с примерами отношений одноименных величин из геометрии: синус, косинус, тангенс. Шестиклассники получают первичный опыт записи таких отношений, проводят измерения для их нахождения.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задание № 1 направлено на формирование представления о качественной оценке некоторой ситуации. Оно поможет учащимся в понимании смысла разностного и кратного сравнения. При поиске своего примера учащиеся могут использовать рисунок, предложенный в учебнике (три волоса на голове и три волоса в супе).

Задание № 2 направлено на отработку понятий разностного и кратного сравнения. При выполнении этого задания можно организовать игру «Кто последний?». Учащиеся называют вопросы к условию. Чей вопрос на сравнение окажется последним, тот и выигрывает. Очередность в назывании вопросов можно определять по скорости поднятия руки или по скорости хлопка. Такая организация работы поможет создать положительный настрой и повысить активность учеников (в том числе и двигательную).

В задании № 3 учащиеся читают отношения, упрощают их на основании свойства частного. Среди свойств, которыми обладают отношения, следует остановиться на «перекрестном» правиле, которое подготовит почву для открытия основного свойства пропорции.

Выполняя № 4—5, учащиеся учатся анализировать, что показывает отношение. Отношение одноименных величин есть число, которое показывает, во сколько раз первая величина больше второй величины, или какую часть первая величина составляет от второй.

Учащиеся находят процентное отношение, используя его определение: «Процентным отношением a к b называют отношение $a : b$, выраженное в процентах».

Они находят его по формуле $(a : b) \cdot 100\%$ или $\frac{a}{b} \cdot 100\%$. Наряду с процентным отношением чисел (№ 6, 7) рассматриваются процентные отношения величин (№ 8—10), в связи с чем повторяется понятие концентрации раствора. Важно зафиксировать с учащимися, что при нахождении отношения одноименных величин, величины должны быть выражены в одной и той же единице измерения (№ 8).

Выполняя задание № 11, учащиеся ищут отношения величин с разными наименованиями. При этом образуется новая величина, единицей измерения ее является дробь: км/ч; м/с; руб./кг; кг/дм³ и т. д. Полезным будет сравнить результаты отношений из № 8 и № 11.

При отработке понятия «отношение» продолжают отрабатываться практические навыки по выполнению чертежей различных геометрических фигур (№ 12—13).

При наличии времени целесообразно рассмотреть упражнения № 14—15. Данные задания знакомят учащихся с примерами отношений одноименных величин в геометрии и позволяют продолжить формировать умение работать с определениями, проводить простейшие исследования. Продолжает развитие геометрической линии курса и задание из блока «Повторение» — № 18. В этом задании учащимся предлагается, используя готовые чертежи, доказать фактически теорему Пифагора. Свойство сторон прямоугольного треугольника будет в дальнейшем использоваться в курсе при постановке проблемы недостаточности множества рациональных чисел для измерения величин (на примере длины диагонали квадрата со стороной, равной единице) — п. 3. 2. 5.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 47	Урок 48
К	№ 1—8	№ 9—15
П	№ 16, 17, 19	№ 18, 20
Д	п. 2.3.1, № 21, 24, 26	№ 22, 23
С	№ 27	

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 47, 48.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 1

Задание выполняется устно. Учащиеся должны понять, что одна и та же величина в сравнении с другими величинами может давать разную качественную оценку некоторой ситуации.

№ 2

Разностное сравнение.

На сколько лет продолжительность жизни кобры меньше, чем продолжительность жизни крокодила? (90—15).

На сколько лет продолжительность жизни крокодила больше, чем продолжительность жизни кобры? (90—15).

Кратное сравнение.

Во сколько раз продолжительность жизни кобры меньше, чем продолжительность жизни крокодила? ($90 : 15$).

Во сколько раз продолжительность жизни крокодила больше, чем продолжительность жизни кобры? ($90 : 15$).

Какую часть продолжительности жизни крокодила составляет жизнь кобры? ($15 : 90$).

Процентное отношение.

Сколько процентов продолжительность жизни кобры составляет от жизни крокодила? ($15 : 90 \cdot 100$).

Сколько процентов продолжительность жизни крокодила составляет от жизни кобры? ($90 : 15 \cdot 100$).

*На сколько процентов продолжительность жизни кобры меньше, чем продолжительность жизни крокодила? ($100 - 15 : 90 \cdot 100$).

*На сколько процентов продолжительность жизни крокодила больше, чем продолжительность жизни кобры? ($90 : 15 \cdot 100 - 100$).

№ 3

а) Учащиеся читают: «Отношение пятнадцати к тридцати»

$$15 : 30 = 1 : 2;$$

б) Учащиеся читают: «Отношение сорока восьми к ста двенадцати»

$$\frac{48}{112} = \frac{3}{7};$$

$$в) 2,5 : 3 = 5 : 6;$$

$$г) 4 : \frac{1}{3} = 12 : 1;$$

$$д) \frac{0,34}{1,7} = \frac{34}{170} = \frac{1}{5};$$

$$е) 3\frac{1}{9} : 4\frac{2}{3} = 28 : 42 = \frac{2}{3};$$

$$ж) \frac{15abc}{5a^2b} = \frac{3c}{a};$$

$$з) (4x^2) : (20xy) = x : 5y.$$

№ 4

$6 : 12$ — отношение показывает, какую часть количество белых роз составляет от количества красных;

$12 : 6$ — отношение показывает, во сколько раз красных роз больше, чем белых (белых роз меньше, чем красных);

$6 : 18$ — отношение показывает, какую часть количество белых роз составляет от общего количества цветов;

$18 : 12$ — отношение показывает, во сколько раз красных роз меньше, чем всех роз (всех цветов больше, чем красных роз).

№ 5

Задание можно выполнить устно, опираясь на отношения, предложенные в предыдущем номере.

№ 6

а) 80%; б) 36%; в) 500%; г) 275%; д) 30%; е) 9%; ж) 25%; з) 200%.

№ 7

Порядок членов отношения имеет значение, т. к. при перемене мест членов отношения значение частного изменится.

$$а) 1 : 3 = 33\frac{1}{3}\%; 3 : 1 = 300\%;$$

$$б) 12 : 15 = 80\%; 15 : 12 = 125\%;$$

$$в) 20\%; 500\%;$$

$$г) 60\%; 166\frac{2}{3}\%.$$

№8

а) $3,2 \text{ м} = 32 \text{ дм};$

$$8 \text{ дм} : 32 \text{ дм} = \frac{8}{32} = 0,25;$$

$$0,25 \cdot 100\% = 25\%.$$

б) $0,3 \text{ км} = 300 \text{ м};$

$$300 \text{ м} : 500 \text{ м} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0,6;$$

$$0,6 \cdot 100\% = 60\%.$$

в) $4 \text{ т} = 40 \text{ ц};$

$$12 \text{ ц} : 40 \text{ ц} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10} = 0,3;$$

$$0,3 \cdot 100\% = 30\%.$$

г) $0,034 \text{ ц} = 3,4 \text{ кг};$

$$3,4 \text{ кг} : 20 \text{ кг} = 0,17;$$

$$0,17 \cdot 100\% = 17\%.$$

д) $1 \text{ ч} = 60 \text{ мин};$

$$\frac{6}{60} = \frac{1}{10} = 10\%.$$

е) $2 \text{ ч } 20 \text{ мин} = 140 \text{ мин};$

$$\frac{140}{40} = \frac{7}{2} = 3,5 = 350\%.$$

№9

а) $273 : 300 = 0,91 = 91\%.$

Ответ: 91% посаженных семян проросло.

б) Отношение количества проросших семян к количеству посаженных характеризует всхожесть семян.

№10

1) Отношение массы растворенного вещества к массе раствора характеризует концентрацию раствора.

2) 2,5 %.

3) 5%.

№11

а) $4 \text{ м} : 2 \text{ мин} = 2 \text{ (м/мин)}$ — скорость;

б) $25 \text{ км} : 4 \text{ ч} = 6,25 \text{ (км/ч)}$ — скорость;

в) $280 \text{ р.} : 7 \text{ м} = 40 \text{ (р.)}$ — цена;

г) $12 \text{ р. } 5 \text{ кг} = 2,4 \text{ (р.)}$ — цена;

д) $6 \text{ д.} : 3 \text{ мин} = 2 \text{ д./мин}$ — производительность труда;

е) $50 \text{ стр.} : 2 \text{ ч} = 25 \text{ стр./ч}$ — производительность труда.

№12

Перед выполнением задания целесообразно задать вопросы:

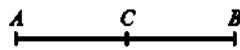
«Когда дробь равна единице?»

«Какая дробь больше 1? Сравните ее числитель и знаменатель».

«Какая дробь меньше 1? Что можно сказать про ее числитель и знаменатель?»

«После сокращения дробь стала равна 2. Что можно сказать про ее числитель и знаменатель?»

1) Точка C делит отрезок пополам.



2) Точка C лежит правее середины отрезка.



3) Точка C лежит левее середины.



4) Отрезок AC в 2 раза длиннее отрезка BC .



№13

Задание формирует опыт, полезный для последующего решения задач на пропорциональное деление, и тренирует практические навыки по выполнению геометрических построений.

3) Задание готовит к выполнению № 14. Гипотенуза должна быть равна 5, отношения катетов к гипотенузе — 3 : 5 и 4 : 5.

4) При выполнении задания учащиеся повторяют алгоритм построения угла заданной градусной меры. Градусная мера частей угла составит 20° и 40° , их значения учащиеся находят методом подбора.

№ 14

1) Определяемыми понятиями являются понятия синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника. Учитель может предложить учащимся подчеркнуть определяемые понятия, после чего осуществить проверку.

2) При выполнении этого задания учащиеся в первую очередь отрабатывают понятие отношения. Понятия синуса, косинуса и тангенса являются лишь инструментом для разнообразия этой отработки. Они дают возможность сильным учащимся «не стоять на месте», а получать «пищу для ума», однако учитель должен понимать, что знакомство с этими понятиями ни в коем случае не предполагает контроля их усвоения.

$$\sin A = \frac{BC}{AB}, \cos A = \frac{AC}{AB}, \operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}; \sin B = \frac{AC}{AB}, \cos B = \frac{BC}{AB}, \operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC}.$$

№ 15

Целесообразно организовать работу в группах, с последующим обсуждением.

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}, \operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4};$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1;$$

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = \frac{3}{4}.$$

Выполняя аналогичные задания для угла B , учащиеся должны заметить, что сумма квадратов синуса и косинуса этого угла также равна 1, отношение синуса угла B к его косинусу равно тангенсу данного угла.

Доказательство гипотез, сформулированных учащимися, рекомендуется предлагать только учащимся, проявляющим к изучению предмета повышенный интерес.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 19

Выполнить одно из уравнений на выбор учителя, один ученик выполняет задание у доски.

а) $0,9a + 4,96 = 3,6 + 1,4a$

$$0,9a + 4,96 - 0,9a = 3,6 + 1,4a - 0,9a$$

$$4,96 = 3,6 + 0,5a$$

$$0,5a = 4,96 - 3,6$$

$$0,5a = 1,36$$

$$a = 1,36 : 0,5$$

$$a = 2,72$$

Ответ: 2,72.

б) $4\frac{1}{3}b + b = 6b - 10,4$

$$5\frac{1}{3}b = 6b - 10,4$$

$$5\frac{1}{3}b - 5\frac{1}{3}b = 6b - 10,4 - 5\frac{1}{3}b$$

$$0 = \frac{2}{3}b - 10,4$$

$$\frac{2}{3}b = 10,4$$

$$b = \frac{156}{10}$$

$$b = 15,6$$

Ответ: 15,6.

в) $0,4(2x + 0,3) = \frac{1}{3}(6x - 7,2)$

$$0,8x + 0,12 = 2x - 2,4$$

$$0,8x + 0,12 - 0,8x = 2x - 2,4 - 0,8x$$

$$0,12 = 1,2x - 2,4$$

$$1,2x = 0,12 + 2,4$$

$$1,2x = 2,52$$

$$x = 2,1$$

Ответ: 2,1.

г) $5(y - 3,8) = 4,7(y - 4)$

$$5y - 19 = 4,7y - 18,8$$

$$5y - 19 - 4,7y = 4,7y - 18,8 - 4,7y$$

$$0,3y - 19 = -18,8$$

$$0,3y = 19 - 18,8$$

$$0,3y = 0,2$$

$$y = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\frac{2}{3}$.

Уроки 49–50

1) Сформировать понятие масштаба, умение использовать это понятие для решения практических задач.

2) Повторить и закрепить: понятие отношения, свойства отношений; перекрестное правило, составление и простейшие преобразования буквенных выражений; задачи на проценты; приемы устных и письменных вычислений, совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся работают с одним из распространенных примеров отношения одноименных величин – масштабом. Учащиеся уже сталкивались с этим понятием на уроках по другим учебным предметам. Задача этого пункта – уточнить понятие масштаба с точки зрения математики, дав четкое определение данного понятия. В этом пункте шестиклассники должны научиться решать практические задачи, связанные с масштабом, используя понятие масштаба, понимая его смысл. При этом учащиеся повторяют соотношения между единицами измерения длины, тренируют и закрепляют умение выражать значение длины в разных единицах измерения.

На уроках рассматривается три типа задач на масштаб: нахождение истинных размеров, нахождение размера на изображении и нахождение масштаба. На данном этапе учащиеся решают задачи на масштаб арифметическим способом, опираясь на понятие масштаба. После изучения темы «Решение задач с помощью пропорций» учащиеся вернутся к этим задачам и смогут решать их с помощью пропорции.

1. Новое знание.

Способ решения задач на масштаб.

Повторить: упрощение и нахождение отношений, единицы длины.

Ввести: понятие масштаба.

3. Задание на пробное действие.

После анализа задач учащимся предлагается за 30 секунд записать формулы для решения каждой из задач:

1) На карте с масштабом $1 : 50\,000$ расстояние равно 5 см. Найдите расстояние на местности.

2) Расстояние между двумя городами равно 400 км. Найдите длину отрезка, соединяющего эти города на карте, выполненной в масштабе 1 : 50 000.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать формулы для решения задач на масштаб.

— Я не могу обосновать, что предложенные для решения задач на масштаб формулы верны.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет эталона с формулами, которые можно было бы использовать при решении задач на масштаб.

6. Цель деятельности.

Построить формулы для решения задач на масштаб.

7. Фиксация нового знания.

Можно зафиксировать с учащимися следующий опорный сигнал:

$$a : b = \frac{m}{n},$$

a — длина отрезка на изображении;

b — реальная длина;

$\frac{m}{n}$ — масштаб изображения.

Тип задачи на масштаб определяется тем, что неизвестно, a , b или $\frac{m}{n}$:

1. Нахождение реальной длины: $b = a : \frac{m}{n}$.

2. Нахождение длины отрезка на изображении: $a = b \cdot \frac{m}{n}$.

3. Нахождение масштаба: $\frac{m}{n} = a : b$.

Открыть формулы учащиеся могут следующим образом. После согласования обозначений⁸ для величин, задействованных в этих задачах, учащимся предлагается решить задачи из задания для пробного действия. Результатом работы каждой группы будет являться решенная задача и формула для решения задачи такого типа.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 50). Основные цели **урока № 50**: тренировать умение использовать понятие масштаб для решения практических задач; формировать способность к анализу собственной деятельности; повторить и закрепить решение уравнений перекрестным правилом.

Особенности изучения учебного содержания

При изучении данного пункта учащимся предлагается выполнить практические работы, связанные с использованием карт или выполнением чертежа. При выполнении этих работ учащиеся применяют понятие масштаба к решению задач практического характера и задач из смежных дисциплин.

Учащиеся работают не только с масштабом, который меньше единицы, но и масштабом, который больше единицы. Учащиеся чаще всего сталкиваются с масштабом первого вида, именно он используется на картах и применяется ими на уроках по окружающему миру, истории или географии. Масштаб, с помощью которого реальный размер увеличивается, встречается реже и, скорее всего, использовался учащимися на уроках по технологии. В данном пункте знания учащихся о масштабе систематизируются: и в том и в другом случае речь идет об отношении длины отрезка на изображении к его реальной длине.

Методические рекомендации к выполнению заданий

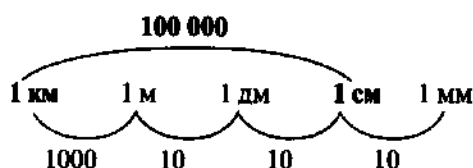
Задание № 28 направлено на первичное закрепление понятия масштаба, выполняя вторую часть этого задания, учащиеся по заданному масштабу устанавливают его смысл. Они фактически «переводят» масштаб с математического языка на русский, объясняя, какую связь между реальной длиной и его изображением он показывает.

Задания № 29—32 являются, по сути, тремя различными типами задач на масштаб, в которых неизвестен либо масштаб, либо длина отрезка на изображении, либо его реальная длина. Учащиеся могут решить эти задачи двумя способами. Первый способ — учащиеся используют определение масштаба и устанавливают его смысл для нахождения реальной длины отрезка или его изображения.

⁸ Они могут отличаться от предложенных выше обозначений.

Второй способ — учащиеся пользуются формулой с согласованными в классе обозначениями для длины отрезка на изображении, его реальной длины и масштаба изображения.

В процессе их выполнения с учащимися повторяются соотношения между единицами длины:



В задании № 33 учащимся предлагается выполнить практическую работу. Важно, чтобы учащиеся поработали с картами, поняв связь математики с другими учебными дисциплинами, тем самым они увидят взаимосвязь наук и роль, которая отводится математике среди других наук. В качестве оборудования на уроке можно использовать атласы, которые применяются учащимися на уроках географии.

При выполнении заданий № 34—35 учащиеся тренируют умение пользоваться линейкой как измерительным прибором, вспоминают соотношения между единицами не только длины, но и площади. Задание, связанное с измерением площади квартиры (№ 35), вызывает у учащихся интерес. Можно выполнить его по частям, предложив различным группам вычислить площадь одного из помещений, а затем, пользуясь результатами работы всех групп, всем вместе вычислить общую площадь квартиры. При таком распределении сил важно обсудить с учащимися долю ответственности каждой из групп, их вклад в общий результат. Можно спросить учащихся, что произойдет, если одна из групп допустит ошибку. Попросить их подумать, как можно организовать работу, чтобы избежать возможности такой ошибки, — выходом здесь может служить взаимный контроль. Так, например, две группы должны вычислять одну и ту же площадь, и если их ответы совпадут, вероятность ошибки снизится. Если группы получают разные результаты, то остальные группы могут выступить в качестве арбитра. Проводить такую работу будет полезным с точки зрения формирования коммуникативных универсальных учебных действий.

Задание № 36 может стать поводом для беседы о столице нашей страны Москве.

Задания № 37—38 носят практическую направленность и связаны с изображением плана того или иного помещения. Можно обсудить с учащимися, где и в каких ситуациях используются подобные планы, показав связь действий, выполняемых шестиклассниками на уроке, с окружающей их жизнью.

Задачи № 39—40 являются составными задачами на масштаб.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 49	Урок 50
К	№ 28—33	№ 34—40
П	№ 41—44, 19	№ 45, 48
Д	п. 2.3.2, № 49, 50, 52, 55	№ 51, 53, 54
С	№ 56 (1)	№ 56 (2,3)

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 49,50.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 28

Задание выполняется устно.

1) Дается определение масштаба; масштаб чертежа равен $5 : 1$; $1 : 100$.

2) а) Реальные размеры в 400 раз больше размеров на плане; б) длины отрезков на карте в 500 000 раз меньше реальных размеров; в) реальные размеры в 3 раза меньше размеров на чертеже.

№ 29

1)

$$100 \text{ км} = 10\,000\,000 \text{ см};$$

$$1 : 10\,000\,000.$$

Ответ: масштаб карты $1 : 10\,000\,000$ или $\frac{1}{10\,000\,000}$.

2)

$$1 \text{ км } 200 \text{ м} = 120\,000 \text{ см};$$

$$3 : 120\,000 = 1 : 40\,000.$$

Ответ: масштаб карты $1 : 40\,000$.

3)

$$50 \text{ км} = 500\,000 \text{ дм};$$

$$2 : 500\,000 = 1 : 250\,000.$$

Ответ: масштаб карты $1 : 250\,000$.

№ 30

Удобно изобразить это расстояние в виде отрезка длиной, например, 11 см.

Тогда масштаб вычисляется следующим образом:

$$1100 \text{ км} = 110\,000\,000 \text{ см};$$

$$11 \text{ см} : 110\,000\,000 \text{ см} = 1 : 10\,000\,000.$$

№ 31

1) Данный масштаб означает, что расстояние на местности в 1 000 000 раз больше, чем на карте.

$$1 \cdot 1\,000\,000 = 1\,000\,000 \text{ (см)};$$

$$1\,000\,000 \text{ см} = 10 \text{ км}.$$

2) Данный масштаб означает, что расстояние на местности в 1 000 000 раз больше, чем на карте.

$$0,6 \cdot 1\,000\,000 = 600\,000 \text{ (см)} = 6 \text{ км}.$$

Ответ: расстояние на местности равно 6 км.

3) При решении этой задачи можно использовать формулу нахождения реальной длины:

$$b = a : \frac{m}{n}$$

$$a = 1,8 \text{ см}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{1}{10\,000\,000}$$

$$b = ?$$

Решение:

$$1,8 : \frac{1}{10\,000\,000} = 1,8 \cdot 1\,000\,000 = 1\,800\,000 \text{ (дм)};$$

$$1\,800\,000 \text{ дм} = 180 \text{ км}.$$

Ответ: реальное расстояние 180 км.

4) Ответ: 35 км.

№ 32

1 способ:

$$b = a : \frac{m}{n}$$

$$a = 4 \text{ см}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{20}{1}$$

$$b = ?$$

$$4 : \frac{20}{1} = 4 \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{5} \text{ (см)} = 2 \text{ (мм)}$$

2 способ:

Данный масштаб означает, что длина крыла в 20 раз больше, чем на изображении, значит, реальная длина в 20 раз меньше изображения.

$$4 : 20 = 0,2 \text{ (см)};$$

$$0,2 \text{ см} = 2 \text{ мм.}$$

Ответ: длина крыла равна 2 мм.

№ 34

При измерении могут быть получены следующие длины отрезков: 2,5 см; 3 см; 1 см; 2 см; 1,5 см; 5 см. Тогда решение задачи имеет вид:

$$P = 2,5 \cdot 4000 + 3 \cdot 4000 + 1 \cdot 4000 + 2 \cdot 4000 + 1,5 \cdot 4000 + 5 \cdot 4000 =$$

$$= (2,5 + 3 + 1 + 2 + 1,5 + 5) \cdot 4000 = (4 + 11) \cdot 4000 = 15 \cdot 4000 = 60\,000 \text{ (см).}$$

$$60\,000 \text{ см} = 600 \text{ м.}$$

Площадь фигуры можно найти, построив ее до прямоугольника со сторонами 2,5 и 5 см и вычислив разность между полученным прямоугольником и прямоугольником со сторонами 1 и 2 см.

$$S = (2,5 \cdot 4000) \cdot (5 \cdot 4000) - (1 \cdot 4000) \cdot (2 \cdot 4000) = (12,5 - 2) \cdot 4000^2 =$$

$$= 10,5 \cdot 16\,000\,000 = 168\,000\,000 \text{ (см}^2\text{)};$$

$$168\,000\,000 \text{ см}^2 = 168 \text{ м}^2.$$

Ответ: периметр земельного участка равен 600 м, а его площадь 168 м².

В результате решения этой задачи можно сделать с учащимися следующие выводы.

Если реальная длина больше длины изображения в a раз, то реальный периметр соответствующей фигуры больше периметра ее изображения также в a раз.

Если реальная длина больше длины изображения в a раз, то реальная площадь соответствующей фигуры больше площади ее изображения в a^2 раз.

Эти выводы помогут выполнить следующее задание. При выполнении № 35 учащиеся могут вычислить площадь каждого из помещений и общую площадь, вычислив сначала площадь прямоугольников, изображающих их на плане, а затем умножив их на 2002, после чего полученную площадь следует выразить в м².

№ 36

$$470 \text{ км} = 47\,000\,000 \text{ см};$$

$$47\,000\,000 \cdot \frac{1}{5000000} = 9,4 \text{ (см).}$$

Ответ: длина отрезка на карте 9,4 см.

№ 39

Задачу рекомендуется решить у доски с комментированием. При анализе задачи учитель может задать вопросы: «Что нужно вычислить, чтобы найти длину отрезка на изображении?», «Можно ли сразу ответить на вопрос задачи?», «Как можно назвать эту задачу?», «Из каких простых задач на масштаб она состоит?», «Какие данные помогут найти масштаб изображения?»

$$6 \text{ м} = 600 \text{ см.}$$

$$1) 4 : 600 = 1 : 150 \text{ — масштаб изображения;}$$

$$4,2 \text{ м} = 420 \text{ см.}$$

$$2) 420 : 150 = 2,8 \text{ (см).}$$

Ответ: на плане длина отрезка, соответствующего ширине, равна 2,8 см.

№ 40

$$1) 12 : \frac{1}{10000} = 1\,200\,000 \text{ (см)} — \text{реальное расстояние;}$$

$$2) 1\,200\,000 \cdot \frac{1}{30000} = 4 \text{ (см).}$$

Ответ: на новой карте длина изображения равна 4 см.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 44

Задание выполняется у доски с комментированием.

$h : a$ — крутизна участка.

$$a) h : 400 \cdot 100\% = 20\%;$$

$$6) 30 : 1200 = \frac{1}{40};$$

$$h = 20 : 100 \cdot 400;$$

$$\frac{1}{40} \cdot 100\% = 2,5\%.$$

$$h = 80 \text{ (м).}$$

Ответ: а) высота спуска 80 м, б) крутизна участка 2,5%.

№ 48

Перед изучением основного свойства пропорции целесообразно повторить с учащимися «перекрестное правило», с помощью которого они сравнивали дроби в пятом классе, а именно ту его часть, в которой сказано, что дробь $\frac{a}{b}$ равна дроби $\frac{c}{d}$ в том и только в том случае, если $ad = bc$.

$$1) \frac{x}{7,2} = \frac{1\frac{1}{9}}{0,25}$$

$$0,25x = 7,2 \cdot 1\frac{1}{9}$$

$$0,25x = \frac{72 \cdot 10}{10 \cdot 9}$$

$$0,25x = 8$$

$$x = 8 : 0,25$$

$$x = 32$$

Ответ: 32.

2)

$$\frac{2\frac{1}{3}}{0,6x} = \frac{2,5}{1\frac{2}{7}}$$

$$0,6x \cdot 2,5 = 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{7}$$

$$1,5x = \frac{7}{3} \cdot \frac{9}{7}$$

$$1,5x = 3$$

$$x = 3 : 1,5$$

$$x = 2$$

Ответ: 2.

3) *Ответ:* 0,4.

4) *Ответ:* 8,5.

П.2.3.3. ПОНЯТИЕ ПРОПОРЦИИ. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ПРОПОРЦИИ

[illegible]

Основные содержательные цели:

1) Сформировать понятие пропорции, ее крайних и средних членов, вывести основное свойство пропорции. Сформировать умение находить неизвестные члены пропорции.

2) Повторить и закрепить: доказательство высказываний, построение их отрицаний; решение задач на движение и на проценты; построение формул зависимостей между величинами; решение уравнений; приемы исследования свойств геометрических фигур; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте понятие пропорции вводится в связи с рассмотрением задач на масштаб и движение. Учащимися фиксируется, что в обоих случаях получена одна и та же математическая модель — равенство двух отношений. После

чего шестиклассникам сообщается, что такая модель $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ часто возникает и в других практических задачах и является значимой для решения задач такого вида. После того как учащиеся узнают, в чем состоит целесообразность изучения таких равенств, они знакомятся с общепринятой терминологией и основным свойством пропорций.

У учащихся формируется умение записывать пропорции двумя способами:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ или $a : b = c : d$ и читать их разными способами: a так относится к b , как c относится к d ; отношение a к b равно отношению c к d ; a во столько раз больше b , во сколько раз c больше d ($a > b, c > d$); a составляет такую же часть от b , какую c составляет от d ($a < b, c < d$). На основе основного свойства пропорции учащиеся формулируют правила нахождения неизвестного крайнего члена пропорции и неизвестного среднего члена пропорции и используют их при решении уравнений.

При изучении данного пункта планируется два урока открытия нового знания. Рассмотрим вариант структуры первого урока.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знамя.

Понятие пропорции.

2. Актуализация.

Повторить: понятие отношения, упрощение отношений и нахождение их значения.

3. Задание на пробное действие.

Какие из данных равенств являются пропорциями?

$$3:4=6:8; \quad \frac{0,34}{17} = \frac{34}{1700}; \quad \frac{5}{2} = 1:3.$$

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу указать равенства, которые являются пропорцией.

— Я не могу обосновать, что верно назвал равенства, которые являются пропорцией.

5. Фиксация причинны затруднения.

— У нас нет определения понятия пропорции.

6. Цель деятельности.

Построить определение пропорции.

7. Фиксация нового знания.

Пропорцией называется истинное равенство двух отношений.

$$a : b = c : d ; \frac{a}{b} = \frac{c}{d},$$

где $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$

Построить определение пропорции учащиеся смогут, анализируя предложенные в пробном действии равенства, после того как учитель сообщит, что одно из этих равенств пропорцией не является. Учащиеся должны отобрать следующие характеристические свойства анализируемых объектов: является равенством, приравнены отношения, равенство должно быть истинным. После того как учащиеся самостоятельно построят определение в группах, они согласовывают общий вариант определения и сверяют свое определение с определением из учебника.

Можно предложить учащимся другой вариант **пробного задания**. Сначала в фронтальном режиме с учащимися составляются математические модели для решения задач на масштаб и движение либо других задач на нахождение четвертого пропорционального. Учащимися фиксируется, что в обоих случаях получена одна и та же математическая модель — равенство двух отношений. После чего

шестиклассникам сообщается, что такая модель $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ часто возникает и в других практических задачах. После этого им предлагается указать, как в математике принято называть подобные равенства.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу указать, как в математике принято называть равенства двух отношений.

— Я не могу обосновать, что верно указал, как в математике принято называть подобные равенства.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, как в математике принято называть равенства двух отношений.

6. Цель деятельности.

Узнать, как в математике принято называть равенства двух отношений.

При **открытии** нового знания учащиеся могут использовать текст учебника либо, если такая возможность имеется, воспользоваться Интернетом. В результате учащиеся узнают определение пропорции и уточняют еще один существенный признак пропорции — равенство должно быть истинным.

На следующем уроке открытия нового знания учащиеся выводят правила нахождения неизвестного члена пропорции.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Правила нахождения неизвестного члена пропорции.

2. Актуализация.

Повторить: понятие пропорции, основное свойство пропорции.

3. Задание на пробное действие.

После решения уравнения $\frac{x}{4 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{5}{\frac{5}{9}}$ способами, известными учащимся (вре-

мя фиксируется), учащимся предлагается следующее задание.

Найдите другой способ решения этого уравнения, на который затрачивалось бы меньше времени.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу решить такое уравнение другим способом за меньшее время.

— Я не могу обосновать, что мой способ решения верный.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет более быстрого способа решения таких уравнений.

6. Цель деятельности.

Найти быстрый способ решения уравнений и научиться пользоваться построенным способом.

7. Фиксация нового знания.

Чтобы найти крайний член пропорции, надо произведение ее средних членов разделить на второй крайний член.

$$a = \frac{bc}{d}, \quad d = \frac{bc}{a}$$

Чтобы найти средний член пропорции, надо произведение ее крайних членов разделить на второй средний член.

$$b = \frac{ad}{c}, \quad c = \frac{ad}{b}$$

Открыть новый способ учащиеся могут, проанализировав структуру уравнения и выявив, что оно является пропорцией с неизвестным крайним членом пропорции. Далее учащиеся, пользуясь основным свойством пропорции, решают данное уравнение и обобщают полученный способ на все подобные уравнения. В более подготовленном классе можно предложить учащимся составить уравнение в виде пропорции в общем виде с неизвестным крайним членом (уравнение с неизвестным средним членом пропорции) и решить его с помощью основного свойства пропорции. После чего они должны будут, опираясь на полученное равенство, сформулировать правило нахождения неизвестного члена пропорции.

Кроме двух уроков открытия нового знания, основные структурные элементы которых рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 53). Основные цели урока № 53: тренировать умение находить неизвестные члены пропорции и способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить построение отрицаний высказываний, построение формул зависимостей между величинами.

Особенности изучения учебного содержания

Благодаря подготовительной работе у учащихся появляется возможность самостоятельно «открыть» основное свойство пропорции (использование «перекрестного правила», известного учащимся из курса 5 класса). Следует обратить внимание учащихся на то, что, по сути, новая терминология не добавляет ничего нового к уже известному им «перекрестному правилу» и является лишь общепринятым языком, описывающим решение задач на пропорции. Однако сегодня этим языком пользуются многие люди, и знать его полезно.

На основе выведенного основного свойства пропорции учащиеся решают уравнения, имеющие вид пропорции. Наряду с использованием нового правила решения уравнений учащиеся повторяют известные способы: применение правил нахождения неизвестного компонента, правила «весов».

В данном пункте учащимся предлагается несколько задач на нахождение четвертого пропорционального, в которых отношение дается в явном виде. Эта работа формирует у учащихся опыт составления пропорции при решении задач, при этом условие составлено таким образом, чтобы желание составить пропорции возникало естественным образом и не вызывало затруднений.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задание № 57 направлено на первичное закрепление понятия пропорции, умения записывать ее с помощью знака деления и с помощью дробной черты. При выполнении этого задания учащиеся называют крайние и средние члены пропорции. Чтобы каждый из учащихся проделал эту работу «про себя», можно предложить им подчеркнуть крайние члены и обвести средние или выделить их разным цветом. Только после этого один из учеников проговаривает ответ вслух — остальные проверяют себя.

При выполнении задания № 58 обращается внимание учащихся на то, что равенство двух отношений должно быть истинным. Для выполнения задания учащимся следует вычислять значения отношений либо упрощать их.

Задание № 59 направлено на первичное закрепление основного свойства пропорции.

Задание № 60 развивает речь учащихся, здесь же они доказывают истинность равенства с использованием основного свойства пропорции. Здесь с учащимися фиксируется, каким способом можно проверить, является равенство отношений пропорцией или нет.

В задании № 61 учащиеся фиксируют способы проверки того, являются ли заданные равенства пропорциями, — с помощью определения (вычисляя значения или упрощая отношения) или с помощью основного свойства пропорции. При выполнении № 65 учащиеся проверяют истинность равенств удобным для них способом.

При составлении пропорции из 4 данных чисел в задании № 62 учащиеся получают возможность уже на этом этапе подметить простейшие свойства пропорции, связанные с перестановкой ее членов. При выполнении № 69 они могут записать их в общем виде.

В заданиях № 63—64 учащиеся составляют пропорции, используя определение пропорции или свойство.

На основе выведенного основного свойства пропорции учащиеся формулируют правила нахождения неизвестного крайнего члена пропорции и неизвестного среднего члена пропорции. Эти правила позволяют быстрее решать уравнения, имеющие вид пропорции, а задание № 66 готовит учащихся к решению задач на пропорцию.

При решении № 67 учащиеся используют те же правила, что и в предыдущем задании. Здесь фактически учащиеся решают дробно-рациональное уравнение, однако на данном этапе с учащимися вопросы, связанные с областью допустимых значений, естественно, не обсуждаются. Ведь целью данной работы является не формирование умения решать дробно-рациональные уравнения, а демонстрация способов применения основного свойства пропорции. В последних двух уравнениях используется основное свойство пропорции — от равенства отношений учащиеся переходят к равенству произведений крайних и средних членов. Важно зафиксировать с учащимися, что уравнения последнего столбика без применения основного свойства пропорции они решить не смогут, в отличие от предыдущих уравнений, где новый способ является более рациональным, но не единственным способом решения.

В задании № 68 учащиеся применяют правило нахождения неизвестного члена пропорции в новой ситуации.

Задачи № 70—72 формируют первичный опыт составления пропорции для решения задач. Эти задачи решаются пока без использования алгоритма (рассматриваются только прямо пропорциональные величины, отношение либо дано в условии, либо в задании дается указание его составить).

В рамках изучения понятия пропорции и ее свойства учащимся предлагаются задачи, связанные с соотношениями в окружности (№ 73—74).

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 51	Урок 52	Урок 53
К	№ 57—65	№ 66 (1 стр.) № 67 (1—2 стр.), 68—71	№ 66 (2 стр.) № 67 (3—4 стр.), 72—74
П	№ 75, 78, 79	№ 80—82	№ 77, 83, 84
Д	п. 2.3.3, № 85, 88, 89	№ 86, 89, 92	№ 87, 90, 92
С	№ 93	№ 94	№ 95

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 51—53.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 57

Учащиеся выполняют этот номер у доски.

$$a) 7 : 14 = 3 : 6; \quad \frac{7}{14} = \frac{3}{6}$$

$$1 : 2 = 1 : 2 \text{ (верно)}$$

Пропорция;

крайние члены пропорции: 7 и 6;

средние члены пропорции: 14 и 3.

$$б) 8 : 3 = 40 : 15; \quad \frac{8}{3} = \frac{40}{15}$$

$$8 : 3 = 8 : 3 \text{ (верно)}$$

Пропорция;

крайние члены пропорции: 8 и 15;

средние члены пропорции: 3 и 40.

$$в) 36 : 20 = 9 : 5; \quad \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$$

$$9 : 5 = 9 : 5 \text{ (верно)}$$

Пропорция;

крайние члены пропорции: 36 и 5;

средние члены пропорции: 20 и 9.

$$г) 2 : 10 = 3 : 15; \quad \frac{2}{10} = \frac{3}{15}$$

$$1 : 5 = 1 : 5 \text{ (верно)}$$

Пропорция;

крайние члены пропорции: 2 и 15;

средние члены пропорции: 10 и 3.

№ 58

Для выполнения задания данные отношения следует упростить (или вычислить их значения).

$$1) 1 : 3;$$

$$2) 3 : 1;$$

$$3) 5 : 2;$$

$$4) \underline{1 : 15};$$

$$5) 1 : 9;$$

$$6) 1 : 5;$$

$$7) 3 : 10;$$

$$8) 1 : 4;$$

$$9) \underline{1 : 15};$$

$$10) 30 : 1;$$

$$0,2 : 3 = 3 \frac{1}{3} : 50.$$

№ 59

$$m : n = k : p \Leftrightarrow mp = nk;$$

$$\frac{x}{y} = \frac{z}{t} \Leftrightarrow xt = zy.$$

№ 60

$$a) 9 : 1 = 18 : 2$$

Крайние члены: 9 и 2; средние члены: 1 и 18.

$$9 \cdot 2 = 1 \cdot 18;$$

$$18 = 18.$$

$$б) \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

Крайние члены: 1 и 12; средние члены: 4 и 3.

$$1 \cdot 12 = 4 \cdot 3;$$

$$12 = 12.$$

$$в) 0,5 \cdot 0,4 = \frac{1}{30} \cdot 6$$

$$0,2 = 0,2.$$

$$г) 8 \cdot 1,5 = 2,4 \cdot 5$$

$$12 = 12.$$

№ 61

$$а) 4 : 1 \frac{1}{5} = 5 : 1,5$$

Первый способ (использование основного свойства пропорции)

$$4 \cdot 1,5 = 1 \frac{1}{5} \cdot 5;$$

$$6 = 6 \text{ (верно)}$$

Второй способ (нахождение значения каждого отношения)

$$4 : \frac{6}{5} = 50 : 15;$$

$$\frac{20}{6} = \frac{50}{15};$$

$$\frac{10}{3} = \frac{10}{3} \text{ (верно)}$$

$$б) \frac{9}{10} = \frac{0,9}{0,01}$$

Первый способ

$$9 \cdot 0,01 = 10 \cdot 0,9;$$

$$0,09 = 9 \text{ (Н)}$$

Второй способ

$$0,9 = 90 \text{ (Н)}$$

$$в) 7 : 14 = 2 \frac{1}{3} : 4 \frac{2}{3}$$

Первый способ

$$7 \cdot 4 \frac{2}{3} = 14 \cdot 2 \frac{1}{3};$$

$$28 \frac{14}{3} = 28 \frac{14}{3} \text{ (верно)}$$

Второй способ

$$\frac{7}{14} = \frac{7}{3} : \frac{14}{3};$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{14};$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ (В)}$$

$$г) \frac{7}{2,5} = \frac{4}{3 \frac{1}{3}}$$

Первый способ

$$3 \cdot 3 \frac{1}{3} = 2,5 \cdot 4;$$

$$10 = 10 \text{ (верно)}$$

Второй способ

$$\frac{30}{25} = \frac{4}{\frac{10}{3}};$$

$$\frac{6}{5} = \frac{12}{10};$$

$$\frac{6}{5} = \frac{6}{5} \text{ (верно)}$$

№ 62

Данное задание целесообразно предложить выполнить в группах (каждой группе предлагается одно задание).

$$\begin{array}{lll} \text{а) } 2:5=8:20; & \text{б) } 18:3=24:4; & \text{в) } 4,5:9=6:12; \\ 5:2=20:8; & 3:18=4:24; & 9:4,5=12:6; \\ 20:5=8:2; & 4:3=24:18; & 12:9=6:4,5; \\ 2:8=5:20. & 18:24=3:4. & 4,5:6=9:12. \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{г) } \frac{1}{7} : \frac{5}{7} = 0,2 : 1; & 1 : \frac{5}{7} = 0,2 : \frac{1}{7}; \\ \frac{5}{7} : \frac{1}{7} = 1 : 0,2; & \frac{1}{7} : 0,2 = \frac{5}{6} : 1. \end{array}$$

№ 63

Учащиеся предлагают свои варианты, целесообразно предложить им проверить себя самостоятельно с помощью основного свойства пропорции.

№ 64

$$3:2=9:6; \quad 6:2=9:3; \quad 3:9=2:6; \quad 2:3=6:9.$$

№ 65

ХОРДА.

№ 66

$$\begin{array}{l} 1) a = \frac{12 \cdot 5}{6}; \\ a = 10. \end{array}$$

Ответ: 10.

$$2) 36; \quad 3) 12; \quad 4) 2,4; \quad 5) 20; \quad 6) 6; \quad 7) 10,5; \quad 8) 120.$$

№ 67

$$\begin{array}{ll} 1) 5,4 : a = 1,8 : 6,8 & 2) b : \frac{6}{7} = 5\frac{4}{9} : 4\frac{2}{3} \\ a = 5,4 \cdot 6,8 : 1,8 & b = \frac{6}{7} \cdot 5\frac{4}{9} : 4\frac{2}{3} \\ a = \frac{5,4 \cdot 6,8}{1,8} & b = \frac{6 \cdot 49 \cdot 3}{7 \cdot 9 \cdot 14} \\ a = \frac{102}{5} & b = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 2} \\ a = 20,4 & b = 1 \end{array}$$

Ответ: 20,4.

Ответ: 1.

$$\begin{array}{ll} 3) \frac{720}{91,2} = \frac{c}{0,513}; & 4) \frac{4,2}{7\frac{5}{7}} = \frac{3\frac{1}{9}}{d} \\ c = \frac{720 \cdot 0,513}{91,2} & d = \frac{7\frac{5}{7} \cdot 3\frac{1}{9}}{4,2} \\ c = \frac{720 \cdot 513}{912 \cdot 100} & d = \frac{54 \cdot 28}{7 \cdot 9} \\ c = \frac{1539}{380} & d = \frac{24}{4,2} \\ c = 4\frac{19}{380} & d = \frac{240}{42} \\ c = 4\frac{1}{20}; & d = 5\frac{5}{7} \end{array}$$

Ответ: $4\frac{1}{20}$.

Ответ: $5\frac{5}{7}$.

5) Ответ: $2\frac{2}{9}$. 6) Ответ: 1,1. 7) Ответ: 16. 8) Ответ: 100. 9) Ответ: 9.

$$10) \frac{2y + 1,6}{0,8} = \frac{30}{2,5}$$

$$2y + 1,6 = \frac{0,8 \cdot 30}{2,5}$$

$$2y + 1,6 = 9,6$$

$$2y = 8$$

$$y = 4$$

Ответ: 4.

№ 68

$$1) \frac{y}{25} = \frac{6,4}{5}$$

$$y = \frac{25 \cdot 6,4}{5}$$

$$y = 32$$

$$\frac{x}{32} = \frac{3}{8}$$

$$x = 32 \cdot 3 : 8$$

$$x = 12.$$

$$2) y = 0,4; x = 0,2.$$

№ 69

Достаточно будет, если на данном этапе учащиеся запишут следующие равенства:

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}; \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}; \quad \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

Учащиеся, которые испытывают повышенный интерес к изучению предмета, могут уже на данном этапе выдвинуть гипотезу о перестановке членов пропорции и предложить связанные с этим равенства:

$$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}; \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

В этом случае учитель может сказать, что обоснованию этих гипотез будут посвящены следующие уроки, на которых учащиеся познакомятся и с другими свойствами пропорции.

№ 70

1) x см — длина копии отрезка.

$$3 : 5 = 7,5 : x$$

$$x = 7,5 \cdot 5 : 3$$

$$x = 12,5$$

Ответ: размер отрезка в оригинале 12,5 см.

2) x см — длина отрезка в оригинале.

$$3 : 5 = x : 8$$

$$3 \cdot 8 = 5x$$

$$24 = 5x$$

$$x = 24 : 5$$

$$x = 4,8$$

Ответ: на копии размер отрезка 4,8 см.

№ 71

1) Опираясь на понятие масштаба, записываем отношение длины отрезка на копии к его реальной длине и упрощаем его. Получим $8 : 5$.

Выражаем отношение в процентах, для этого записываем отношение дробью, умножаем отношение на 100 и приписываем знак %. Получим 160 %.

$$2) BC = 3 \text{ см}; CD = 2 \text{ см}; A_1B_1 = 2,4 \text{ см}; E_1D_1 = 3,2.$$

№ 72

1) Пусть x г — масса золота, тогда $2 : 5 = x : 80$;

$$x = 2 \cdot 80 : 5$$

$$x = 160 : 5$$

$$x = 32$$

В сплаве 32 г золота.

2) Пусть x г — масса серебра, тогда $2 : 5 = 18 : x$;

$$x = 5 \cdot 18 : 2$$

$$x = 5 \cdot 9$$

$$x = 45$$

В сплаве 45 г серебра.

№ 73

1) $22 : 7 = x : 10$

$$x = 22 \cdot 10 : 7$$

$$x = 31,42\dots$$

$$x \approx 31,4$$

Ответ: длина окружности приблизительно равна 31,4 см.

2) $\approx 19,1$ см

№ 74

Практическая работа.

1) $AO \cdot OB = CO \cdot OD$

$$3) \frac{AO}{CO} = \frac{OD}{OB} \quad \frac{CO}{AO} = \frac{OB}{OD} \quad \frac{OD}{AO} = \frac{OB}{CO} \quad \frac{AO}{DO} = \frac{CO}{OB}$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 76

Задание выполняется у доски с комментированием.

$$1) \forall a \in N : \frac{a}{8} = \frac{2}{a}$$

Ложно, например: $a = 3, \frac{3}{8} \neq \frac{2}{3}$

$$\exists a \in N : \frac{a}{8} \neq \frac{2}{a}$$

$$2) \exists n \in N : n^2 - 16 = 0$$

Истинно.

$$3) \exists b \in R : b^2 + 9 = 0$$

Ложно, так как справа стоит число, большее или равное 9.

$$\forall b \in R : b^2 + 9 \neq 0$$

$$4) \forall c \in R : \frac{c}{5} > \frac{c}{6}$$

Истинно, так как из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше.

№ 80

Задача решается у доски.

x км/ч — намеченная скорость.

$1,2x$ км/ч — скорость на пути из M в N .

$0,8x$ км/ч — скорость на обратном пути.

$$1,2x : 0,8x = 1,5 \text{ (раза)}$$

Ответ: скорость на обратном пути в 1,5 раза меньше скорости на пути из M в N .

№ 84

$$h = 5t^2$$

П.2.3.4. СВОЙСТВА И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОПОРЦИЙ

Уроки 54–56							

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать умение проводить простейшие преобразования пропорций и использовать их для решения практических задач.
- 2) Повторить и закрепить: понятие пропорции, основное свойство пропорции, решение задач на проценты; нахождение среднего арифметического чисел и величин; использование таблиц для фиксации результатов измерений; решение уравнений методом пропорций и методом «весов»; приемы исследования свойств геометрических фигур; построение математических моделей текстовых задач; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся знакомятся со следующими простейшими преобразованиями пропорций:

- 1) поменять местами крайние (средние) члены пропорции;
- 2) составить пропорцию из отношений, обратных данным;
- 3) поменять местами правую и левую части.

С учащимися обсуждается вопрос комбинации данных преобразований.

В более подготовленном классе можно познакомить учащихся с менее очевидными преобразованиями пропорции:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \text{ и др.}$$

Умение преобразовывать пропорции готовит учащихся к решению задач методом пропорции и к введению понятий прямой и обратной пропорциональной зависимости.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Простейшие преобразования пропорции, связанные с перестановкой ее членов.

2. Актуализация.

Повторить: понятие пропорции, основное свойство пропорции, переместительное свойство умножения, свойство $a = b \Leftrightarrow b = a$ (которое применяется, например, при решении уравнения, когда учащиеся заменяют равенство $5,6 + 7,82 = 4x$ на более привычную запись $4x = 5,6 + 7,82$).

3. Задание на пробное действие.

Используя равенство $0,24 \cdot 3 = 7,2 \cdot 0,1$, с учащимися составляется, например, пропорция $0,24 : 7,2 = 0,1 : 3$, после чего предлагается составить из этого равенства еще четыре пропорции за 30 секунд.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу составить четыре разные пропорции из одних и тех же членов за 30 секунд.

— Я не могу обосновать, что составил четыре пропорции верно.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет быстрого обоснованного способа составления разных пропорций из одних и тех же членов

6. Цель деятельности.

Узнать, как можно преобразовывать пропорцию.

7. Фиксация нового знания.

В пропорции можно поменять местами ее крайние члены.

В пропорции можно поменять местами ее средние члены.

В пропорции можно данные отношения заменить обратными.

В пропорции можно поменять местами ее правую и левую части.

Вывести способы простейшего преобразования пропорции учащиеся могут при анализе равенства из пробного действия. Опираясь на переместительное свойство умножения, они могут прийти к способу перестановки крайних членов и к способу перестановки средних членов. При одновременной перестановке множителей $3 \cdot 0,24 = 0,1 \cdot 7,2$ учащиеся получают преобразование, связанное с заменой отношений на обратные.

Свойство равенства $a = b \Leftrightarrow b = a$ поможет при фиксации преобразования, связанного с заменой мест отношений. В более подготовленном классе можно предложить учащимся работать с пропорцией, записанной в общем виде.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрены уроки рефлексии (уроки № 55—56). На этих уроках учащиеся тренируют умение выполнять простейшие преобразования пропорций, используют их для решения практических задач.

Особенности изучения учебного содержания

Изучению вопроса, связанного с преобразованием пропорций, отводится отдельный пункт. Учащиеся учатся проводить простейшие преобразования пропорций, т. к. это умение оказывается полезным при решении практических задач. Наряду с простейшими преобразованиями учащиеся имеют возможность вывести и более сложные преобразования, связанные с вычитанием и сложением членов пропорции. При работе с заданиями подобного уровня сложности учитель должен применять принцип минимакса, заложенный в данный учебник: «Школа предлагает ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне и обеспечивает при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума».

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания № 96—98 направлены на формирование умения проводить простейшие преобразования пропорций, связанные с перестановкой ее членов.

При выполнении № 99 шестиклассниками, наряду с другими пропорциями,

будут составлены пропорции вида: 1) $\frac{C_1}{C_2} = \frac{n_1}{n_2}$; 2) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{A_1}{A_2}$ и т. д. Следует обратить внимание учеников на эти пропорции и попросить озвучить, что они означают.

(При постоянной цене товара стоимость товара увеличивается во столько раз, во сколько раз увеличивается его количество; при постоянной производительности время работы увеличивается во столько раз, во сколько увеличивается объем выполненной работы и т. д.). Учащиеся придут к важному общему выводу: отношение значений одной величины равно отношению соответствующих значений другой величины, т. е. соответствующие значения этих величин образуют пропорцию. Конечно, данные выводы сделают более подготовленные ученики из класса, но первый опыт составления пропорций для прямо пропорциональных величин будет получен.

Наряду с простейшими ее преобразованиями и их комбинацией с учащимися можно рассмотреть и более сложные преобразования — № 100. При обосновании этих свойств пропорции учащиеся опираются на свойство любого равенства:

равенство не нарушится, если к обеим его частям прибавить или вычесть одно и то же число (в данном случае единицу). Они уже использовали это свойство для решения уравнений методом «весов». При выполнении № 101 учащиеся пользуются свойствами, установленными в предыдущем задании.

В рамках знакомства с преобразованиями пропорции учащимся предлагается провести математическое исследование, связанное с соотношением отрезков, образованных пересечением сторон угла с параллельными прямыми (№ 102). При этом учащиеся вспоминают понятие угла, его сторон, вспоминают, какие прямые называются параллельными. При выполнении заданий подобного рода учащиеся не только составляют отношения, они приобретают практический опыт геометрических построений, исследований и открытий геометрических закономерностей, они осознают необходимость логического доказательства общих утверждений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 54	Урок 55	Урок 56
К	№ 96—98	№ 100, 101	№ 99, 102
П	№ 103, 104, № 106 (1 стр.), № 107	№ 105, 106 (2 стр.) № 108—110	№ 111—113
Д	п. 2.3.4, № 114 (а, б), 116, № 120	№ 115 (а, б), 118, 119	№ 114 (в), 115 (в), 117
С	№ 121	№ 122	

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учуся учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 54—56. После изучения данного пункта проводится урок рефлексии по содержанию третьего параграфа и контрольная работа № 4 (сценарии № 57, 58—59).

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 96

а) $1:2 = 5:10$;

$$1:5 = 2:10; 10:2 = 5:1; 2:1 = 10:5; 2:10 = 1:5; 5:1 = 10:2; 10:5 = 2:1.$$

б) $\frac{3}{12} = \frac{2}{8}$;

$$\frac{3}{2} = \frac{12}{8}, \quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, \quad \frac{12}{3} = \frac{8}{2}, \quad \frac{12}{8} = \frac{3}{2}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}, \quad \frac{8}{2} = \frac{12}{3}.$$

в) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{3}{5} : \frac{3}{20}$;

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} = \frac{1}{6} : \frac{3}{20}; \quad \frac{3}{20} : \frac{1}{6} = \frac{3}{5} : \frac{2}{3}; \quad \frac{1}{6} : \frac{2}{3} = \frac{3}{20} : \frac{3}{5};$$

$$\frac{1}{6} : \frac{3}{20} = \frac{2}{3} : \frac{3}{5}; \quad \frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3}{20} : \frac{1}{6}; \quad \frac{3}{20} : \frac{3}{5} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3}.$$

г) $\frac{0,4}{0,8} = \frac{1,6}{3,2}$;

$$\frac{0,4}{1,6} = \frac{0,8}{3,2}; \quad \frac{3,2}{0,8} = \frac{1,6}{0,4}; \quad \frac{0,4}{0,8} = \frac{1,6}{3,2};$$

$$\frac{0,8}{3,2} = \frac{0,4}{1,6}; \quad \frac{1,6}{0,4} = \frac{3,2}{0,8}; \quad \frac{1,6}{3,2} = \frac{0,4}{0,8}.$$

№ 97

a) $\underline{2:3=6:9};$
 $9:3=6:2;$
 $2:6=3:9;$
 $3:2=9:6;$
 $6:9=2:3;$
 $6:2=9:3;$
 $3:9=2:6;$
 $9:6=3:2.$

б) $\underline{4:2=1:0,5};$
 $0,5:2=1:4;$
 $4:1=2:0,5;$
 $2:4=0,5:1;$
 $1:0,5=4:2;$
 $1:4=0,5:2;$
 $2:0,5=4:1;$
 $0,5:1=2:4.$

в) $\underline{2\frac{1}{3}:3\frac{1}{2}=2:3};$
 $3:3\frac{1}{2}=2:2\frac{1}{3};$
 $2\frac{1}{3}:2=3\frac{1}{2}:3;$
 $3\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}=3:2;$
 $2:3=2\frac{1}{3}:3\frac{1}{2};$
 $2:2\frac{1}{3}=3:3\frac{1}{2};$
 $3\frac{1}{2}:3=2\frac{1}{3}:2;$
 $3:2=3\frac{1}{2}:2\frac{1}{3}.$

г) $\underline{a:x=y:b};$
 $b:x=y:a;$
 $a:y=x:b;$
 $x:a=b:y;$
 $y:b=a:x;$
 $y:a=b:x;$
 $x:b=a:y;$
 $b:y=x:a.$

№ 98

a) $\underline{2:4=3:6};$
 $6:4=3:2;$
 $2:3=4:6;$
 $4:2=6:3;$
 $3:6=2:4;$
 $3:2=6:4;$
 $4:6=2:3;$
 $6:3=4:2.$

б) $\underline{3:5=12:20};$
 $20:5=12:3;$
 $3:12=5:20;$
 $12:20=3:5;$
 $12:3=20:5;$
 $5:20=3:12;$
 $5:3=20:12;$
 $20:12=5:3.$

в) $\underline{0,5:0,2=4:1,6};$
 $1,6:0,2=4:0,5;$
 $0,5:4=0,2:1,6;$
 $0,2:0,5=1,6:4;$
 $4:1,6=0,5:0,2;$
 $4:0,5=1,6:0,2;$
 $0,2:1,6=0,5:4;$
 $1,6:4=0,2:0,5.$

г) $\underline{\frac{1}{5}:8=\frac{1}{8}:5};$
 $5:8=\frac{1}{8}:\frac{1}{5};$
 $\frac{1}{5}:\frac{1}{8}=8:5;$
 $8:\frac{1}{5}=5:\frac{1}{8};$
 $\frac{1}{8}:\frac{1}{5}=5:8;$
 $\frac{1}{8}:5=\frac{1}{5}:8;$
 $8:5=\frac{1}{5}:\frac{1}{8};$
 $5:\frac{1}{8}=8:\frac{1}{5}.$

№ 99

Задание выполняется у доски, класс работает фронта

1) Запишем формулу стоимости.

$$C = an$$

Выразим из формулы постоянную величину (цену).

$$a = \frac{C}{n};$$

Обозначим соответствующие значения величин индексами.

$$\frac{C_1}{n_1} = \frac{C_2}{n_2}, \quad \frac{n_1}{C_1} = \frac{n_2}{C_2}, \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{C_2}{C_1}, \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{C_1}{C_2}, \dots$$

2) $A = pt$

$$\frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2}, \quad \frac{t_1}{A_1} = \frac{t_2}{A_2}, \quad \frac{A_2}{A_1} = \frac{t_2}{t_1}, \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{t_1}{t_2}, \quad \frac{t_2}{A_2} = \frac{t_1}{A_1}, \dots$$

3) $S = ab$

$$\frac{S_1}{a_1} = \frac{S_2}{a_2}, \quad \frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1}{a_2}, \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{S_2}{S_1}, \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{a_2}{a_1}, \dots$$

4) $m = pM$

$$\frac{m_1}{M_1} = \frac{m_2}{M_2}, \quad \frac{M_1}{m_1} = \frac{M_2}{m_2}, \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{m_2}{m_1}, \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{M_1}{M_2}.$$

Для проверки своего вывода можно предложить учащимся воспользоваться учебником: «Откройте учебники на стр. 26, прочтите три последних абзаца. Кто сделал правильный вывод?»

№ 100

При доказательстве равносильности учащиеся опираются на известный им к данному моменту смысл знака равносильности. (Знак равносильности ставится между предложениями, которые обозначают одно и то же.)

$$1) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}.$$

$$2) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 = \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}.$$

$$3) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow 1 - \frac{a}{b} = 1 - \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d} \Leftrightarrow \frac{b-a}{b} = \frac{d-c}{d}.$$

$$4) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \text{ (на обратные отношения)} \Leftrightarrow \frac{b+a}{a} = \frac{d+c}{c} \text{ (см. 1 преобр.)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \text{ (на обратные отношения).}$$

$$5) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}.$$

$$6) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c} \Leftrightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}.$$

$$7) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}.$$

Равносильность можно доказать, воспользовавшись ранее доказанными свойствами (5) и (4). В пропорции $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ отношения заменяются на обратные. Полученные равенства перемножаются.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{c+d} = \frac{a-b}{c-d}.$$

Равносильность можно доказать, воспользовавшись ранее доказанным свойством. В полученной пропорции $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ меняются местами средние члены.

№ 101

$$1) \frac{3}{2} = \frac{15}{10} \Leftrightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{15+10}{10} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = \frac{25}{10};$$

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} \Leftrightarrow \frac{3-2}{2} = \frac{15-10}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{10};$$

$$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} \Leftrightarrow \frac{3+2}{3-2} = \frac{15+10}{15-10} \Leftrightarrow \frac{5}{1} = \frac{25}{5}.$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{12}{15} \Leftrightarrow \frac{9}{5} = \frac{27}{15};$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} \Leftrightarrow \frac{1}{5} = \frac{3}{15};$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} \Leftrightarrow \frac{5}{1} = \frac{15}{3}.$$

$$3) \frac{m}{n} = \frac{k}{p} \Leftrightarrow \frac{m+n}{n} = \frac{k+p}{p} \Leftrightarrow \frac{m-n}{n} = \frac{k-p}{p} \Leftrightarrow \frac{m+n}{m-n} = \frac{k+p}{k-p}.$$

$$4) \frac{x}{y} = \frac{z}{t} \Leftrightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{z+t}{t} \Leftrightarrow \frac{x-y}{y} = \frac{z-t}{t} \Leftrightarrow \frac{x+y}{z+t} = \frac{x-y}{z-t}.$$

№ 102

$$1) \frac{4}{2} = \frac{3}{1,5}.$$

2) При исследовании для произвольного угла отношения соответствующих длин отрезков, отсеченных параллельными прямыми на сторонах угла, также будут равны.

$$3) \frac{B_1 B_2}{C_1 C_2} = \frac{B_2 B_3}{C_2 C_3} \text{ (И)}$$

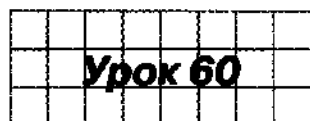
Докажем, что $\frac{B_1 B_2}{C_1 C_2} = \frac{B_1 B_3}{C_1 C_3}$, используя свойства пропорции:

$$\begin{aligned} \frac{B_1 B_2}{C_1 C_2} = \frac{B_2 B_3}{C_2 C_3} &\Leftrightarrow \frac{C_2 C_1}{C_1 C_2} = \frac{B_2 B_3}{B_1 B_2} \Leftrightarrow \frac{C_1 C_2 + C_2 C_1}{C_1 C_2} = \frac{B_1 B_2 + B_2 B_3}{B_1 B_2} \Leftrightarrow \frac{C_1 C_1}{C_1 C_2} = \frac{B_1 B_3}{B_1 B_2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{B_1 B_2}{C_1 C_2} = \frac{B_1 B_3}{C_1 C_3}. \end{aligned}$$

Из раздела для повторения учитель может выбрать любые задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

§ 4. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ (15 часов)

П.2.4.1. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНАМИ



Основные содержательные цели:

1) Сформировать умение наблюдать зависимости между величинами и выражать их в простейших случаях с помощью формул, таблиц, графиков.

2) *Повторить и закрепить: понятие пропорции, основное свойство и преобразование пропорций; решение уравнений методом пропорций; решение задач на движение, проценты, среднее арифметическое; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.*

В п. 2. 4. 1 уточняется понятие зависимости между величинами, которое готовит учащихся к введению одного из фундаментальных понятий математики — понятия «функциональная зависимость» — в 6 классе (понятия «функция» в 7 классе). Основным объектом изучения в данном пункте является *формула зависимости*. Уточняется представление учащихся о формуле, как о способе задания зависимости между величинами. В ходе выполнения заданий этого пункта у учащихся должен появиться новый взгляд на известные им формулы: формулы не только помогают решить конкретную практическую задачу, но и показывают, как при изменении одной величины меняется другая величина, связанная с ней этой формулой. При работе с формулами учащимся предлагается выразить каждую из входящих в нее величин.

В этом пункте рассматриваются зависимости, в которых одна из величин является произведением двух других (при этом опора идет на уже известное им понятие *формулы произведения*, как обобщенной записи известных им частных случаев: формул пути, стоимости, массы вещества в растворе и пр.).

Наряду с формулами произведения рассматриваются и другие формулы; при этом реализуются две цели: возможность для сильных учащихся развиваться в «зоне своего ближайшего развития» и формирование целостного представления о зависимостях.

Здесь же с учащимися фиксируется важнейшая особенность формул: формулу можно использовать только в том случае, когда *единицы измерения входящих в нее величин согласованы между собой*.

При изучении данного пункта учащиеся вспоминают и другие известные им способы задания зависимостей (таблица, график), знания о способах задания зависимости систематизируются и закрепляются.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Свойства формул, связанные с единицами измерения.

2. Актуализация.

Уточнить: понятие формулы зависимости.

Повторить: известные формулы произведения и их применение в случае согласованных единиц измерения.

3. Задание на пробное действие.

На актуализации учащиеся составляют выражение к задаче: «Найдите объем V прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна a , ширина совпадает с шириной прямоугольника площадью S и длиной d , а высота равна c ».

Ответ записывается формулой $V = a(S : d)c$.

После чего учащимся предлагается задание на пробное действие: решить задачу, пользуясь полученной формулой, если $a = 5$ см, $S = 48$ дм², $d = 6$ дм, $c = 7$ см.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу использовать формулу для величин, заданных в различных единицах измерения.

— Я не могу обосновать, что верно использовал формулу для величин, заданных в различных единицах измерения.

5. Фиксация причины затруднения.

— Я не знаю свойств формул, связанных с единицами измерения.

6. Цель деятельности.

Сформулировать свойства формул, связанные с единицами измерения.

7. Фиксация нового знания.

Единицы измерения перемножаются и делятся по тем же правилам, что числовые дроби.

Формула верна $\Leftrightarrow$ единицы измерения входящих в нее величин согласованы.

Открыть новое знание учащиеся могут, опираясь на задачу, которую решали на этапе актуализации (подобрана задача на одну из известных формул произведения, данные представлены в согласованных единицах измерения).

Особенности изучения учебного содержания

Формирование понятия «зависимость между величинами» происходит с опорой на результаты мощной пропедевтики, которая велась в курсе с первого класса. Материал, направленный на пропедевтику понятия функции, есть в той или иной мере во всех современных программах для начальных классов. Однако задача формирования опыта выражать зависимость между величинами аналитически и графически, которая ставилась в курсе математики «Учусь учиться», встречается редко.

На протяжении всего обучения в начальной школе младшие школьники знакомились с двумя идеями, связанными с функциональной пропедевтикой. Это идеи соответствия и зависимости. Соответствие устанавливалось, например, между выражениями и их значениями, зависимости прослеживались в процессе наблюдения изменения результатов арифметических действий при изменении одного из компонентов. К содержательным особенностям функциональной пропедевтики относится работа над такими понятиями, как формулы, координатный луч и угол.

В пятом классе функциональная пропедевтика продолжается: она тесно связана с числовой и алгебраической линиями курса и строится вокруг понятия зависимости величин. В шестом — в п. 1. 2. 1 учащиеся уточняют понятия переменной, приобретают опыт построения графиков по формулам и таблицам. Они вспоминают, что с помощью переменных можно составлять зависимости между величинами, фиксировать их с помощью формул, таблиц и графиков, выражать значения различных переменных из заданных формул.

В пункте «Зависимости между величинами» учащиеся возвращаются к этим вопросам. В первой главе эти вопросы рассматривались с целью приобретения опыта наблюдать и фиксировать зависимость между величинами и чтобы дать возможность сильным ученикам «не стоять на месте», т. е. освоение данных понятий каждым учащимся не являлось необходимым. Теперь же понятие зависимости, представление о способах ее задания уточняется и формируется у основной части класса. Это связано с тем, что решение задач методом пропорций, которое является основным навыком, приобретаемым шестиклассниками, непосредственно связано с понятием зависимости между величинами, и умение решать задачи с помощью пропорций не может быть сформировано без освоения учащимися понятия зависимости величин.

Отметим еще одну особенность данного пункта — содержательную. При уточнении вопроса, связанного с единицами измерения в формулах, отмечается, что *единицы измерения величин обладают такой же арифметической связью, как и сами величины*, — в связи с чем единицы измерения перемножаются и делятся по тем же правилам, что числовые дроби. Здесь же можно обосновать использование единиц измерения площади и объема (с опорой на понятие степени, знакомое учащимся с 5 класса), обосновать единицу измерения скорости и т.п. Тем самым учащиеся на осознанном уровне воспринимают известные им с начальной школы единицы измерения, уточняют их смысл. Эта работа поможет им в дальнейшем не допускать ошибок при использовании единиц измерения величин.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Понятие «формула зависимости» формируется и закрепляется при выполнении заданий № 132, 133, в которых учащиеся работают с известными им формулами произведения.

Умение работать с единицами измерения является межпредметным и понадобится учащимся на уроках физики — оно отрабатывается при выполнении № 134. Учащиеся заполняют таблицы, пользуясь следующим свойством: единицы измерения величин обладают такой же арифметической связью, как и сами величины.

При выполнении № 135—136 учащиеся повторяют формулы одновременно-го движения.

В задании № 136 учащиеся повторяют формулы, изученные ими в шестом классе.

Задание № 138 направлено на формирование умения строить формулу зависимости самостоятельно, используя словесное описание зависимости (№ 145 преследует те же цели, но на геометрическом материале). На данном этапе выполнение задания подобного рода не является обязательным для каждого шестиклассника.

В задании № 139 учащиеся повторяют формулы, устанавливающие зависимость для геометрических фигур.

Задания № 140—142 формируют умение работать с зависимостью величин, выраженной графиком. Задания № 143—144 формируют умение работать с зависимостью величин, выраженной таблицей. Выполняя эти задания, учащиеся получают опыт перехода от одного способа задания зависимости к другому способу, систематизируют известные им способы представления зависимости величин.

Учитывая, что на изучение данного пункта при 5 часах математики в неделю отводится один урок, рекомендуется тщательно проанализировать задания пункта и выбрать из заданий № 132—139 для выполнения только те, которые соответствуют цели урока и уровню класса. При 6 часах математики на изучение этого пункта отводится 3 часа, и поэтому его содержание изучается в полном объеме: В менее подготовленном классе отрабатываются известные формулы, умение выражать переменную из формул произведения, в более подготовленном классе отбираются задания, связанные с пропедевтикой понятия функции, со способами задания функции, отрабатывается умение выражать переменную из более сложных формул.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 60 (59)
К	№ 132—139
П	№ 146, 147, 149
Д	п. 2.4.1, № 153, 156, 157
С	№ 159

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствует сценарий № 60.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 132

$$A = vt \Leftrightarrow v = \frac{A}{t} \Leftrightarrow t = \frac{A}{v};$$

$$C = an \Leftrightarrow a = \frac{C}{n} \Leftrightarrow n = \frac{C}{a};$$

$$S = ab \Leftrightarrow a = \frac{S}{b} \Leftrightarrow b = \frac{S}{a}.$$

№ 133

$$1) n = \frac{600}{a}; \quad 2) n = \frac{240}{w}; \quad 3) m = 0,3M.$$

№ 134

$$1) s = vt \quad 2) A = wt \quad 3) C = an$$

s	v	t
м	м/с	с
км	км/ч	ч
км	км/мин	мин
см	см/с	с

При заполнении таблиц учащиеся могут вести запись следующим образом (примеры приведены для второй и третьей таблиц):

$$w = \frac{A}{t} \quad [w] = \frac{\text{шт}}{\text{ч}} \quad C = an \quad [C] = \frac{\text{шт}}{\text{ч}} \cdot \text{шт} = \frac{p \cdot \text{шт}}{\text{шт}} = p$$

$$t = \frac{A}{w} \quad [t] = \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{день}}} = \frac{\text{м} \cdot \text{день}}{\text{м}} = \text{день} \quad n = \frac{C}{a} \quad [n] = \frac{p}{\frac{p}{\text{кг}}} = \frac{p \cdot \text{кг}}{p} = \text{кг}$$

$$A = wt \quad [A] = \frac{\text{шт}}{\text{мин}} \cdot \text{мин} = \frac{\text{шт} \cdot \text{мин}}{\text{мин}} = \text{шт} \quad a = \frac{C}{n} \quad [a] = \frac{p}{\text{м}}$$

$$w = \frac{A}{t} \quad [w] = \frac{\text{дм}^3}{\text{с}} \quad n = \frac{C}{a} \quad [n] = \frac{p}{\frac{p}{\text{тетр}}} = \frac{p \cdot \text{тетр}}{p} = \text{тетр}$$

№ 135

Можно предложить выполнить задание в парах, с фронтальной проверкой результатов.

$$\begin{aligned} 1) s &= v_{\text{сбл}} \cdot t_{\text{сбл}} \\ [s] &= \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot \text{ч} = \frac{\text{км} \cdot \text{ч}}{\text{ч}} = \text{км} \\ s &= (v_1 + v_2) \cdot t_{\text{сбл}} \\ s &= (36 + 14) \cdot 0,5 = 25 \text{ (км)} \\ s &= (v_1 - v_2) \cdot t_{\text{расп}} \\ s &= (36 - 14) \cdot 0,5 = 11 \text{ (км)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) t_{\text{расп}} &= \frac{s}{v_{\text{сбл}}} \\ [t] &= \frac{\frac{\text{км}}{\text{ч}}}{\frac{\text{км}}{\text{ч}}} = \frac{\text{км} \cdot \text{ч}}{\text{км}} = \text{ч} \\ t_{\text{расп}} &= \frac{s}{v_1 - v_2} \\ t_{\text{расп}} &= \frac{30}{18 - 12} = 5 \text{ (ч)} \end{aligned}$$

$$3) v_{\text{остр}} = \frac{s}{t_{\text{остр}}}$$

$$|v| = \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$v_1 + v_2 = \frac{s}{t_{\text{остр}}} \Leftrightarrow v_1 = \frac{s}{t_{\text{остр}}} - v_2$$

$$v_1 = \frac{120}{1,5} - 20 = 60 \text{ (км/ч)}$$

$$v_1 - v_2 = \frac{s}{t_{\text{остр}}} \Leftrightarrow v_1 = \frac{s}{t_{\text{остр}}} + v_2$$

$$v_1 = \frac{120}{1,5} + 20 = 100 \text{ (км/ч)}$$

№ 136

Данные формулы известны учащимся с начальной школы. Чтобы облегчить воспроизведение данных формул, учителю рекомендуется заранее подготовить соответствующие схемы движения. Задача учащихся — выбрать из четырех схем нужную и, опираясь на нее, записать формулу.

$$1) d = s_0 - (v_1 + v_2)t$$

Выразим t :

$$(v_1 + v_2)t = s_0 - d \Leftrightarrow t = \frac{s_0 - d}{v_1 + v_2}.$$

Выразим v_1 :

$$(v_1 + v_2)t = s_0 - d \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{s_0 - d}{t} \Leftrightarrow v_1 = \frac{s_0 - d}{t} - v_2$$

$$2) d = s_0 + (v_1 + v_2)t$$

Выразим t и v_1 :

$$t = \frac{d - s_0}{v_1 + v_2}; \quad v_1 = \frac{d - s_0}{t} - v_2$$

$$3) d = s_0 - (v_1 - v_2)t$$

$$t = \frac{s_0 - d}{v_1 - v_2}; \quad v_1 = v_2 + \frac{s_0 - d}{t}.$$

$$4) d = s_0 + (v_1 - v_2)t$$

$$t = \frac{d - s_0}{v_1 - v_2}; \quad v_1 = v_2 + \frac{d - s_0}{t}.$$

№ 137

1) $s = v_{\text{по теч.}} \cdot t$ и $s = v_{\text{пр. теч.}} \cdot t$ (в более подготовленном классе можно записать эти формулы, используя другие величины — $v_{\text{сод.}}$, $v_{\text{теч.}}$).

Выразим t :

$$t = s : v_{\text{по теч.}}; \quad t = s : v_{\text{пр. теч.}}$$

Выразим $v_{\text{по теч.}}$ и $v_{\text{пр. теч.}}$:

$$v_{\text{по теч.}} = s : t; \quad v_{\text{пр. теч.}} = s : t.$$

$$2) p = \frac{b}{a} \cdot 100 (\%)$$

Выразим b :

$$p = \frac{b}{a} \cdot 100 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = p : 100 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{p}{100} \Leftrightarrow b = \frac{p}{100} \cdot a \Leftrightarrow b = \frac{ap}{100};$$

Выразим a :

$$p = \frac{b}{a} \cdot 100 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = p : 100 \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{p}{100} \Leftrightarrow a = b : \frac{p}{100} \Leftrightarrow a = b \cdot \frac{100}{p} \Leftrightarrow a = \frac{100b}{p}.$$

$$3) S_n = (1 + \frac{p}{100} \cdot n) \cdot S$$

Выразим S, p, n :

$$S = \frac{S_n}{1 + \frac{p}{100} \cdot n};$$

$$1 + \frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S} \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S} - 1 \Leftrightarrow \frac{p}{100} = (\frac{S_n}{S} - 1) : n \cdot 100;$$

$$1 + \frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S} \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot n = \frac{S_n}{S} - 1 \Leftrightarrow n = (\frac{S_n}{S} - 1) : \frac{p}{100}.$$

$$4) S_n = (1 + \frac{p}{100})^n \cdot S.$$

Выразим S :

$$S = \frac{S_n}{(1 + \frac{p}{100})^n}.$$

№ 138

$$C = 18 + 1,1n.$$

№ 139

$$1) V = a^3; \quad 2) S = ab; \quad 3) D = 2r; \quad 4) P = (a + \frac{S}{a}); \quad 5) S = 6a^2;$$

$$6) S = 2(ab + bc + ac).$$

№ 140

По графику заполняется следующая таблица:

s км	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
B л	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,6	6,4	7,2	8

$$B = 0,08s.$$

№ 141

Задание выполняется устно.

1) 9 и 11 утра, 18 и 18 ч 40 мин вечера;

2) первый самолет: 3 остановки; первая: 1 ч; вторая: 1 ч 20 мин; третья: 1 ч;

второй самолет: 2 остановки; первая: 1 ч; вторая: 1 ч 40 мин;

3) первый: 800 км/ч; 800 км/ч; 1200 км/ч; 800 км/ч;

второй: 900 км/ч; 600 км/ч;

4) 1600 км, 800 км — летели туда; 2400 км, 1600 км — летели обратно; 1200 км (летел обратно), 800 км (стоял на стоянке);

$$5) 9^{30}, 17^{30}, 11^{40}, 18^{60}.$$

№ 142

1) Брат — 56 см; 120 см; 155 см; 170 см; 186 см.

Сестра — 50 см; 110 см; 160 см; 170 см; 174 см.

2) 120 см — брат в 5 лет, а сестра в 7 лет;

150 см — брат и сестра в 15 лет;

190 см — брат в 21 год, сестра в возрасте до 22 лет была ниже 190 см.

3) Брат был выше на 4 см.

4) Брат был выше сестры с рождения и до 15 лет и с 18 лет до 22 лет, с 15 до 18 лет выше была сестра. Их рост был одинаковым в 15 и в 18 лет.

5) В первые пять лет жизни брат вырос на $120 - 56 = 64$ (см); сестра на $110 - 50 = 60$ (см);

С 16 до 20 лет брат вырос на $186 - 155 = 31$ (см); сестра $174 - 160 = 14$ (см).

№ 143

t мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V м ³	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

$$V = 2t$$

Графиком будет отрезок, выходящий из начала отсчета и проходящий через точки с координатами, указанными в таблице.

№ 144

$$P = \frac{24}{v}$$

Графиком будет кривая, проходящая через точки с координатами, указанными в таблице.

№ 145

В начальной школе учащиеся выводили формулу площади прямоугольного треугольника, опираясь на известную им формулу площади прямоугольника. Они знают, что площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Площадь большого треугольника равна сумме площадей маленьких прямоугольных треугольников, на которые его разбивает отрезок BD .

$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot AD + \frac{1}{2}BD \cdot DC = \frac{1}{2}BD(AD + DC) = \frac{1}{2}BD \cdot AC = \frac{1}{2}ah.$$

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

$$2S = ah \Leftrightarrow a = \frac{2S}{h}; h = \frac{2S}{a}.$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 148

$$1) \frac{3x + 2\frac{1}{7}}{2\frac{1}{7}} = \frac{9}{2} \quad 2) \frac{5,2}{2x - 5,2} = \frac{4\frac{1}{3}}{5\frac{2}{3}} \quad 3) \frac{19\frac{4}{13}}{\frac{9}{13}} = \frac{1,3x - 0,72}{0,72}$$

$$2(3x + 2\frac{1}{7}) = 2\frac{1}{7} \cdot 9 \quad 4\frac{1}{3}(2x - 5,2) = 5,2 \cdot 5\frac{2}{3} \quad 27\frac{8}{9} = \frac{1,3x - 0,72}{0,72}$$

$$6x + 2 \cdot 2\frac{1}{7} = 2\frac{1}{7} \cdot 9 \quad 8\frac{2}{3}x - 4\frac{1}{3} \cdot 5,2 = 5,2 \cdot 5\frac{2}{3} \quad \frac{251}{9} = \frac{1,3x - 0,72}{0,72}$$

$$6x = 2\frac{1}{7}(9 - 2) \quad 8\frac{2}{3}x = 5,2(5\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3}) \quad 11,7x - 6,48 = 180,72$$

$$6x = 15 \quad 8\frac{2}{3}x = 52 \quad 11,7x = 187,2$$

$$x = 15 : 6 \quad x = 52 : \frac{26}{3} \quad x = 16$$

$$x = \frac{10}{21} \quad x = 6$$

Ответ: 2,5.

Ответ: 6.

Ответ: 16.

П.2.4.2. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Уроки 61–62									

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать понятия прямой и обратной пропорциональности, умение определять вид зависимости, пользуясь математическим определением, формулой, таблицей, алгоритмом.
- 2) Повторить и закрепить: решение уравнений методом пропорций; основные типы задач на проценты.

В данном пункте учащиеся знакомятся с понятиями прямо пропорциональных и обратно пропорциональных величин. Они работают с формулами прямой пропорциональности и обратной пропорциональности: $y = kx$ и $y = \frac{k}{x}$, которые описывают зависимость между такими величинами. У учащихся появляется два способа ответа на вопрос, какой является данная зависимость — прямой или обратной пропорциональностью. Первый способ — опираясь на определение, второй — опираясь на формулу. Первый способ более известный, он требует от учащихся установления взаимосвязи между изменением одной величины и изменением второй величины, удобен для зависимости, представленной таблицей. Второй способ заключается в следующем: зависимость записывается в виде формулы произведения, по ней определяется, какой компонент является постоянным, если постояен множитель — прямо пропорциональная зависимость, если произведение — обратная. Если же формула зависимости не является формулой произведения, то и зависимость не будет ни прямой, ни обратной пропорциональностью.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Алгоритм определения вида зависимости (способ ответа на вопрос, какой является данная зависимость — прямой или обратной пропорциональностью).

2. Актуализация.

Повторить: представление о зависимости между величинами; способ представления зависимости в виде формулы.

Ввести: понятия прямо пропорциональных и обратно пропорциональных величин.

«Две величины называются прямо пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая увеличивается во столько же раз».

«Две величины называются обратно пропорциональными, если при увеличении одной из них в несколько раз другая уменьшается во столько же раз».

Для этого можно использовать наблюдения учащихся при анализе результатов, полученных при выполнении домашнего задания (№ 154—155).

3. Задание на пробное действие.

Определи, какой является указанная зависимость между величинами, прямой или обратной пропорциональностью, используя формулу:

- 1) скорость от времени движения на участке пути в 50 км;
- 2) путь, пройденный за 3 ч, от скорости движения;
- 3) путь, пройденный со скоростью 5 км/ч, от времени, за которое он пройден;
- 4) время на участке пути в 48 км от скорости движения.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, какой зависимостью является указанная между величинами, прямой или обратной пропорциональностью, используя формулу.

— Я не могу обосновать, что верно определил, какой зависимостью является данная, используя формулу.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет алгоритма определения вида зависимости с помощью формулы.

6. Цель деятельности.

Построить алгоритм определения вида зависимости с помощью формулы.

7. Фиксация нового знания.

Чтобы определить, какой зависимостью является данная, прямой или обратной пропорциональностью, можно:

1) записать формулу произведения;

2) определить, какая величина постоянна;

3) если постоянен один из множителей, то произведение и второй множитель находятся в прямой пропорциональной зависимости;

4) если постоянно произведение, то множители находятся в обратной пропорциональной зависимости.

Построить этот алгоритм учащиеся могут следующим образом: в задании на пробное действие определить вид зависимости известным способом. Например, построить формулу, а затем таблицу и определить по ней, как влияет изменение одной величины на другую, а далее, пользуясь определением, определить, какая это зависимость — прямая или обратная пропорциональность. После этого учащиеся определяют, какой компонент является постоянным в формуле прямой пропорциональности, а какой — в обратной пропорциональности. После чего учащиеся формулируют алгоритм, в котором шаги построения таблицы и использования определения опускаются. Это и станет новым алгоритмом определения вида зависимости.

Учитель может организовать самостоятельное открытие понятия прямо пропорциональных величин и обратно пропорциональных величин. Тогда способ определения вида зависимости с помощью формулы вводится на этапе включения в систему знаний. Для этого можно построить работу по учебнику следующим образом. Выполнить № 162 с опорой на определение прямой и обратной пропорциональности, затем выполнить № 164, при выполнении которого построить с учащимися алгоритм определения вида зависимости с использованием формулы произведения, а затем вернуться к № 162 и определить вид зависимости уже по новому алгоритму.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрен и урок рефлексии (урок № 62), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

Основные цели урока № 62: тренировать умение обобщать известные факты, выявлять соответствие между величинами; распознавать виды зависимости, записывать формулу зависимости по условию задачи; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить свойство и преобразования пропорций, правила решения задач на проценты, среднее арифметическое.

Особенности изучения учебного содержания

Особенностью данного курса является то, что прямая и обратная пропорциональные зависимости рассматриваются как частные случаи зависимости $a = b \cdot c$: прямая пропорциональность — при постоянном множителе, а обратная пропорциональность — при постоянном произведении. Такой подход дает учащимся еще один способ определения того, какой, прямой или обратной пропорциональностью является данная зависимость, — с использованием формулы (описан выше).

Изучение данного пункта готовит учащихся к решению задач методом пропорций — шестиклассники учатся выполнять шаг определения вида зависимости, который при решении задач методом пропорций вызывает трудности чаще всего.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания № 160—161 формируют представление о формулах прямой и обратной пропорциональности соответственно.

Выполняя задания № 163—164, учащиеся определяют, какой зависимостью (прямой или обратной пропорциональностью) являются зависимости между указанными величинами. При этом учащиеся могут использовать определения прямо и обратно пропорциональных величин либо алгоритм с применением формулы произведения.

В задании № 164 учащиеся определяют, какую зависимость описывают заданные формулы. В задании представлены формулы-ловушки, так, например, формулу $K = \frac{n}{2}$ учащиеся, скорее всего, отнесут к обратной пропорциональности, что не верно. Учащихся следует вывести на то, что так как прямая и обратная пропорциональные зависимости являются частными случаями зависимости $a = b \cdot c$, то и определять их удобнее, представив данные формулы как формулы произведения. При постоянном множителе — формула описывает прямую пропорциональность, при постоянном произведении — обратную пропорциональность. Тогда формулу $K = \frac{n}{2}$ следует записать как $n = 2K$, в которой первый множитель равен постоянному числу 2, а значит, данная формула описывает прямую пропорциональность.

Заполняя таблицы в № 165, учащиеся учатся работать с зависимостями, представленными таблицей. Они получают опыт нахождения коэффициента пропорциональности с помощью соответствующих значений величин, указанных в таблице.

При решении задач № 166 на концентрацию учащиеся решают задачу не только арифметически, но и с применением понятия пропорциональных величин. При этом учащиеся видят, что новое понятие — обратной пропорциональности — может помочь решить практическую задачу.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 61 (60)	Урок 62 (61)
К	№ 160—163	№ 164—166
П	№ 167	№ 168
Д	п. 2.4.2, № 169	№ 170, 171
С	№ 172	

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 61—62.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 160

Все формулы являются формулами произведения, один из множителей — некоторое число.

$$y = kx$$

Такие зависимости называются прямой пропорциональностью.

№ 161

Четвертая формула может быть «лишней», т. к. все остальные могут быть записаны в виде $y = \frac{k}{x}$, где k — некоторое число.

Такие зависимости называются обратной пропорциональностью.

№ 162

Определить вид зависимости можно, опираясь на понятие прямо пропорциональных (обратно пропорциональных) величин.

1) Если скорость увеличивается в несколько раз, время уменьшится во столько же раз, значит, эти величины обратно пропорциональные. Зависимость времени от скорости является обратной пропорциональностью.

$$50 = vt$$

$$y = \frac{50}{x}$$

2) Если скорость увеличивается в несколько раз, путь увеличивается во столько же раз, значит, эти величины прямо пропорциональные. Зависимость пути от скорости является прямой пропорциональностью.

$$s = v \cdot 3$$

$$y = 3x$$

3) Если производительность увеличивается в несколько раз, объем работы увеличивается во столько же раз, значит, эти величины прямо пропорциональные. Зависимость объема работы от производительности является прямой пропорциональностью.

$$A = w \cdot 7$$

$$y = 7x$$

Аналогичными рассуждениями получаем следующие формулы:

$$4) y = \frac{300}{x}; \quad 5) y = 120x; \quad 6) y = \frac{24}{x}; \quad 7) y = \frac{60}{x}; \quad 8) y = 200x.$$

№ 163

Определить вид зависимости можно с использованием формулы.

Приведем пример фронтальной работы с данным заданием (образец оформления на доске дает учитель).

1.

— Какая формула зависимости? ($S = vt$.)

— Какие величины меняются в условии? (Расстояние и скорость.)

— Какая величина постоянная? ($t = \text{const.}$)

— Каким компонентом она является? (Множителем.)

— Какая зависимость? (Прямая пропорциональность.)

— Что это значит? (При увеличении одной из прямо пропорциональных величин другая увеличивается во столько же раз.)

Целесообразно зафиксировать это стрелками: $v \uparrow, S \uparrow$. Использование этих знаков подготовит их к алгоритму решения задач с помощью пропорции.

а) Если скорость увеличивается в 1,5 раза, значит, расстояние увеличивается в 1,5 раза.

б) Если скорость уменьшится в 2 раза, значит, расстояние уменьшается в 2 раза.

— Как же найти это расстояние?

$$60 \cdot 1,5 = 90 \text{ (км);}$$

$$60 : 2 = 30 \text{ (км).}$$

2.

$$S = vt$$

— Какие величины меняются в условии? (Время и скорость.)

— Какая величина постоянная? ($S = \text{const.}$)

— Каким компонентом она является? (Произведением.)

— Какая зависимость? (Обратная пропорциональность.)

— Что это значит? (При увеличении одной из обратно пропорциональных величин другая уменьшается во столько же раз.)

Целесообразно зафиксировать это стрелками: $v \uparrow, t \downarrow$. Использование этих знаков подготовит их к алгоритму решения задач с помощью пропорции.

- а) Если скорость увеличивается в 1,5 раза, значит, время уменьшается в 1,5 раза.
 б) Если скорость уменьшится в 2 раза, значит, время увеличивается в 2 раза.
 — Как же найти это время?

$$0,6 : 1,5 = 0,4 \text{ (ч)};$$

$$0,6 \cdot 2 = 1,2 \text{ (ч)}.$$

Приведем пример работы с данным заданием по алгоритму.

3.

Ученик определяет вид зависимости по алгоритму: «Запишу формулу зависимости: $C = \text{ан.}$ Постоянная величина — C . Она является произведением. Значит, зависимость количества от цены — обратная пропорциональность».

— Что это значит? (При увеличении одной из обратно пропорциональных величин другая уменьшается во столько же раз.)

а) Если цена увеличится на треть, то есть в $1\frac{1}{3}$ раз, значит, число порций уменьшится в $1\frac{1}{3}$ раз.

б) Если цена уменьшится на 50%, то есть в 2 раза, значит, число порций увеличится в 2 раза.

— Как найти количество порций мороженого?

$$12 : 1\frac{1}{3} = 9 \text{ (шт.)};$$

$$12 \cdot 2 = 24 \text{ (шт.)}.$$

4.

$$A = wt$$

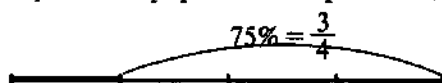
$$t = \text{const}$$

Прямая пропорциональность.

$$400 \cdot 2 = 800 \text{ (стр.)};$$

$$400 : 4 = 100 \text{ (стр.)}.$$

Примечание: чтобы учащиеся перешли от формулировок изменения, данных в учебнике, к формулировкам «изменился в ...раз», рекомендуется использовать модели — отрезки. Так, например, изменение «величина стала на 75% меньше» следует проиллюстрировать на отрезке следующим образом:



По модели ясно, что величина уменьшилась в 4 раза.

№ 164

Прямая	Обратная	Ни та, ни другая
$P = 5,2b$	$a = \frac{8}{b}$	$a = 8q + 1$
$K = \frac{n}{3}$	$G = \frac{1}{4k}$	$S = a^2$
$M = m : 5$	$c = 4 : d$	
	$ab = 18$	
	$300 = vt$	

№ 165

Таблицы можно заполнить карандашом в учебнике, проводя следующие рассуждения:

1) Эта зависимость является прямой пропорциональностью, т. к. при увеличении значений одной величины значения другой увеличиваются. (Целесообразно зафиксировать это стрелками: $v \uparrow, t \downarrow$. Использование этих знаков подготовит шестиклассников к алгоритму решения задач с помощью пропорции.) Формула

прямой пропорциональности имеет вид $y = kx$, $k = \frac{y}{x}$. Воспользуемся заполненным столбцом таблицы: $2,8 = k \cdot 1$, значит, $k = 2,8$, запишем формулу:

$$y = 2,8x.$$

Заполним таблицу:

При $x = 3$ $y = 8,4$;

при $x = 4$ $y = 11,2$;

при $x = 5$ $y = 14$;

при $x = 6$ $y = 16,8$.

Таблица после заполнения примет вид:

$x \uparrow$	1	2	3	4	5	6
$y \downarrow$	2,8	5,6	8,4	11,2	14	16,8

2) Эта зависимость является обратной пропорциональностью, т. к. при увеличении значений одной величины, значения другой уменьшаются. (Целесообразно зафиксировать это стрелками: $v \uparrow, t \downarrow$. Использование этих знаков подготовит шестиклассников к алгоритму решения задач с помощью пропорции.)

$$y = \frac{30}{x}.$$

При $x = 1,5$ $y = 20$;

при $x = 2$ $y = 15$;

при $x = 2,5$ $y = 12$;

при $x = 3$ $y = 10$.

3) Прямая пропорциональность, $y = 5x$.

При $x = 4,8$ $y = 24$;

при $y = 20$ $20 = 5x$

$$x = 20 : 5$$

$$x = 4;$$

при $x = 2,4$ $y = 12$;

при $y = 8$ $8 = 5x$

$$x = 8 : 5$$

$$x = 1,6;$$

4) Обратная пропорциональность, $y = \frac{8}{x}$.

При $y = 0,5$ $0,5 = \frac{8}{x}$

$$x = 16;$$

при $x = 1$ $y = 8$;

при $y = 3,2$ $3,2 = \frac{8}{x}$

$$x = 2,5;$$

при $x = 0,8$ $y = 10$.

№ 166

1. 1 способ

1) $100 \cdot 0,3 = 30$ (г) — масса соли в растворе;

2) $100 + 200 = 300$ (г) — масса нового раствора;

3) $30 : 300 \cdot 100 = 10$ (%) — концентрация полученного раствора.

2 способ

Масса вещества, масса раствора и его концентрация связаны формулой произведения ($b = a \cdot \frac{p}{100}$, где b — масса вещества, a — масса раствора, p % — концентрация раствора). При этом в задаче масса соли не изменяется. При постоянном произведении эта формула описывает обратную пропорциональность, т. е. при увеличении массы раствора в несколько раз концентрация (p) уменьшается во столько же раз.

- 1) $100 + 200 = 300$ (г) — масса полученного раствора;
- 2) $300 : 100 = 3$ (раза) — во сколько раз увеличилась масса раствора;
- 3) $30 : 3 = 10$ (%) — концентрация полученного раствора.

Ответ: 10%.

2. Ответ: 15%.

Из раздела для повторения учитель может выбрать те задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

П.2.4.3. ГРАФИКИ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ.

Уроки 63–65

Основные содержательные цели:

- 1) Сформировать представление о целесообразности обобщенного исследования зависимостей реальных величин на примере величин, связанных отношением $a = b \cdot c$.
- 2) Формировать умение строить графики зависимостей величин, пользуясь таблицей и формулой, и составлять таблицу и формулу по графику зависимости величин.
- 3) Повторить и закрепить: понятия прямой и обратной пропорциональности; понятие пропорции, основное свойство и преобразования пропорций; решение уравнений методом пропорций; приемы устных и письменных вычислений; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Основной задачей данного пункта является формирование представления о целесообразности обобщенного исследования зависимостей реальных величин на примере прямой и обратной пропорциональности. В данном пункте учащиеся приобретают опыт построения графиков прямо пропорциональной и обратно пропорциональной зависимостей. В связи с тем, что в 6 классе прямая и обратная пропорциональности рассматриваются для решения практических задач и учащиеся пока не знакомы с отрицательными числами, эти графики строятся в первом координатном угле.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

График обратной пропорциональности.

2. Актуализация.

Повторить: понятие прямой и обратной пропорциональности.

Вести: график прямой пропорциональности, представление о целесообразности обобщенного исследования зависимостей реальных величин на примере прямой пропорциональности.

3. Задание на пробное действие.

Постройте график, используя формулу и таблицу: $b = \frac{15}{a}$

<i>a</i>	1	3	5	15
<i>b</i>	15	5	3	1

4. Фиксация затруднения:

— Я не могу построить график обратной пропорциональности.

— Я не могу обосновать, что построенный мною график является графиком обратной пропорциональности. Учащиеся могут соединить построенные точки отрезками и получить ломаную.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, что является графиком обратно пропорциональной зависимости.

6. Цель деятельности.

Выяснить, какой график у обратно пропорциональной зависимости.

7. Фиксация нового знания.

Открыть новое знание можно в процессе подводящего диалога, в ходе которого учащиеся сами предлагают заполнить по формуле таблицу, отметить на координатном угле несколько точек, опираясь на таблицу. После чего учащиеся могут предложить соединить точки отрезками. Учитель просит их увеличить число точек и проанализировать, что произойдет с ломаной. В итоге учащиеся приходят к общеизвестному виду графика обратной пропорциональности.

Кроме урока открытия нового знания, основные структурные элементы которого рассмотрены выше, планированием предусмотрены и уроки рефлексии (уроки № 64—65), где учащиеся в процессе формирования способности к рефлексии собственной деятельности тренируют умение распознавать вид зависимости, приобретают опыт записи формул зависимости по графику зависимостей, построения графиков; повторяют и закрепляют свойство и преобразования пропорций.

Особенности изучения учебного содержания

В данном курсе учащиеся знакомятся с графиками прямой и обратной пропорциональности до изучения общего понятия функции. Они знакомятся с этим способом представления зависимости между прямо и обратно пропорциональными величинами исходя из практических задач, поэтому под графиком прямой пропорциональности пока понимается луч с началом в начале отсчета, а под графиком обратной пропорциональности — кривая (одна ветвь гиперболы) на множестве неотрицательных чисел. Такая работа является шагом приобретения первичного опыта работы с графиками, систематическое изучение которых начнется в седьмом классе. Графики прямой и обратной пропорциональности рассматриваются как модели различных практических ситуаций, что приближает в понимании шестиклассников обобщенное понятие графика к окружающему их миру, соответствует их жизненному опыту и возрастным особенностям.

После знакомства с отрицательными числами учащиеся вернутся к вопросу зависимости и получат возможность построить график прямой пропорциональности на координатной плоскости.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания данного пункта разбиты на два блока, один из которых посвящен изучению графика прямой пропорциональности (№173—175), а второй — обратной пропорциональности (№176—178).

Знакомство с каждым видом графиков строится следующим образом. Сначала учащиеся анализируют условия данных практических задач, затем составляют формулу, описывающую зависимость между величинами, строят график и решают четыре задачи одновременно (№173, 176). При этом учащиеся осознают целесообразность обобщенного исследования зависимостей реальных величин. После чего учащимся предлагается задание на построение графиков и анализ их расположения (№174, 177). При выполнении этих заданий учащиеся помимо формирования умения строить графики получают возможность исследовать их

расположение и сформулировать гипотезу о зависимости расположения графика от коэффициентов пропорциональности. После чего учащиеся определяют коэффициент пропорциональности по графику (№ 175, 178). При этом у учащихся формируется опыт перехода от одного способа задания зависимости к другому.

Учитель может работать с данными заданиями последовательно (сначала разобрать задания на прямую пропорциональность, а затем — задания на обратную пропорциональность), а может организовать попарное выполнение соответствующих заданий.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 63 (62)	Урок 64 (63)	Урок 65 (64)
К	№ 173, 174	№ 176, 177	№ 175, 178
П	№ 179 (1, 2), 181, № 182, 185 (1, 2)	№ 179 (3, 4), № 183—185 (3, 4)	№ 180, 186—188
Д	п. 2.4.3, № 189, 193, № 194 (А)	№ 190, 192, 194 (В)	№ 191, 194 (С)
С	№ 195	№ 196	

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 63—65.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 173

$$y = 6x$$

Прямая пропорциональность

$x \uparrow$	1	2	3	4
$y \uparrow$	6	12	18	24

$$x = 2,5$$

$$y = 15;$$

$$y = 27$$

$$x = 4,5.$$

№ 174

$$y = 0,5x$$

$x \uparrow$	0	1	2	3	4
$y \uparrow$	0	0,5	1	1,5	2

$$y = x$$

$x \uparrow$	0	1	2	3	4
$y \uparrow$	0	1	2	3	4

$$y = 2x$$

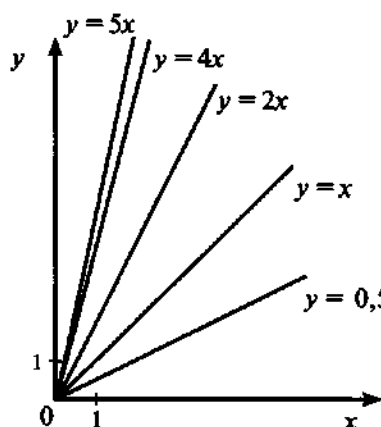
$x \uparrow$	0	1	2	3	4
$y \uparrow$	0	2	4	6	8

$$y = 4x$$

$x \uparrow$	0	0,5	1	2
$y \uparrow$	0	2	4	8

$$y = 5x$$

$x \uparrow$	0	0,5	1	2
$y \uparrow$	0	2,5	5	10



При построении графиков учащиеся могут выдвинуть гипотезу о достаточности построения двух точек для графика, в этом их следует поддержать. Однако сказать, что доказательство этого предположения существует, но пока откладывается на будущее.

При анализе расположения графиков учащиеся должны высказать следующую гипотезу: чем больше коэффициент пропорциональности, тем больше угол образованный графиком и Ox .

№ 175

1) $y = 3x$; при $1 \leq x \leq 4$ $3 \leq y \leq 12$;

2) $y = 0,5x$; при $1 \leq x \leq 4$ $0,5 \leq y \leq 2$;

3) $y = 2x$; при $1 \leq x \leq 4$ $2 \leq y \leq 8$.

№ 176

$$y = \frac{24}{x}$$

Обратная пропорциональность

$x \uparrow$	1	2	3	4	6	8	12	24
$y \downarrow$	24	12	8	6	4	3	2	1

$x = 1,5$

$y = 16$;

$y = 6$

$x = 4$.

№ 177

$$y = \frac{6}{x}$$

$x \uparrow$	0,5	1	2	3	6	12
$y \downarrow$	12	6	3	2	1	0,5

$$y = \frac{12}{x}$$

$x \uparrow$	2	3	4	6	8	12
$y \downarrow$	6	4	3	2	1,5	1

$$y = \frac{24}{x}$$

$x \uparrow$	1	2	3	4	6	12
$y \downarrow$	24	12	8	6	4	2

$$y = \frac{36}{x}$$

$x \uparrow$	3	4	6	9	12
$y \downarrow$	12	9	6	4	3

3) *Повторить и закрепить: зависимости между компонентами и результатами арифметических действий; сравнение выражений на основе этих зависимостей; решение текстовых задач методом «доходов и расходов»; решение уравнений методом пропорций; приемы исследования свойств геометрических фигур; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.*

В данном пункте учащиеся учатся решать задачи на пропорциональные величины методом пропорций. Они решали подобные задачи с помощью «приведения к единице», задачи на проценты по правилам решения задач на проценты. Теперь шестиклассники знакомятся с универсальным способом — способом пропорций.

Можно первый урок открытия нового знания посвятить алгоритму решения задач с помощью пропорции для случая прямо пропорциональных величин, а на втором уроке уточнить этот алгоритм для случая обратно пропорциональных величин. Приведем пример структуры первого урока.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Алгоритм решения задач с помощью пропорции (для прямо пропорциональных величин).

2. Актуализация.

Повторить: способ нахождения неизвестного члена пропорции, понятие прямо пропорциональных величин.

3. Задание на пробное действие.

Решите задачу в один шаг:

«За два часа рабочий изготавливает 100 деталей. Сколько деталей изготовит рабочий за 4 часа при той же производительности труда?»

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу решить задачу в один шаг.

Учащиеся могут решить задачу в два действия, возможны следующие варианты:

1 способ: используется способ «приведения к единице», известный учащимся из начальной школы.

1) $100 : 2 = 50$ (д.) — производительность одного рабочего;

2) $50 \cdot 4 = 200$ (д.).

2 способ: используется понятие прямо пропорциональных величин (работа прямо пропорциональна затраченному времени при постоянной производительности).

1) $4 : 2 = 2$ — увеличение времени;

2) $100 \cdot 2 = 200$ (д.).

— Я не могу обосновать свой способ известным алгоритмом.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет алгоритма решения аналогичных задач в один шаг.

6. Цель деятельности.

Построить новый способ решения задач на зависимость между величинами.

7. Фиксация нового знания.

1) Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

2) Установить, что величины связаны прямой пропорциональностью.

3) Проверить соответствие единиц измерения.

4) Обозначить неизвестную как x .

5) По условию задачи составить таблицу.

6) Поставить стрелочки $\downarrow$.

- 7) Записать пропорцию, следуя по стрелочкам.
- 8) Решить полученное уравнение.
- 9) Проверить соответствие полученного ответа реальности.
- 10) Ответить на вопрос задачи.

Открыть новый способ учащиеся могут, опираясь на таблицу, которую они обычно составляют для решения задач на формулу произведения, и выявив, что рассматриваемые величины являются прямо пропорциональными. При этом арифметический способ (по действиям) отбрасывается ими сразу, т.к. он приводит к выполнению двух шагов, а требуется решить задачу в один шаг. Учащиеся уже имели опыт решения задач с помощью уравнения и могут самостоятельно прийти к тому, чтобы обозначить неизвестную величину переменной. При необходимости учитель может помочь учащимся выйти на составление пропорции, задав наводящие вопросы. После того как задача, предложенная для пробного действия, будет решена с помощью пропорции, учащиеся обобщают этот способ на все задачи с прямо пропорциональными величинами и формулируют шаги алгоритма самостоятельно.

Приведем пример структуры второго урока по данной теме.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Уточненный алгоритм решения задач с помощью пропорции (для прямо и обратно пропорциональных величин).

2. Актуализация.

Повторить: способ решения задач с помощью пропорции, понятие обратно пропорциональных величин.

3. Задание на пробное действие.

Решите задачу методом пропорции:

«В коробке 48 пачек чая по 250 г в каждой. Сколько получится из этого чая пачек по 150 г?»

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу решить задачу, пользуясь алгоритмом, открытым на прошлом уроке.

— Я не могу обосновать свой способ известным алгоритмом.

5. Фиксация причины затруднения.

— Нет алгоритма для решения задачи на обратную пропорциональность методом пропорции

6. Цель деятельности.

Уточнить алгоритм так, чтобы можно было решать задачи на обратную пропорциональность методом пропорции

7. Фиксация нового знания.

- 1) Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
- 2) Установить вид зависимости (прямая или обратная пропорциональность).
- 3) Проверить соответствие единиц измерения.
- 4) Обозначить неизвестную как x .
- 5) По условию задачи составить таблицу.
- 6) Поставить стрелочки.
- 7) Записать пропорцию, следуя по стрелочкам.
- 8) Решить полученное уравнение.
- 9) Проверить соответствие полученного ответа реальности.
- 10) Ответить на вопрос задачи.

Уточнить алгоритм для общего случая учащиеся могут на примере задачи на пробное действие. В более подготовленном классе можно сначала уточнить второй и шестой шаги алгоритма, а затем попробовать применить его при решении предложенной задачи. После того как алгоритм будет получен, учитель обосно-

вызывает его введение в общем виде, либо предлагает учащимся самостоятельно познакомиться с его обоснованием по учебнику (стр. 50).

Кроме уроков открытия нового знания, основные структурные элементы которых рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 68). Основные цели урока № 68: тренировать умение решать задачи на пропорциональные величины методом пропорций; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, пропедевтика действий с рациональными числами путем знакомства с методом «доходов и расходов».

Особенности изучения учебного содержания

Особенностью изучения данного пункта является то, что введение алгоритма решения задачи пропорцией готовилось изучением содержания предыдущих пунктов. Помимо того, что учащиеся умеют находить неизвестный член пропорции, они систематически работали с понятием «зависимость» величин, в течение предыдущих уроков отрабатывали понятие прямо и обратно пропорциональных величин и тренировались выполнять второй шаг алгоритма (устанавливали вид зависимости) при выполнении отдельных заданий. Причем при установлении вида зависимости учащиеся могут применять не только определение прямо и обратно пропорциональных величин, но и алгоритм с использованием формулы.

В данном пункте делается акцент на новом способе решения задач, однако, после того как способ пропорций будет закреплен, для реализации принципа вариативности он рассматривается в комплексе с другими способами решения задач на пропорциональные величины.

Методические рекомендации к выполнению заданий

Задания №197—198 направлены на первичное закрепление алгоритма решения задач с помощью пропорций. Шаг определения вида зависимости выполняется частично, т. к. учащимся следует лишь обосновать указанный вид зависимости.

Начиная с задания № 199, учащиеся применяют алгоритм целиком, включая шаг, вызывающий наибольшие трудности, — шаг определения вида зависимости.

В задании № 200 учащиеся решают задачи на проценты методом пропорции. С учащимися фиксируется, что величины в задачах на проценты связаны прямой пропорциональностью.

В задании № 201 учащиеся используют способ пропорций для зависимости между компонентами арифметических действий.

В задаче-шутке, которая предлагается учащимся в задании № 202, рассматривается логическая ошибка, допускаемая учащимися при распространении понятия пропорциональной зависимости на ситуации, с ней не связанные.

Задачи № 203—205 являются составными задачами, алгоритм решения задачи пропорцией является одним из шагов их решения.

При выполнении заданий № 206—208 учащиеся решают задачи на работу методом пропорций. Чтобы выяснить, как связаны между собой указанные величины, в задачах № 207—208 учащимся придется внимательно проанализировать условие задач, т. к. время, указанное в задачах, является временем выполнения единицы объема и оно обратно пропорционально заданному объему работы.

Выполняя № 200, учащиеся поняли, что для решения задач на проценты можно использовать метод пропорций, в задании № 209 учащиеся сравнивают новый способ с известным им способом. При этом им задается вопрос о удобстве применяемых способов, что означает свободу выбора учащегося при отборе способа решения задачи на проценты. Если в условии не оговаривается способ решения задачи, ученик вправе выбрать удобный для него способ решения: по правилам решения задач на проценты, по общей формуле процентов, метод пропорций.

Принцип вариативности реализуется при выполнении № 210, в котором учащиеся должны решить задачу двумя способами (по действиям и пропорцией) и убедиться в том, что одну и ту же задачу можно решить по-разному. После выполнения заданий № 209—210 с учащимися фиксируется универсальность способа пропорции.

Задачи № 211—213 являются составными задачами, алгоритм решения задачи пропорцией применяется для их решения дважды.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 66 (65)	Урок 67 (66)	Урок 68 (67)
К	№ 197—199, 210	№ 200—208	№ 209—213
П	№ 214, 215 (1, 2), 223	№ 215 (3), 216, 217, 219	№ 215 (4), 218, 220—222, № 224
Д	п. 2.4.4, № 225, 229, № 232	№ 226, 227, 231	№ 228, 230, 233
С	№ 234	№ 235	№ 236

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 66—68.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта.

№ 197

Задачи решаются с проговариванием алгоритма.

1. Прямая пропорциональность.

Пусть x ч — время оформление билетов.

$$\begin{array}{l} \downarrow 0,5 \text{ ч} — 4 \text{ б.} \quad \downarrow \\ \downarrow x \text{ ч} — 30 \text{ б.} \quad \downarrow \\ 0,5 : x = 4 : 30 \\ x = 0,5 \cdot 30 : 4; \\ x = 3,75 \end{array}$$

Ответ: потребуется 3,75 ч.

2. Прямая пропорциональность.

Пусть x г потребуется для 10 порций салата.

$$\begin{array}{l} \downarrow 4 \text{ пор.} — 50 \text{ г} \quad \downarrow \\ \downarrow 10 \text{ пор.} — x \text{ г} \quad \downarrow \\ 4 : 10 = 50 : x; \\ x = 10 \cdot 50 : 4; \\ x = 125 \end{array}$$

Ответ: потребуется 125 г майонеза.

3. Прямая пропорциональность.

Пусть x км — преодолел спортсмен.

$$\begin{array}{l} \downarrow 20 \text{ раз} — 9 \text{ км} \quad \downarrow \\ \downarrow 14 \text{ раз} — x \text{ км} \quad \downarrow \\ 20 : 14 = 9 : x \\ x = 14 \cdot 9 : 20 \\ x = 6,3 \end{array}$$

Ответ: 6,3 км.

4. Прямая пропорциональность.

Пусть x м потребуется для пошива 3 платьев.

$$\begin{array}{l} \downarrow 14 \text{ м} - 5 \text{ пл.} \\ \downarrow x \text{ м} - 3 \text{ пл.} \end{array}$$

$$14 : x = 5 : 3$$

$$x = 14 \cdot 3 : 5$$

$$x = 8,4$$

Ответ: потребуется 8,4 м.

№ 198

Задачи решаются с проговариванием алгоритма.

1. x км/ч — скорость автомобиля.

$$\begin{array}{l} \downarrow 4,5 \text{ ч} - 80 \text{ км/ч} \\ \downarrow 4 \text{ ч} - x \text{ км/ч} \end{array}$$

Обратная пропорциональность.

$$4,5 : 4 = x : 80$$

$$x = 4,5 \cdot 80 : 4$$

$$x = 90$$

Ответ: скорость автомобиля 90 км/ч.

2. x ч — время работы

$$\begin{array}{l} \downarrow 8 \text{ ч} - 180 \text{ з.} \\ \downarrow x \text{ ч} - 200 \text{ з.} \end{array}$$

Обратная пропорциональность.

$$8 : x = 200 : 180$$

$$x = 8 \cdot 180 : 200$$

$$x = 7,2$$

Ответ: 7,2 ч.

3. Пусть x кг в ящике с грушами.

$$\begin{array}{l} \downarrow 25 \text{ ящ.} - 18 \text{ кг} \\ \downarrow 30 \text{ ящ.} - x \text{ кг} \end{array}$$

Обратная пропорциональность.

$$25 : 30 = x : 18$$

$$x = 25 \cdot 18 : 30$$

$$x = 15$$

Ответ: по 15 кг.

4. Пусть x оборотов сделало колесо с длиной окружности 3 м.

$$\begin{array}{l} \downarrow 2,4 \text{ м} - 1250 \text{ об.} \\ \downarrow 3 \text{ м} - x \text{ об.} \end{array}$$

Обратная пропорциональность.

$$2,4 : 3 = x : 1250$$

$$x = 2,4 \cdot 1250 : 3$$

$$x = 1000$$

Ответ: 1000 раз.

№ 199

1) 50 минут.

3) 496 км.

2) 80 пачек.

4) 172 оборота.

№ 200

1) x г — серной кислоты.

$$\begin{array}{l} \downarrow 75 \text{ г} - 100\% \\ \downarrow x \text{ г} - 12\% \end{array}$$

$$75 : x = 100 : 12$$

$$x = 75 \cdot 12 : 100$$

$$x = 9.$$

Ответ: серной кислоты 9 г.

2) $x\%$ железа в обогащенной руде.

$$\begin{array}{ccc} 80 \text{ т} - 100\% & & \downarrow \\ 76 \text{ т} - x\% & & \downarrow \end{array}$$

$$80 : 76 = 100 : x$$

$$x = 76 \cdot 100 : 80$$

$$x = 95.$$

Ответ: 95%.

3) x руб. положили в банк.

$$\begin{array}{ccc} x \text{ руб.} - 100\% & & \downarrow \\ 81 \text{ руб.} - 6\% & & \downarrow \end{array}$$

$$x : 81 = 100 : 6$$

$$x = 81 \cdot 100 : 6$$

$$x = 1350.$$

Ответ: в банк положили 1350 рублей.

№ 201

1) x — некоторое число

$$\begin{array}{ccc} 9\frac{1}{3} - 3,5 & & \downarrow \\ 0,8 - x & & \downarrow \end{array}$$

$$9\frac{1}{3} : 0,8 = 3,5 : x$$

$$x = 0,8 \cdot 3,5 : 9\frac{1}{3}$$

$$x = 0,3$$

Ответ: 0,3.

2) 100.

3) 45.

№ 202

10 человек может разбудить один петух.

№ 203

Обратная пропорциональность.

$$10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ ч}$$

Пусть искомая скорость составляет x верст в час.

$$\begin{array}{ccc} 4,5 \text{ в.} - 1\frac{2}{3} \text{ ч} & & \uparrow \\ x \text{ в.} - (1\frac{2}{3} - \frac{1}{6}) \text{ ч} & & \uparrow \end{array}$$

$$\frac{4,5}{x} = \frac{1\frac{2}{3} - \frac{1}{6}}{1\frac{2}{3}}$$

$$\frac{4,5}{x} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{3}}$$

$$x = \frac{4,5 \cdot 5 \cdot 2}{10 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$x = 5$$

Ответ: они должны идти со скоростью 5 верст в час.

№ 204

На 90 км/ч.

№ 205

Через 1 ч.

№ 206

2 рабочих.

Лишним данным является количество времени — 18 ч, задачу можно решить, опираясь на указанное изменение времени и первоначальное количество рабочих.

№ 207

Время, затрачиваемое на одну страницу, и количество страниц, которое будет напечатано за определенное время, являются *обратно пропорциональными* величинами. Чем больше времени машинистка тратит на одну страницу, тем меньше страниц она успеет напечатать за определенное время.

↓ 8 мин — 25 стр. ↑
↓ 10 мин — x стр. ↓

$$\frac{8}{10} = \frac{x}{25}$$

$$x = \frac{8 \cdot 25}{10}$$

$$x = 20$$

Ответ: напечатает 20 страниц.

№ 208

90 км.

№ 209

1) Способ пропорций:

x га засеяно кукурузой.

↓ 80 га — 100% ↓
↓ x га — 45% ↓

$$80 : x = 100 : 45$$

$$x = 80 \cdot 45 : 100$$

$$x = 36$$

Ответ: засеяно 36 га.

По правилам решения задач на проценты:

$$80 \cdot 0,45 = 36 \text{ (га)}$$

Ответ: засеяно 36 га.

2) Способ пропорций:

x автомобилей должны выпустить по плану.

↓ 1540 авт. — 44% ↓
↓ x авт. — 100% ↓

$$1540 : x = 44 : 100$$

$$x = 1540 \cdot 100 : 44$$

$$x = 3500$$

Ответ: 3500 автомобилей по плану.

По правилам решения задач на проценты:

$$1540 : 0,44 = 3500 \text{ (авт.)}$$

Ответ: 3500 автомобилей по плану.

3) Способ пропорций:

x % составляют тополя.

↓ 84 дер. — x % ↓
↓ 150 дер. — 100% ↓

$$84 : 150 = x : 100$$

$$x = 84 \cdot 100 : 150$$

$$x = 56$$

Ответ: 56% составляют тополя.

По правилам решения задач на проценты:

$$84 : 150 \cdot 100 = 56 \%$$

Ответ: 56% составляют тополя.

№ 210

1 способ:

1) $100 : 8 = 12,5$ (кг) — молока на 1 кг сыра;

2) $12,5 \cdot 30 = 375$ (кг) — молока на 30 кг сыра.

Ответ: 375 кг молока.

2 способ:

$$\begin{array}{l} \downarrow 100 \text{ кг} - 8 \text{ кг} \quad \downarrow \\ \downarrow x \text{ кг} - 30 \text{ кг} \quad \downarrow \\ 100 : x = 8 : 30 \\ x = 100 \cdot 30 : 8 \\ x = 375 \end{array}$$

Ответ: 375 кг молока.

№ 211

Сначала решим задачу для 3 лошадей: вычислим, сколько потребуется сена для 3 лошадей на 120 дней.

$$\begin{array}{l} \downarrow 60 \text{ д.} - 900 \text{ кг} \quad \downarrow \\ \downarrow 120 \text{ д.} - x \text{ кг} \quad \downarrow \\ 60 : 120 = 900 : x \\ x = 120 \cdot 900 : 60 \\ x = 1800 \end{array}$$

Теперь решим задачу для 5 лошадей.

$$\begin{array}{l} \downarrow 3 \text{ л.} - 1800 \text{ кг} \quad \downarrow \\ \downarrow 5 \text{ л.} - x \text{ кг} \quad \downarrow \\ 3 : 5 = 1800 : x \\ x = 5 \cdot 1800 : 3 \\ x = 3000 \end{array}$$

$$3000 \text{ кг} = 3 \text{ т}$$

Ответ: 3 т сена.

№ 212

Решим задачу для 4 человек.

$$\begin{array}{l} \downarrow 6 \text{ ч.} - 4,8 \text{ м} \quad \downarrow \\ \downarrow x \text{ ч.} - 8 \text{ м} \quad \downarrow \\ 6 : x = 4,8 : 8 \\ x = 6 \cdot 8 : 4,8 \\ x = 10 \end{array}$$

Теперь решим задачу для 2 человек.

$$\begin{array}{l} \downarrow 4 \text{ чел.} - 10 \text{ ч} \quad \uparrow \\ \downarrow 2 \text{ чел.} - x \text{ ч} \quad \uparrow \\ 4 : 2 = x : 10 \\ x = 4 \cdot 10 : 2 \\ x = 20 \end{array}$$

Ответ: потребуется 20 часов.

№ 213

1) 120 кг;

2) 40 дн.

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 222

Задание на пропедевтику: готовит учащихся к сложению и вычитанию рациональных чисел. Учащиеся находят алгебраическую сумму целых чисел, используя прием перехода к практической ситуации (метод «доходов и расходов») и работая с моделью (опережающее использование понятия координатной прямой). Идея этих приемов описаны в предыдущих заданиях (№ 220–221).

1) -1 ; 2) $+5$; 3) -6 ; 4) $+4$.

П.2.4.5. ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ

Уроки 69–71

Основные содержательные цели:

1) Сформировать умение делить числа в данном отношении, решать текстовые задачи на пропорциональное деление.

2) Подготовить введение отрицательных чисел.

3) Повторить и закрепить: понятие пропорции, метод пропорций, прямую и обратную пропорциональности, их задание таблицей, формулой и графиком; понятие степени; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В данном пункте учащиеся учатся делить число в заданном отношении. После того как шестиклассники научатся делить число в заданном отношении, они применяют это умение при решении текстовых задач.

При изучении данного пункта они знакомятся с новыми для них текстовыми задачами — задачами на пропорциональное деление (традиционно такие задачи называют задачами «на части»). Для решения задач на пропорциональное деление составляется пропорция, она преобразовывается, а полученные отношения приравниваются к коэффициенту пропорциональности. Дальнейший ход решения задачи оформляется традиционно. Искомые части выражаются через коэффициент пропорциональности, далее учащиеся составляют уравнение. При решении уравнения они упрощают его, используя распределительное свойство умножения, фактически приводя подобные слагаемые (данные понятия будут введены в речевую практику учащихся только при изучении четвертой главы 6 класса).

В этом же пункте наряду с простейшими задачами на пропорциональное деление рассматриваются и задачи более высокого уровня сложности. При решении этих задач учитель должен реализовывать принцип минимакса.

При изучении данного пункта планированием предусмотрены два урока открытия нового знания. Приведем пример структуры первого урока.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Алгоритм деления числа в заданном отношении.

2. Актуализация.

Повторить: понятие прямой пропорциональности, коэффициент пропорциональности.

3. Задание на пробное действие.

Учащимся предлагается практическая задача на пропорциональное деление. Можно использовать задачу, предложенную в учебнике, или предложить учащимся другую значимую для них ситуацию, в которой необходимо разделить число пропорционально некоторым заданным числам. Пример организации такой ситуации предложен в сценарии урока № 69 (диск с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться»).

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу разделить число пропорционально данным числам.

— Я не могу обосновать, что верно разделил число пропорционально данным числам.

5. Фиксация причины затруднения.

— Нет алгоритма деления числа в заданном отношении.

6. Цель деятельности.

Сконструировать алгоритм деления числа в заданном отношении.

7. Фиксация нового знания (эталон).

Алгоритм деления числа S в заданном отношении $A : B$

1) Ввести k — коэффициент пропорциональности.

2) Выразить искомые части через коэффициент пропорциональности: Ak ; Bk и т. д., где A , B и т. д. показывают, в каком отношении надо делить число.

3) Составить уравнение по условию, приравняв $Ak + Bk + \dots$ к заданному числу S .

4) Решить уравнение (найти k).

5) Найти искомые части.

Этот алгоритм может стать основой алгоритма решения задач на пропорциональное деление. Этот алгоритм может иметь вид:

1) Искомые части обозначить как x ; y и т. д.

2) По условию составить схему.

3) k — коэффициент пропорциональности.

4) $x = Ak$; $y = Bk$ и т. д., где A , B и т. д. показывают, в каком отношении надо делить число.

5) Составить уравнение по условию.

6) Решить уравнение (найти k).

7) Найти x ; y и т. д.

8) Ответить на вопрос задачи.

Открыть новый алгоритм учащиеся могут, переведя на математический язык «части числа должны быть пропорциональны заданным числам». При этом они составят пропорцию. Далее учитель предлагает им преобразовать пропорцию и обозначить отношения коэффициентом пропорциональности k . После чего учащиеся могут *самостоятельно* выразить искомые части через коэффициент пропорциональности, составить уравнение и найти искомые части. После чего им предлагается сформулировать алгоритм, в котором шаг составления пропорции можно опустить.

На втором уроке можно «открыть» с учащимися новые шаги алгоритма решения задач на пропорциональное деление, которые потребуются для выполнения заданий типа № 255 — 258. Приведем пример структуры второго урока.

Основная структура открытия нового знания.

1. Новое знание.

Уточненный алгоритм решения задач на пропорциональное деление.

2. Актуализация.

Повторить: алгоритм решения задач на пропорциональное деление.

Выполнить задание:

«Длинное» отношение $a : b : c = 1 : 3 : 7$ переписали в виде двух отношений $a : b = 1 : 3$ и $b : c = 3 : 7$. Записать аналогично отношение $a_1 : a_2 : a_3 = 2 : 10 : 15$. Упростить полученные отношения.

3. Задание на пробное действие.

Разделите число 75 на три части a_1, a_2, a_3 , если $a_1 : a_2 = 3 : 4; a_2 : a_3 = 8 : 11$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу разделить число 75 в отношении, заданном таким способом.

— Я не могу обосновать, что верно разделил 75 на три части.

5. Фиксация причины затруднения.

Известный алгоритм не подошел для условия, где указываются попарные отношения первой и второй части, второй и третьей части, а не всех трех частей одновременно.

6. Цель деятельности.

— Уточнить известный алгоритм для задач со «сложным» отношением.

7. Фиксация нового знания (эталон).

Алгоритм решения задач на пропорциональное деление можно дополнить следующими шагами:

1) Если возможно, упростить данные отношения.

2) Если дано несколько отношений, их надо преобразовать так, чтобы одной и той же части соответствовали одинаковые числа.

При решении задач подобного уровня сложности учитель должен учитывать принцип минимакса, заложенный в программу.

Кроме уроков открытия нового знания, основные структурные элементы которых рассмотрены выше, планированием предусмотрен урок рефлексии (урок № 71), где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность.

Основные цели урока № 71: тренировать умение решать задачи на пропорциональное деление; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить понятие пропорции и решение задач методом пропорции, готовить учащихся к введению рациональных чисел.

Особенности изучения учебного содержания

До решения текстовых задач на пропорциональное деление учащиеся отработывают умение делить число в заданном отношении на отдельных заданиях, которые представляют собой промежуточный шаг решения задачи на пропорциональное деление. Алгоритм деления числа в заданном отношении выводится на основании составления пропорции, ее преобразования и введения коэффициента пропорциональности.

После отработки небольшого числа базовых задач на пропорциональное деление учащимся предлагается широкий спектр разнообразных задач, состоящих из базовых элементов, но содержащих некоторую новизну, что развивает у них умение действовать в нестандартной ситуации, причает анализировать условие задачи.

Принцип минимакса, который реализуется в данном курсе, позволяет включить в содержание пункта наряду с простейшими задачами на пропорциональное деление и задачи более высокого уровня сложности: составные задачи, этапом решения которых является решение задач на пропорциональное деление, задачи на «сложное» отношение и пр.

В этом пункте, как и в предыдущих, предшествующих главе «Рациональные числа», рассматриваются задания, которые готовят учащихся к введению понятия отрицательного числа и арифметике рациональных чисел. Такие задания включены в раздел, помеченный буквой «П», которая для заданий подобного рода означает «пропедевтика».

Методические рекомендации к выполнению заданий

При выполнении заданий № 237—239 учащиеся учатся делить число в заданном отношении. При этом рассматриваются отношения вида $a : b : c$, с учащимися оговаривается, что эти «длинные» отношения нельзя понимать как частное — это условные записи. При выполнении № 239 учащиеся предварительно упрощают данные отношения, при этом нужно обратить внимание учащихся на то, как пригодились им их умение упрощать отношения для рационализации вычислений.

Задания № 240—241 являются простейшими задачами на пропорциональное деление, при решении которых учащиеся применяют алгоритм деления числа в заданном отношении.

В задачах № 242—243 указан другой вид взаимосвязи между величинами. При этом учащимся придется работать не с суммой пропорциональных частей, а с их разностью.

В задачах № 244—245 учащиеся решают задачи на пропорциональное деление, выраженное «длинным» отношением, применяя понятие периметра треугольника и четырехугольника.

В заданиях № 246—247 члены отношений выступают объектами вычислений, с их помощью учащиеся строят новые отношения и вычисляют процентное отношение.

В задании № 248 учащиеся по заданному отношению трех частей выявляют взаимосвязь между этими частями (1), составляют уравнение для нахождения одной из частей (2 и 3) и вычисляют процентное отношение, работая с членами отношения (4). При выполнении этого комбинированного задания можно тренировать те же умения, что и при выполнении шести предыдущих заданий. Естественно, геометрический материал повторить не удастся.

Далее с учащимися рассматриваются составные задачи, этапом решения которых является решение простой задачи на пропорциональное деление (№ 249—254).

Начиная с задания № 255 учащиеся начинают работать со сложными отношениями (нужно разделить величину в отношении вида $a : b : c$, при этом указываются только отношения пар $a : b$ и $b : c$). Для деления числа в заданном отношении учащимся придется преобразовывать данные отношения так, чтобы их можно было «склеить» по одинаковой части в одно «длинное» отношение.

При решении задач № 259—260 учащимся придется переходить от языка процентов к языку отношений. Они выполняли обратную задачу в заданиях № 246 (3), 247 (2), 248 (4). Так взаимосвязь «вторая премия составила 60 % первой» можно записать «вторая премия относится к первой, как 60 к 100 или 3 к 5». После чего данная задача сводится к предыдущему типу. Можно решить эти задачи и другим способом — составляя математическую модель по условию (см. раздел «Решения и ответы»).

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 69 (68)	Урок 70 (69)	Урок 71 (70)
К	№ 237—243	№ 244—250	№ 251—255(1,2)
П	№ 261, 266—268	№ 262, 269—271	№ 263, 264, 272
Д	п. 2.4.5, № 275(а, б), № 276, 281 (1)	№ 275 (в, г), 277, 281 (2)	№ 278, 279 (1), 280
С	№ 283	№ 284	№ 285

В серии дисков с вариантами сценариев уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 6 класса по программе «Учусь учиться» данному пункту соответствуют сценарии № 69—71. После изучения данного пункта проводятся урок рефлексии по содержанию четвертого параграфа («Задачи для самопроверки») и контрольная работа № 5. Этот урок рефлексии и урок обучающего контроля описаны сценариями № 72, 73—74.

Решения и ответы

Приведем примеры решения и ответы к заданиям из данного пункта:

№ 237

а) 25 и 35; б) 4,2 и 11,2; в) 35, 70, 105; г) 0,04; 0,2; 0,18.

№ 238

а) 5 : 9; б) 2 : 35; в) 1 : 2 : 6; г) 1 : 7 : 9;
д) 2 : 4 : 5; е) 1 : 2 : 8; ж) 2 : 3 : 6; з) 5 : 6 : 4.

№ 239

Прежде чем делить число в заданном отношении, его следует предварительно упростить.

а) $0,25 : 6,25 = 1 : 25$

k — коэффициент пропорциональности.

$x : 1 = y : 25 = k$

$x = k, \quad y = 25k$

$k + 25k = 39;$

$26k = 39;$

$k = 1,5;$

$x = 1,5, \quad y = 37,5$

Ответ: 1,5 и 37,5.

б) $\frac{5}{9} : 1\frac{2}{3} = 1 : 3$

k — коэффициент пропорциональности.

$k + 3k = 8,4$

$4k = 8,4$

$k = 2,1$

$1,5 \cdot 3 = 6,2$

Ответ: 2,1 и 6,3.

в) 126 и 90.

г) 60,90 и 180.

д) $1, 2\frac{2}{3}$ и 2.

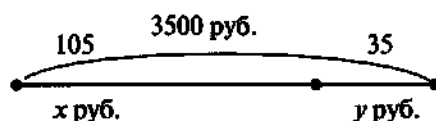
е) 35, 150, 15 и 50.

№ 240

Ответ: первая бригада должна сшить 64 формы, вторая — 56 форм.

№ 241

x руб. — должен получить первый и y руб. — второй.



k — коэффициент пропорциональности.

$x = 105k, \quad y = 35k$

$105k + 35k = 3500$

$140k = 3500$

$k = 3500 : 140$

$k = 25$

$105 \cdot 25 = 17\,625$ (руб.); $35 \cdot 25 = 875$ (руб.)

Ответ: первый должен получить 17 625 руб., второй — 875 руб.

№ 242

Ответ: 4 см и 10 см.

№ 243

Ответ: 15 дм.

№ 244

k — коэффициент пропорциональности.

Первая сторона — $3k$ м;

Вторая сторона — $3k$ м;

Третья сторона — $4k$ м.

$$P = a + b + c$$

$$3k + 3k + 4k = 150$$

$$10k = 150$$

$$k = 15$$

$$3 \cdot 15 = 45 \text{ (м)}$$

$$4 \cdot 15 = 60 \text{ (м)}$$

Ответ: стороны треугольника: 45 м, 45 м, 60 м.

№ 245

Ответ: 102 см.

№ 246

1) $5 : 8$;

2) $3 : 8$;

3) $\frac{5}{8} = 62,5 \%$; $100 - 62,5 = 37,5 \%$.

№ 247

1) $3 : 10$;

2) 20% .

№ 248

1) 99 отдыхающих; 2) 27 мужчин; 3) 42 ребенка; 4) $12,5 \%$.

№ 249

На 18 детей.

№ 250

160 яблонь, 48 груш, 112 косточковых деревьев.

№ 251

1) x га — площадь соснового леса и y га — площадь елового леса.

k — коэффициент пропорциональности.

$$x = 2k, \quad y = 3k$$

$$3k - 2k = 54$$

$$k = 54$$

$$2 \cdot 54 = 108 \text{ (га)} \text{ — занимает сосновый лес;}$$

$$3 \cdot 54 = 162 \text{ (га)} \text{ — занимает еловый лес.}$$

2) $108 + 162 = 270$ (га) — занимает сосновый и еловый лес;

3) $100 - 40 = 60 \%$ — занимает сосновый и еловый лес;

4) $270 : 0,6 = 450$ (га) — площадь всего участка.

Ответ: 450 га.

№ 252

$0,32 \cdot (1 - 0,8)(0,5 + 1,6 + 2,9) = 0,32$ (млн.) — прибыль, которую поделили коммерсанты.

$$0,5 : 1,6 : 2,9 = 5 : 16 : 29$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$5k + 16k + 29k = 0,32$$

$$50k = 0,32$$

$$k = 0,0064$$

$$0,0064 \text{ млн. руб.} = 6400 \text{ руб.}$$

Ответ: 32 000 рублей, 102 400 рублей и 185 600 рублей.

№ 253

k — коэффициент пропорциональности.

$4k$ — ученика в 6 «А», $5k$ — учеников в 6 «Б» и $(4k + 5k) : 2$ — учеников в 6 «В».

$$4k + 5k + (4k + 5k) : 2 = 108$$

$$13,5k = 108$$

$$k = 8$$

Ответ: 32 ученика в 6 «А», 40 учеников в 6 «Б» и 36 учеников в 6 «В».

№ 254

5,6; 7; 12,6.

№ 255

$$1) a_1 : a_2 = 3 : 4; \quad a_2 : a_3 = 8 : 11$$

$$a_1 : a_2 = 6 : 8; \quad a_2 : a_3 = 8 : 11$$

$$a_1 : a_2 : a_3 = 6 : 8 : 11.$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$a_1 = 6k \quad a_2 = 8k \quad a_3 = 11k$$

$$6k + 8k + 11k = 75$$

$$25k = 75$$

$$k = 75 : 25$$

$$k = 3$$

$$a_1 : 6 \cdot 3 = 18$$

$$a_2 : 8 \cdot 3 = 24$$

$$a_3 : 11 \cdot 3 = 33$$

Ответ: число разбито на части 18, 24, 33.

$$2) a_1 : a_2 = 2 : 3; \quad a_2 : a_3 = 4 : 7$$

$$a_1 : a_2 = 8 : 12; \quad a_2 : a_3 = 12 : 21$$

$$a_1 : a_2 : a_3 = 8 : 12 : 21$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$a_1 = 8k \quad a_2 = 12k \quad a_3 = 21k$$

$$8k + 12k + 21k = 12,3$$

$$41k = 12,3$$

$$k = 12,3 : 41$$

$$k = 0,3$$

$$a_1 : 0,3 \cdot 8 = 2,4$$

$$a_2 : 0,3 \cdot 12 = 3,6$$

$$a_3 : 0,3 \cdot 21 = 6,3$$

Ответ: число разбито на части 2,4; 3,6; 6,3.

$$3) 84, 30, 36.$$

$$4) 2; 8 \text{ и } 5\frac{2}{3}.$$

№ 256

$$M_{\text{гипса}} : M_{\text{глины}} = 1 : 25; \quad M_{\text{песка}} : M_{\text{гипса}} = 2 : 1$$

$$M_{\text{песка}} : M_{\text{гипса}} : M_{\text{глины}} = 2 : 1 : 25$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$2k + 1k + 25k = 56$$

$$28k = 56$$

$$k = 56 : 28$$

$$k = 2$$

$$2 \cdot 2 = 4 \text{ (кг)} — \text{песок};$$

$$2 \cdot 1 = 2 \text{ (кг)} — \text{гипс};$$

$$2 \cdot 25 = 50 \text{ (кг)} — \text{глина}.$$

Ответ: 4 кг песка, 2 кг гипса и 50 кг глины.

№ 257

$$P = 32,5 \text{ см}$$

$$AB : BC = 3 : 4; \quad BC : AC = 2 : 3 = 4 : 6$$

$$AB : BC : AC = 3 : 4 : 6$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$3k + 4k + 6k = 32,5$$

$$13k = 32,5$$

$$k = 32,5 : 13$$

$$k = 2,5$$

$$2,5 \cdot 3 = 7,5 \text{ (см);}$$

$$2,5 \cdot 4 = 10 \text{ (см);}$$

$$2,5 \cdot 6 = 15 \text{ (см).}$$

Ответ: стороны 7,5 см, 10 см, 15 см.

№ 258

$$1) 0,6; 1,6 \text{ и } 4.$$

$$2) 5; 6; 10,5.$$

$$3) 6; 12; 16 \text{ и } 56.$$

$$4) 2,7; 1,8; 0,5 \text{ и } 0,2.$$

№ 259

x руб. — первая премия;

$0,6x$ руб. — вторая премия;

$15\,000\,000 - 1,6x$ (руб.) — третья премия.

$$0,6x : (15\,000\,000 - 1,6x) = 1 : \frac{2}{3}$$

$$0,6x \cdot \frac{2}{3} = 15\,000\,000 - 1,6x$$

$$0,4x = 15\,000\,000 - 1,6x$$

$$0,4x + 1,6x = 15\,000\,000 - 1,6x + 1,6x + 0,4x$$

$$2x = 15\,000\,000$$

$$x = 15\,000\,000 : 2$$

$$x = 7\,500\,000$$

$$0,6 \cdot 7\,500\,000 = 4\,500\,000 \text{ (руб.);}$$

$$15\,000\,000 - (7\,500\,000 + 4\,500\,000) = 3\,000\,000 \text{ (руб.).}$$

Ответ: премии составили 7,5 млн. руб., 4,5 млн. руб., 3 млн. руб.

№ 260

$$12,5 \text{ га.}$$

Из раздела для повторения укажем примеры решения или ответы к заданиям, выполнение которых рекомендуется. Учитель может выбрать и другие задания, которые целесообразно повторить с конкретным классом, в зависимости от выявленных у учащихся затруднений.

№ 264

Задание выполняется у доски с комментированием.

$$1) 2a - b^3 = c : 2 + 4;$$

$$2) 0,4d = m^2 : n^2 - 5;$$

$$3) (a + b) : a = (a^2 - b^2) : 12;$$

$$4) (a - b) \cdot b = 0,2 \cdot 3a^2.$$

№ 268

$$1) 15 : 6 = 2,5 \text{ (раза);}$$

$$2) 800 \cdot 2,5 = 2000 \text{ (г)} — \text{тыквы;}$$

$$3) 150 \cdot 2,5 = 375 \text{ (г)} — \text{манной крупы;}$$

$$4) 100 \cdot 2,5 = 250 \text{ (г)} — \text{муки и сливочного масла;}$$

$$5) 8 \cdot 2,5 = 20 \text{ (шт.)} — \text{яиц;}$$

6) $50 \cdot 2,5 = 125$ (г) — сыра;

7) $0,5 \cdot 2,5 = 1,25$ (ст.) — молока;

8) $1 \cdot 2,5 = 2,5$ (л.) — столовой ложки сахара и чайной ложки соли.

Ответ: потребуется 2 кг тыквы, 375 г манки, по 250 г муки и сливочного масла, 20 яиц, 125 г сыра, 1,25 стакана молока, по 2,5 столовой ложки сахара и чайной ложки соли.

№ 269

1) $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$; 2) $\frac{n}{x} = \frac{d}{n}$; 3) $\frac{a^2}{m} = \frac{x}{2m}$; 4) $\frac{3k}{b} = \frac{k^2}{x}$; $x = \frac{ab}{c}$; $x = \frac{n^2}{d}$; $x = 2a^2$; $x = \frac{bk}{3}$.

№ 273

Учащиеся работают в группах с обсуждением результатов.

1) +1;

2) -5;

3) -3;

4) +4.

Глава 3. Рациональные числа (52 часа)

Особенности изучения учебного содержания

Целесообразность введения отрицательных чисел раскрывается на примерах из окружающей жизни: расход — доход; выигрыш — проигрыш; повышение — понижение температуры и т. д. Использование координатной прямой позволяет создать наглядную опору для понятия противоположных чисел, правил сравнения, сложения и вычитания рациональных чисел.

Формулированию понятия модуля уделяется особое внимание, так как оно лежит в основе алгоритмов сравнения и алгоритмов действий с отрицательными числами.

Модуль трактуется как расстояние от начала отсчета до точки, обозначающей данное число на координатной прямой. Анализ понятия модуля приводит к «разветвленному» определению модуля.

Сложение рациональных чисел выводится на основе сложения «доходов» и «расходов», а остальные действия — исходя из необходимости сохранения свойств действий с положительными числами.

В заключение знания детей о числах систематизируются; устанавливается взаимосвязь между множествами натуральных, целых и рациональных чисел, строится диаграмма Эйлера—Венна этих множеств и ставится проблема недостаточности изученных чисел для выражения длин отрезков. Например, доказываемся, что рациональных чисел недостаточно для выражения длины диагонали квадрата со стороной, равной 1.

Материал, связанный с рассмотрением различных систем счисления, носит ознакомительный характер. Он расширяет представления детей о способах записи чисел и показывает возможности использования математических исследований для практического применения на примере двоичной системы счисления.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания третьей главы учащиеся:

- *используют* понятия отрицательных и положительных чисел;
- *используют* понятия целых чисел, рациональных чисел;
- *изображают* рациональные числа на координатной прямой;
- *используют* алгоритм сравнения рациональных чисел;
- *используют* понятие модуля для сравнения, сложения, вычитания, умножения, деления рациональных чисел;
- *используют* геометрический смысл модуля для решения уравнений и неравенств с модулем;
- *выводят* правила выполнения действий с рациональными числами;
- *используют* алгоритмы действий с рациональными числами;
- *используют* понятие алгебраической суммы для упрощения выражений;
- *используют* правила раскрытия скобок;
- *используют* понятия коэффициента, подобных слагаемых при упрощении выражений;
- *используют* все известные способы решения уравнений;
- *выводят* правило переноса слагаемых в уравнениях;
- *решают* текстовые задачи всех ранее изученных видов методом уравнения;
- *используют* понятие координатной плоскости для построения фигур по заданным координатам точек фигуры, графики прямой и обратной пропорциональности;
- *используют* понятие логического следования для определения равносильности утверждений;
- *строят* отрицание логических следований;
- *строят* обратные утверждения;

- *используют* математическую терминологию в устной и письменной речи;
- *используют* схемы и таблицы при решении задач;
- *строят* и *выполняют* алгоритмы;
- *находят* значения числовых и буквенных выражений;
- *строят* формулы зависимости между величинами и графики по построенным формулам;
- *решают* уравнения.

§ 1. ПОНЯТИЕ РАЦИОНАЛЬНОГО ЧИСЛА (7 часов)

П. 3.1.1. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА (2 часа)

Уроки 75–76

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятия отрицательного числа и рационального числа, умение обозначать множества натуральных чисел (N), целых чисел (Z) и рациональных чисел (Q). Установить взаимосвязь между множествами N , Z и Q .

2) Сформировать умение обозначать числа, принадлежащие множеству Q , точками координатной прямой.

3) Повторить и закрепить: решение задач на движение по реке, проценты, пропорциональное деление; основное свойство дроби, сокращение дробей; понятие степени, составление, чтение и упрощение выражений, нахождение их значений; решение двойных неравенств на N ; приемы устных и письменных вычислений, совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

При изучении пункта 3.1.1 «Положительные и отрицательные числа» у учащихся формируется понятие отрицательных чисел как уже известных им чисел, только со знаком «минус». Исходя из своего житейского опыта (и пропедевтики данного понятия в курсе) шестиклассники имеют первичное представление о таких числах. Задачами данного пункта являются: ввести их название — отрицательные числа, ввести название «положительные числа» для противопоставления «старых» чисел отрицательным и уточнить данные понятия. Целесообразность введения отрицательных чисел раскрывается на примерах из окружающей жизни: «расход» — «доход»; «выигрыш» — «проигрыш»; «повышение» и «понижение» температуры.

В качестве пробного задания учащимся предлагается записать предложения на математическом языке и назвать использованные ими числа:

- семь градусов тепла;
- двенадцать градусов мороза;
- расход составил сто сорок рублей;
- доход составил пятьсот шестьдесят рублей;
- выигрыш восемь очков;
- проигрыш четыре очка.

Задачей данного пункта является формирование понятия отрицательного и положительного чисел. Такие величины, как расход, долг, глубина (отрицательная

высота) и пр., обозначаются отрицательным числом, которое используется для фиксации процесса уменьшения и убывания. Такие величины, как доход, имущество, высота и пр., обозначаются положительным числом, которое используется для фиксации процесса увеличения и возрастания. Данная задача уже реализовалась в процессе подготовки к введению понятия отрицательных чисел при выполнении заданий пропедевтического характера. При выполнении одного из заданий № 300—303 имеющиеся у учащихся знания уточняются. Если пропедевтика не велась, необходимо выполнить предложенную систему заданий полностью и сформировать представление об использовании отрицательных и положительных чисел в практических ситуациях. Формирование такого представления об отрицательных и положительных числах важно потому, что правило сложения рациональных чисел будет выводиться с помощью перехода к определенным практическим ситуациям.

В этом же пункте вводится понятие координатной прямой. Для проблематизации можно предложить учащимся отметить на координатном луче точки $A(3)$, $B(0)$, $C(-2)$. Когда шестиклассники начнут отмечать точку с координатой -2 , у них возникнет затруднение. Для того чтобы его снять, учащимся потребуется усовершенствовать имеющуюся у них модель числового множества — и «расширить» координатный луч до прямой. При введении определения координатной прямой указываются ее существенные признаки: начало отсчета, единичный отрезок, направление отсчета. Вводится определение координаты точки: это число, показывающее положение точки на координатной прямой. Это определение строится путем уточнения определения координаты точки, известного учащимся с начальной школы (число, показывающее расстояние от т. А на луче до начала луча называется координатой т. А).

Данные понятия формируются при выполнении заданий № 306—312, 319. При этом умение работать с координатным лучом, сформированное в начальной школе, переносится на координатную прямую. Шестиклассники учатся отмечать точки с координатой, заданной отрицательным числом, и записывать координату точки, отмеченной на координатной прямой слева от начала отсчета. С учениками важно отметить, как новое умение связано со старым.

Использование координатной прямой позволяет создать наглядную опору для понятия отрицательного числа, новых числовых множеств и в дальнейшем помогает учащимся при формировании понятия противоположного числа, модуля (как расстояния) и правил сравнения рациональных чисел.

В этом же пункте вводятся названия и обозначения новых числовых множеств: множество рациональных чисел, которое пока определяется через перечисление входящих в него чисел (положительные, отрицательные числа и ноль) и обозначается буквой Q , и множество целых чисел, которое обозначается буквой Z и записывается с помощью фигурных скобок — $Z = \{\dots - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$. При выполнении № 316—318 учащиеся устанавливают взаимосвязь между множествами N , Z , Q .

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуcь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 75—76.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие «целые и рациональные числа».

2. Актуализация знаний.

Работа с десятичными дробями, натуральными числами.

3. Задание на пробное действие.

Из чисел: -24 ; 21 ; $13\frac{1}{2}$; 0 ; 15 ; $-3,2$; 4 ; 5 ; 6 ; $\frac{1}{17}$; $7,34$; -12 ; $-0,3$; 27 ; $\frac{1}{49}$; -1 выпишите: а) целые числа и б) рациональные числа.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог из множества чисел выписать целые числа и рациональные числа.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия целых чисел и рациональных чисел.

6. Цель деятельности.

Сформулировать понятие целых чисел и рациональных чисел.

7. Фиксация нового знания (эталон).

Понятие положительных и отрицательных чисел

Числа, которые служат для обозначения возрастания, увеличения и т. д., называют положительными, а числа, которые служат для обозначения убывания, уменьшения и т. д., — отрицательными.

Положительные числа — это обычные числа со знаком «+», а **отрицательные числа** — обычные числа со знаком «-». (Знак «+» в записи положительных чисел можно опускать.)

Множества чисел

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$ — множество *натуральных* чисел;

$Z = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ — множество *целых* чисел;

Q — множество *рациональных* чисел, состоит из:

- 1) целых и дробных положительных чисел;
- 2) целых и дробных отрицательных чисел;
- 3) числа 0.

Основная структура открытия нового знания

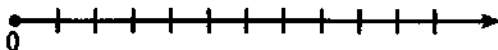
1. Новое знание.

Понятие координатной прямой.

2. Актуализация знаний.

Работа с десятичными дробями; понятие отрицательного и положительного числа, понятие натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел.

3. Задание на пробное действие.



Отметить точки $A(4)$, $B(0)$, $C(2)$, $D(-2)$ на координатном луче.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу отметить точку $D(-2)$ на координатном луче.

5. Фиксация причины затруднения.

— Нет места на луче для точки с координатой -2 , а другой модели для построения точек у нас нет.

6. Цель деятельности.

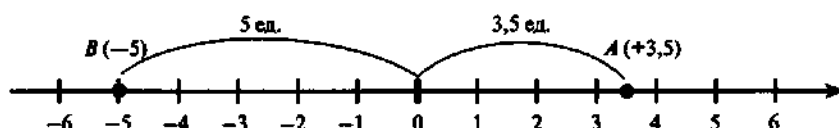
Придумать модель, на которой можно будет изобразить отрицательные числа.

7. Фиксация нового знания (эталон).

Понятие координатной прямой

Координатной прямой называют прямую, на которой выбраны:

- 1) начало отсчета; 2) единичный отрезок; 3) положительное направление.



Понятие координаты точки

Координатой точки называют число, равное ее расстоянию до начала отсчета со знаком «+», если точка расположена справа от начала отсчета, и со знаком «-», если она расположена слева от него.

A(+3,5) — координата точки A равна +3,5;

B(-5) — координата точки B равна -5.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 75 (73)	Урок 76 (74)
К	№ 300—306	№ 307—312
П	№ 320—323	№ 324—326
Д	п. 3.1.1, № 330, 333, 334	№ 331, 335, 338
С	№ 339	№ 341

Решения и ответы

№ 300

- а) + 7°; в) - 140 р.; д) + 8 оч.;
б) - 12°; г) + 560 р.; е) - 4 оч.

№ 301

- 1) а) + 12°; б) - 5 кг.
2) В понедельник уровень воды поднялся на 0,40 м;
 во вторник — поднялся на 0,95 м;
 в среду — поднялся на 0,20 м;
 в четверг — снизился на 0,30 м;
 в пятницу — снизился на 0,55 м;
 в субботу — снизился на 0,70 м;
 в воскресенье — снизился на 0,80 м.

№ 303

- а) Количество забитых мячей больше количества пропущенных;
 одинаковое количество забитых и пропущенных мячей;
 количество забитых мячей меньше количества пропущенных.
б) + 3; 0; -1; -4.
в) + 4; -2; 0; -2.

№ 304

- 2) а) + 3; б) - 4; в) - 10; г) + 6.

№ 305

- 1) A(+ 50); B(- 50); C(+ 100); D(-100); E(+ 165); F(-165).

№ 307

Существенные признаки понятия «координатная прямая»:

- а) на прямой выбрано начало отсчета;
- б) на прямой выбран единичный отрезок;
- в) на прямой выбрано направление.

№ 308

а); г); е); ж) — координатные прямые.

№ 309

$O(0)$ — начало отсчета;

$A(1)$ — один единичный отрезок от начала отсчета;

$B(-3)$ — три единичных отрезка от начала отсчета;

$C(5,8)$ — 5,8 единичного отрезка от начала отсчета;

$D(-12\frac{3}{4})$ — $12\frac{3}{4}$ единичного отрезка от начала отсчета.

№ 310

1) $A(-5)$; $B(-3)$; $C(-1)$; $D(1)$; $E(3)$; $F(5)$.

2) $A(-2\frac{1}{3})$; $B(-1\frac{1}{3})$; $C(-\frac{1}{3})$; $D(\frac{2}{3})$; $E(1\frac{2}{3})$; $F(2\frac{2}{3})$.

3) $A(-2,25)$; $B(2,25)$; $C(-1,75)$; $D(1,75)$; $E(-1)$; $F(1)$.

4) $A(-28)$; $B(14)$; $C(-36)$; $D(28)$; $E(36)$; $F(-14)$.

№ 312

$C(1\frac{1}{3})$; $A(3)$; $E(4\frac{1}{3})$; $D(-3\frac{2}{3})$.

№ 313

а) $-4 + 6 = +2$;

в) $-2 - 5 = -7$;

б) $+3 - 7 = -4$;

г) $-1 + 4 - 1 = +2$.

№ 314

1) $+5 + (-3) = +2$;

6) $-3 + (-8) = -11$;

2) $-3 + (+5) = +2$;

7) $-5 + 0 = -5$;

3) $-4 + (-1) = -5$;

8) $0 + (-5) = -5$;

4) $-1 + (-4) = -5$;

9) $+7 + (-7) = 0$;

5) $-8 + (-3) = -11$;

10) $-7 + (+7) = 0$.

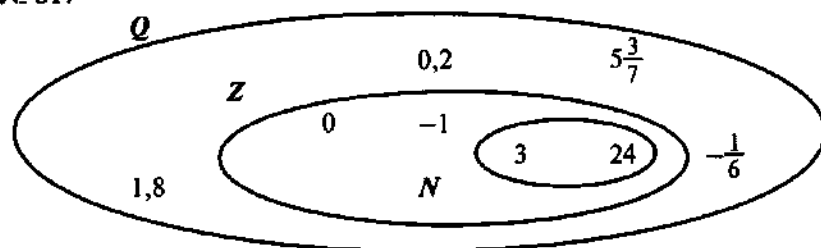
№ 316

$N = \{7; 54\}$;

$Z = \{7; -2; 0; 54; -3108\}$;

$Q = \{7; -2; 0; 3,6; \frac{4}{9}; 54; -1\frac{2}{3}; -3108\}$.

№ 317



№ 318

ЛАПТЕВ

П. 3. 1. 2. ПРОТИВОПОЛОЖНЫЕ ЧИСЛА И МОДУЛЬ (3 часа)

Уроки 77–79

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятия противоположного числа и модуля числа, умение обозначать эти понятия с помощью соответствующей символики.

2) Построить таблицу знаков при раскрытии скобок, обозначающих данное число и число, противоположное данному; сформировать умение использовать эту таблицу при раскрытии скобок.

3) Повторить и закрепить: взаимосвязь между множествами N , Z и Q ; понятие координатной прямой; сравнение положительных чисел; чтение и упрощение выражений, нахождение их значений; решение двойных неравенств на N ; решение задач на движение, проценты, пропорциональное деление; действия с простейшими алгебраическими дробями; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

В п.3.1.2 вводится понятие противоположных чисел и обозначение $(-a)$ для записи числа, противоположного a . Данное понятие формируется при выполнении № 342—350.

В связи с использованием знака «минус» для обозначения числа, противоположного данному, делается вывод о том, что знак «минус» меняет знак числа на противоположный. Пользуясь этим выводом и знанием о том, что знак «+» может опускаться и, значит, знак числа не изменяет, вводятся правила знаков при раскрытии скобок: $+(+a) = +a$; $+(-a) = -a$; $- (+a) = -a$; $- (-a) = +a$. Эти правила оформляются в виде таблицы определения знака числа при раскрытии скобок. Появление данной таблицы на этапе изучения рациональных чисел и ее дальнейшее использование является особенностью данного курса. Умение пользоваться такой таблицей закрепляется при выполнении № 362, с этой же целью можно вернуться к № 346—348 (в, г) и выполнить их, опираясь уже не на понятие противоположного числа, а на таблицу знаков.

Здесь же вводится понятие модуля как расстояния от начала отсчета до точки, обозначающей данное число. Вводится соответствующая символика. Данное понятие формируется при выполнении № 351—353.

В этом же пункте учащиеся знакомятся со свойствами модуля. В связи с геометрическим смыслом модуля фиксируется свойство модуля: модуль любого числа есть число неотрицательное ($|a| \geq 0$). При выполнении № 352—353, 357 учащиеся формулируют еще одно свойство модуля (модули противоположных чисел равны) и записывают его на математическом языке: $|-a| = |a|$. Усвоению свойств модуля способствует выполнение задания № 358, которое помимо этого развивает математический язык шестиклассников и обеспечивает содержательную непрерывность логической линии курса.

С целью формирования понятия модуля с учащимися решаются простейшие уравнения и неравенства с модулем (№ 359, 361). При этом реализуется принцип минимакса — более способные учащиеся получают представление о решении

нового вида уравнений и неравенств, а остальные при решении подобных заданий отрабатывают понятие модуля.

Формированию понятия модуля следует уделить особое внимание, так как оно лежит в основе алгоритмов сравнения и алгоритмов действий с отрицательными числами.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по второму пункту предлагаются сценарии № 77—79.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие противоположного числа.

2. Актуализация знаний.

Понятия натуральных чисел, целых и рациональных чисел, изображение рациональных чисел.

3. Задание на пробное действие.

Ответить на следующие вопросы:

- 1) Как расположены противоположные числа на координатной прямой?
- 2) Какое число является противоположным числу $-a$?
- 3) Какими являются число и ему противоположное?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу ответить на поставленные вопросы.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем свойств противоположных чисел.

6. Цель деятельности.

Узнать свойства противоположных чисел.

7. Фиксация нового знания (эталон).

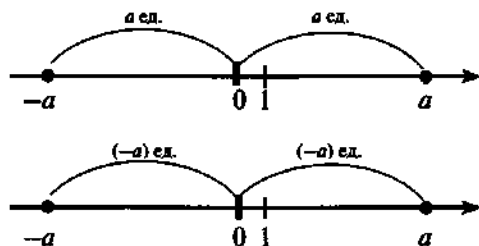
Понятие противоположных чисел

Противоположными числами называют числа, которые отличаются только знаком.

$-a \Leftrightarrow$ Число, противоположное числу a

Свойства противоположных чисел

1. Если a положительно, то $(-a)$ отрицательно, а если a отрицательно, то $(-a)$ положительно.



2. Число, противоположное $-a$, равно a :

$$-(-a) = a$$

3. Числа a и $(-a)$ являются взаимно противоположными.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие модуля числа.

2. Актуализация знаний.

Понятие противоположных чисел, изображение рациональных чисел на координатной прямой.

3. Задание на пробное действие.

Записать на математическом языке, что точки с координатами 2 и -2 ; 4 и -4 находятся на одинаковом расстоянии от 0 и расстояния соответственно равны 2 и 4.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать на математическом языке, что точки с координатами 2 и -2 ; 4 и -4 находятся на одинаковом расстоянии от 0 и расстояния соответственно равны 2 и 4.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа для записи на математическом языке расстояния.

6. Цель деятельности.

Ввести знак, который позволит записать на математическом языке расстояние от 0 до данной точки.

7. Эталон.

Понятие модуля числа

Расстояние от начала отсчета до точки, обозначающей данное число, называют модулем этого числа.

Свойство модуля

1. Значение модуля числа всегда больше или равно 0.

$$|a| \geq 0$$

2. Модули противоположных чисел равны.

$$|-a| = |a|$$

Таблица знаков

$+(+) = +$	$+(-) = -$
$-(-) = +$	$- (+) = -$

Два одинаковых знака дают «+», а два разных знака дают «-».

Основные цели урока рефлексии № 79: тренировать умение обозначать множество натуральных чисел (N), целых чисел (Z) и рациональных чисел (Q); тренировать умение обозначать числа, принадлежащие множеству Q , точками координатной прямой; тренировать умение находить модули чисел; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить сокращение дробей, понятие степени, решение задач на движение по реке.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 77 (75)	Урок 78 (76)	Урок 79 (77)
К	№ 342—350	№ 351—356	№ 357—359
П	№ 363, 364, 371	№ 366, 367, 372, 373	№ 368, 369, 374, 375
Д	п. 3.1.2, № 377, 378, № 385	№ 379, 380, 386	№ 381, 384, 387
С	№ 389	№ 390	№ 391

Решения и ответы

№ 342

$$-5 \text{ и } 5; \quad +11 \text{ и } -11; \quad +3\frac{5}{8} \text{ и } -3\frac{5}{8}; \quad -2,3 \text{ и } +2,3.$$

№ 344

$$-(+5) = -5;$$

$$-(+12) = -12;$$

$$-(-7) = +7;$$

$$-(-800) = +800;$$

$$-(+2) = -2;$$

$$-(-4,28) = +4,28;$$

$$-0 = 0;$$

$$-\left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{2}{3}.$$

№ 346

Целесообразно не только записывать, но и читать получившиеся равенства.

Задания выполняются у доски с комментарием.

а) Число, противоположное числу $+9$, есть число -9 : $-(+9) = -9$.

б) Число, противоположное числу -3 , есть число $+3$: $-(-3) = +3$.

в) Число, противоположное числу $-\frac{5}{12}$, есть число $+\frac{5}{12}$: $-(-\frac{5}{12}) = +\frac{5}{12}$.

г) Число, противоположное числу $+1,7$, есть число $-1,7$: $-(+1,7) = -1,7$.

д) Число, противоположное числу, которое противоположно числу $+1$, есть число $+1$:

$$-(-(1)) = +1.$$

е) Число, противоположное числу, которое противоположно числу -2 , есть число -2 :

$$-(-(-2)) = -2.$$

ж) Число, противоположное числу, которое противоположно числу, которое противоположно числу $+5$, есть число -5 : $-(-(-(+5))) = -5$.

з) Число, противоположное числу, которое противоположно числу, которое противоположно числу -6 , есть число $+6$: $-(-(-(-6))) = +6$.

№ 347

$$а) -(-8) = 8;$$

$$б) -(+8) = -8;$$

$$в) -(+15) = -15;$$

$$г) -(-7) = 7;$$

$$д) -(-\frac{4}{9}) = \frac{4}{9};$$

$$е) -(+3,5) = -3,5;$$

$$ж) -(-a) = +a;$$

$$з) -(+b) = -b.$$

№ 348

а) $-x = 5,4$

$x = -5,4$

б) $-y = -\frac{1}{6}$

$y = \frac{1}{6}$

в) $-z = -(+2)$

$z = 2$

г) $-t = -(-\frac{3}{7})$

$t = -\frac{3}{7}$

№ 349

- 1) ...отрицательное;
- 2) ...положительное;
- 3) ...неположительное;
- 4) ...неотрицательное.

№ 350

1) Любое рациональное число равно противоположному числу, высказывание ложное.

$\exists a \in Q : a \neq -a$

2) Существует рациональное число, равное противоположному числу, истинное высказывание, число 0.

3) Любое рациональное число не равно противоположному числу, высказывание ложное.

$\exists a \in Q : a = -a$

4) Для любого рационального числа выполняется равенство $-(-a) = a$, высказывание истинное.

№ 351

Задание выполняется устно.

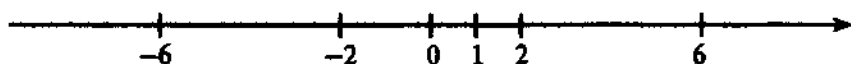
1) Модуль числа -3 равен 3; расстояние от начала отсчета до точки с координатой -3 равно 3, высказывание истинно.

2) Модуль числа 4 равен 4; расстояние от начала отсчета до точки с координатой 4 равно 4, высказывание истинно.

3) Модуль числа -5 равен 5; расстояние от начала отсчета до точки с координатой -5 равно 5, высказывание истинно.

4) Число, противоположное модулю числа -7 , равно -7 ; число, противоположное расстоянию от начала отсчета до точки с координатой -7 , равно -7 , высказывание истинно.

№ 352



$|-6| = |6| = 6; |-2| = |2| = 2; |0| = 0$

№ 353

а) $|x| = 39;$ $x = 39;$ $x = -39;$

б) $|x| = \frac{5}{17};$ $x = \frac{5}{17};$ $x = -\frac{5}{17};$

в) $|x| = 4,8;$ $x = 4,8;$ $x = -4,8;$

г) $|x| = 2\frac{11}{56};$ $x = 2\frac{11}{56};$ $x = -2\frac{11}{56};$

д) $|x| = 0;$ $x = 0.$

№ 354

$|+42| = 42;$ $|0| = 0;$ $|-96| = 96;$ $|+8| = 8;$
 $|+1| = 1;$ $|-45| = 45;$ $|-0,02| = 0,02;$ $|-100| = 100.$

ЧЕЛЮСКИН

№ 355

Задание выполняется на доске.

- а) $|2| < |-5|$; д) $|\frac{3}{7}| < |-\frac{5}{7}|$;
 б) $|-8| > |-6|$; е) $|\frac{-4}{5}| > |-\frac{4}{9}|$;
 в) $|-3| > |2,96|$; ж) $|\frac{-5}{3}| > |-\frac{2}{11}|$;
 г) $|-4,2| > |-0,45|$; з) $|\frac{5}{12}| < |-\frac{8}{15}|$.

№ 356

Задание выполняется выборочно на доске (по выбору учителя).

- а) $|-4| + |-5| = 4 + 5 = 9$; ж) $|8,2| - |-0,32| = 8,2 - 0,32 = 7,88$;
 б) $|-1,8| : |\frac{3}{25}| = 1,8 : 0,12 = 15$; з) $|-7,42| : |-\frac{1}{10}| = 7,42 : 0,1 = 74,2$;
 в) $|-5,6| \cdot |-1| = 5,6 \cdot 1 = 5,6$; и) $|-6| - |-4,2| : |0,7| = 6 - 4,2 : 0,7 = 0$;
 г) $|2,25| - |-1\frac{3}{4}| = 2,25 - 1,75 = 0,5$;
 д) $|-24,5| + |0| = 24,5 + 0 = 24,5$;
 е) $|-3\frac{8}{9}| \cdot |-0,54| = \frac{35}{9} \cdot \frac{54}{100} = 2,1$;
 к) $|-1\frac{1}{4}| \cdot |-0,1| + |-0,125| = 1,25 \cdot 0,1 + 0,125 = 0,25$;
 л) $|-3| : |-7| \cdot |-3,5| - 0,6 = 3 : 7 \cdot 3,5 - 0,6 = 0,9$;
 м) $|\frac{-5}{18}| \cdot |-9| - 0,25 \cdot |0| = \frac{5}{18} \cdot 9 - 0,25 \cdot 0 = 2,5$.

№ 357Если $|a| = 5$, то $|-a| = 5$.**№ 358**

- 1) Модули всех противоположных чисел равны, высказывание истинное.
- 2) Существует рациональное число такое, что модуль числа, противоположного ему, противоположен модулю самого числа, высказывание истинное.
- 3) Модуль любого рационального числа положителен, высказывание ложное.
 $\exists a \in \mathbb{Q} : |a| > 0$
- 4) Существует рациональное число, модуль которого не больше 0, высказывание истинное.

№ 359

Задание выполняется на доске выборочно.

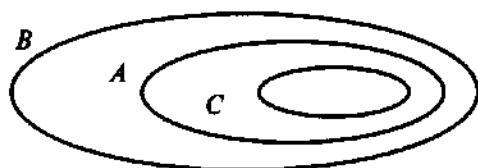
- а) $|x| = 3$ $x = 3$; $x = -3$; и) $|m| = 0$ $m = 0$;
 б) $5 = |y|$ $y = 5$; $y = -5$; к) $-|n| = 0$ $n = 0$;
 в) $|z| = -2$ — нет решения; л) $|x - 4| = 0$ $x - 4 = 0$; $x = 4$
 г) $-9 = |t|$ — нет решения; м) $|2y| = 0$ $y = 0$
 д) $|-a| = 8$ $a = 8$ $a = -8$; н) $-|k| = -7$; $k = 7$; $k = -7$;
 е) $|-b| = 1$ $b = 1$ $b = -1$; о) $-|p| = 10$ — нет решения;
 ж) $|-c| = -6$ — нет решения; п) $-|-a| = 5$ — нет решения;
 з) $|-d| = -4$ — нет решения; р) $-|-b| = -6$; $b = 6$; $b = -6$.

№ 360

1) $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

$B = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

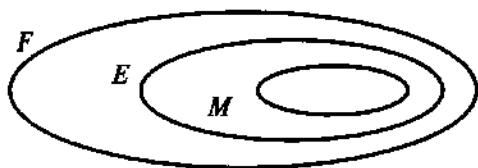
$C = \{1; 2; 3; 4\}$



2) $E = \{\dots -4; -3; 3; 4; \dots\}$

$F = \{\dots -4; -3; -2; 2; 3; 4; \dots\}$

$M = \{\dots -4; -3; -2\}$



№ 361

а) $|x| < 3$

$\{-2; -1; 0; 1; 2\}$

б) $|x| \leq 3$

$\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$

в) $|x| > 3$

$\{\dots -4; 4; \dots\}$

г) $|x| \geq 3$

$\{\dots -4; -3; 3; 4; \dots\}$

д) $5 > |y|$

$\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

е) $2 \geq |y|$

$\{-2; -1; 0; 1; 2\}$

ж) $1 < |y|$

$\{\dots -1; 1; \dots\}$

з) $6 \leq |y|$

$\{\dots -6; 6; \dots\}$

и) $|z| < 1,8$

$\{-1; 0; 1\}$

к) $|z| \leq 1,8$

$\{-1; 0; 1\}$

л) $|z| > 1,8$

$\{\dots -3; -2; 2; 3; \dots\}$

м) $|z| \geq 1,8$

$\{\dots -3; -2; 2; 3; \dots\}$

н) $1 < |t| < 4$

$\{-3; -2; 2; 3\}$

о) $1 \leq |t| < 4$

$\{-3; -2; -1; 1; 2; 3\}$

п) $1 < |t| \leq 4$

$\{-4; -3; -2; 2; 3; 4\}$

р) $1 \leq |t| \leq 4$

$\{-4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}$

№ 362

Задание выполняется на доске с комментированием.

а) $- (+7) = -7;$

и) $- (-6) = +6;$

б) $- (-5) = +5;$

к) $- (+4) = -4;$

в) $- (-\frac{4}{11}) = +\frac{4}{11};$

л) $- (-\frac{2}{7}) = +\frac{2}{7};$

г) $- (+3,2) = -3,2;$

м) $+ (+1,6) = 1,6;$

д) $+ (+2) = +2;$

н) $+ (- (+3)) = -3;$

е) $+ (-1) = -1;$

о) $- (+ (+5)) = -5;$

ж) $+ (+\frac{3}{4}) = +\frac{3}{4};$

п) $+ (+ (- (-7))) = +7;$

з) $+ (-0,5) = -0,5;$

р) $- (+ (- (+9))) = +9.$

П. 3. 1. 3. СРАВНЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (2 часа)

[illegible]

Основные содержательные цели

- 2) Повторить и закрепить: взаимосвязь между множествами N , Z и Q ; решение уравнений и текстовых задач; округление чисел; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Особенности изучения учебного содержания

В п.3.1.3 учащиеся выводят правила сравнения рациональных чисел и учатся их применять.

Использование координатной прямой для сравнения чисел позволяет учащимся уже на актуализации знаний сформулировать правила сравнения отрицательных чисел и нуля, положительных чисел и нуля, отрицательных и положительных чисел.

Проблема возникает при сравнении, например, чисел $-21\frac{1}{2}$ и $-21\frac{2}{3}$.

В результате использования понятия модуля (как расстояния) и умения сравнивать положительные числа учащиеся строят алгоритм сравнения отрицательных чисел.

После того как учащиеся научатся сравнивать рациональные числа с нулем, они знакомятся еще с одним определением модуля — в разветвленной форме. Анализ понятия модуля приводит к следующему определению модуля:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

Для отработки данного определения используются № 405, 406, которые помогают понять смысл разветвленной записи на практических примерах, и № 407—408.

Таким образом, учащиеся узнают два определения модуля: на геометрическом и алгебраическом языках. При решении простейших уравнений с модулем учащиеся пользуются обеими его формами.

При выполнении № 359 учащиеся находят корень уравнения, опираясь на понятие «расстояние», т. е. на геометрический смысл модуля. Решение будет оформлено следующим образом:

$|x| = 3$

Так как модулем называется расстояние от начала отсчета до точки x , значит, нужно найти точку, расстояние до которой от начала отсчета равно 3. На координатной прямой есть две точки, расстояние до которых от начала отсчета равно 3, значит,

$x = 3$ или $x = -3$

Ответ: $\{-3; 3\}$.

При выполнении № 408 учащиеся находят корень уравнения, опираясь на определение модуля в «разветвленной» форме. Решение будет следующим:

$|x| = 4$

L. K.

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 0 \\ x, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

модуль x раскрывается двумя способами, в зависимости от того, какое значение принимает x :

если $x < 0$, то $-x = 4 \Leftrightarrow x = -4$,

если $x \geq 0$, то $x = 4$.

Далее следует проверить, соответствуют ли найденные корни указанным неравенствам:

$-4 < 0$, значит, $x = -4$

$4 \geq 0$, значит, $x = 4$.

Ответ: $\{-4; 4\}$.

Понятно, что для решения подобных уравнений удобнее использовать понятие расстояния, и шестиклассники сделают подобный вывод после решения уравнения последним способом. Однако нужно сообщить им, что для некоторых уравнений, с которыми они познакомятся в старших классах, этот способ не подойдет. Хочется еще раз отметить, что работа с заданиями подобного уровня сложности ведется с учетом принципа минимакса.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуся учиться» по третьему пункту предлагаются сценарии № 80–81.

Урок 80. Сравнение рациональных чисел

1. Новое знание.

Правила сравнения рациональных чисел.

2. Актуализация знаний.

Изображение рациональных чисел на координатной прямой, понятие модуля, нахождение значений выражений с модулями.

3. Задание на пробное действие.

Сравнить числа: $-21\frac{1}{2}$ и $-21\frac{2}{3}$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу сравнить отрицательные числа.

5. Фиксация причины затруднения.

— Нет удобного способа сравнения отрицательных чисел.

6. Цель деятельности.

Построить правило сравнения отрицательных чисел, не используя координатную прямую.

7. Фиксация нового знания (эталон).

Правила сравнения положительных и отрицательных чисел с нулем и между собой

Любое положительное число больше 0 и больше любого отрицательного числа.

Любое отрицательное число меньше 0 и меньше любого положительного числа.

Правило сравнения отрицательных чисел

Из двух отрицательных чисел больше то, модуль которого меньше.

Алгоритм сравнения отрицательных чисел

1. Найти модули отрицательных чисел.
2. Сравнить модули.
3. Больше (меньше) то число, модуль которого меньше (больше).

Понятие модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

Урок 81. Сравнение рациональных чисел (Р)

Цели урока: тренировать умение сравнивать рациональные числа; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить решение уравнений и решение задач на проценты.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 80 (79)	Урок 81 (80)
К	№ 393—400	№ 401—408
П	№ 409, 411, 412	№ 410, 413, 414
Д	п. 3.1.3, № 415, 416, 419	№ 417, 418, 420
С	№ 421	№ 422

Решения и ответы

№ 393

а) $5^\circ > 0^\circ$; б) $-3^\circ < 0^\circ$; в) $2^\circ > -4^\circ$; г) $-10^\circ < -6^\circ$.

№ 394

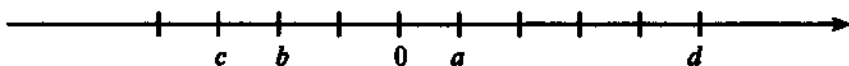
1) $2,4 > 0$; $-5 < 0$; $\frac{1}{9} > 0$; $-1\frac{4}{7} < 0$; $-3,8 < 0$; $-10,5 < 0$.

2) $-4,36 < 0$; $0,01 > 0$; $-7\frac{5}{8} < 0$; $-\frac{1}{3} < 0$; $2,05 > 0$; $-0,058 < 0$.

№ 395

Задание выполняется у доски.

- 1) $a > 0$;
- 2) $b < 0$;
- 3) $-c > 0$;
- 4) $-d < 0$



№ 396

1) Число, противоположное натуральному числу, отрицательное, высказывание истинное.

2) Существует целое число, для которого противоположное ему число положительно, высказывание истинное.

3) Любое целое число положительно, высказывание ложное.

$\exists a \in \mathbb{Z} : a < 0$

4) Существует целое число, модуль которого равен противоположному ему числу, высказывание истинное.

№ 397

Числа первого столбика с разными знаками, во втором столбике отрицательные числа.

1) $-2 < 5$;	5) $-1 > -7$;
2) $3 > -3,4$;	6) $-2,8 > -4$;
3) $-\frac{3}{11} < \frac{2}{11}$;	7) $-\frac{5}{6} > -3\frac{1}{6}$;
4) $5,12 > -5,72$;	8) $-19,2 < -8,9$.

№ 398

а) $2 > -4,5$;	д) $-\frac{1}{9} > -\frac{1}{7}$;	и) $-2\frac{4}{15} > -3\frac{2}{15}$;
б) $-1,8 < -1,6$;	е) $2,6 > -6,2$;	к) $-0,806 > -7,5$;
в) $-95,3 < 0,24$;	ж) $-\frac{7}{8} > -\frac{8}{9}$;	л) $-\frac{5}{6} < -\frac{11}{14}$;
г) $-59,9 > -60$;	з) $-0,2 < -0,03$;	м) $-4,009 > -4,01$.

№ 400 (а, б, в, г, д, е, з, и)

- 1) ТРАПЕЦИЯ.
2) ОКРУЖНОСТЬ.

№ 401

- а) $0 > -8,3$, т. к. любое отрицательное число меньше 0;
б) $-3,9 < 2,7$, т. к. любое отрицательное число меньше положительных чисел;
в) $-5,18 > -5,4$

1. Найти модули чисел: $|-5,18| = 5,18$ $|-5,4| = 5,4$

2. Сравнить модули: $5,18 < 5,4$

3. То число больше, модуль которого меньше: $-5,18 > -5,4$

д) $-0,048 > -0,05$;

е) $1\frac{4}{9} > 1,4$;

з) $-21,3 < 0$;

и) $-2,318 > -2,6$.

№ 402

1) x меньше 2 $\{...; -3; -2; -1; 0; 1\}$	5) x не меньше -2 , но меньше 4 $\{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
2) x не больше -3 $\{...; -5; -4; -3\}$	6) x не меньше -3 , и не больше 1 $\{-3; -2; -1; 0; 1\}$
3) x больше -5 $\{-4; -2; -1; 0; 1; ...\}$	7) x больше -5 и не больше $-0,5$ $\{-4; -3; -2; -1\}$
4) x не меньше $-1,4$ $\{-1; 0; 1; ...\}$	8) x больше $-2,7$ и меньше $2,7$ $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$

№ 403

а) $0 < a$;	г) $a > n$;	ж) $-a < b$;	к) $a = a $;
б) $0 > m$;	д) $m < b$;	з) $-m > -a$;	л) $ m > m$;
в) $-n > 0$;	е) $n < -m$;	и) $-b < -n$;	м) $ -n = -n$.

№ 404

1) $-3 < x < 3$;	5) $-a < x < a$;
2) $-4 \leq x \leq 4$;	6) $-b \leq x \leq b$;
3) $-1,5 < x < 1,5$;	7) нет решения;
4) $-2,8 \leq x \leq 2,8$;	8) $d = 0$.

№ 405

Места в 8-м ряду стоят 1500 руб.

Места в 10-м ряду стоят 1500 руб.

Это правило учащиеся выводят, используя более простые примеры рациональных чисел с ориентацией на некоторую практическую ситуацию, например, сложение «доходов» и «расходов» при последовательном выполнении № 423, 424, 427.

Полученное правило может быть зафиксировано в виде блок-схемы (№ 428) или в виде опорного сигнала (№ 431).

В этом же пункте учащиеся получают представление об алгебраической сумме, при этом используются правила раскрытия скобок. Ввести данное понятие можно следующим образом: предложить учащимся раскрыть скобки в выражении: $(-5) + (+7) + (-8)$. После чего нужно предложить учащимся проанализировать полученное равенство $(-5) + (+7) + (-8) = -5 + 7 - 8$ справа налево. Учащиеся сделают вывод о том, что выражения, в которых содержатся плюсы и минусы, всегда можно записать в виде суммы. После чего учитель сообщает, что выражения подобного рода называются алгебраическими суммами.

Понятие алгебраической суммы формируется при выполнении № 437.

Учащиеся учатся «видеть» в выражениях со знаком минус алгебраические суммы, выполняя задания № 438–439.

Понятие алгебраической суммы позволяет выполнять вычитание рациональных чисел до введения соответствующего правила. В № 440 учащиеся вычисляют значение выражения $-2 - 9$, представляя данную алгебраическую сумму как сумму $-2 - 9 = -2 + (-9)$, и, пользуясь правилом сложения рациональных чисел, находят значение.

В этом же пункте учащиеся формулируют алгоритм нахождения значения алгебраической суммы:

1. Найти сумму противоположных чисел (если они есть).
2. Найти сумму положительных чисел.
3. Найти сумму отрицательных чисел.
4. Найти сумму полученных чисел с разными знаками.

и учатся его применять, выполняя задания № 442–444. Выполнение заданий такого рода можно считать пропедевтикой приведения подобных слагаемых.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 82–85.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правила сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками.

2. Актуализация знаний.

Понятие противоположных чисел, изображение рациональных чисел на координатной прямой, понятие модуля, нахождение значений выражений с модулями.

3. Задание на пробное действие.

$$(-3,2) + \left(-3\frac{1}{5}\right)$$

Найти суммы чисел и доказать, что выполнили задание правильно.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог найти значение суммы отрицательных чисел.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет такого эталона, нет способа, с помощью которого можно доказать, правильно ли мы нашли значение.

6. Цель деятельности.

Найти способ, который позволит находить сумму чисел с одинаковыми знаками, не используя координатную прямую.

7. Эталон.

Правило сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками

Чтобы сложить рациональные числа с одинаковыми знаками, надо сложить их модули и в результате поставить общий знак.

Алгоритм сложения чисел с одинаковыми знаками

1. Найти сумму модулей слагаемых.
2. В результате поставить общий знак.

$$(+\square) + (+\square\square) = (+\square\square\square)$$

$$(-\square) + (-\square\square) = (-\square\square\square)$$

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Способ сложения рациональных чисел с разными знаками, противоположных чисел.

2. Актуализация знаний.

Нахождение суммы чисел с одинаковыми знаками.

3. Пробное действие.

$$(+20,4) + (-1,3);$$

$$(-0,34) + (+2,21);$$

$$(-5,5) + (+5,5).$$

Найти суммы чисел с разными знаками.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог найти суммы чисел с разными знаками.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет алгоритма сложения чисел с разными знаками.

6. Цель деятельности.

Построить алгоритм сложения чисел с разными знаками и научиться складывать числа с разными знаками.

7. Эталон.

Правило сложения чисел с разными знаками

Чтобы сложить рациональные числа с разными знаками, надо вычесть их модули и в результате поставить знак числа с большим модулем.

Алгоритм сложения чисел с разными знаками

1. Найти разность модулей слагаемых. (Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем.)
2. Поставить в результате знак числа с большим модулем.

$$(-\square) + (+\square\square\square) = (+\square\square)$$

$$(+\square) + (-\square\square\square) = (-\square\square)$$

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие алгебраической суммы, алгоритм нахождения алгебраической суммы.

2. Актуализация знаний.

Нахождение суммы рациональных чисел, таблица знаков.

3. Задание на пробное действие.

$$-6 - 3 - 4 + 17 + 23 + 3$$

$$-30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9.$$

Найти значения выражений.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог быстро найти значения выражений.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, с помощью которого можно найти значение выражения, слагаемые которого записаны без скобок.

6. Цель деятельности.

Научиться записывать алгебраическую сумму и находить ее значение.

7. Эталон.

Определение алгебраической суммы

Алгебраической суммой называют последовательную запись слагаемых со своими знаками.

Алгоритм нахождения значения алгебраической суммы

1. Найти сумму противоположных чисел (если они есть).
2. Найти сумму положительных чисел.
3. Найти сумму отрицательных чисел.
4. Найти сумму полученных чисел с разными знаками.

Цели урока рефлексии № 85: тренировать умение складывать рациональные числа; тренировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить решение уравнений методом пропорций, решение задач на проценты, пропорциональное деление.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 82 (79)	Урок 83 (80)
К	№ 423—429	№ 430—434
П	№ 446, 447, 452, 462	№ 448, 449, 453, 454
Д	п. 3.2.1, № 463, 469, 474	№ 464, 465, 470
С		

Урок №	Урок 84 (79)	Урок 85 (80)
К	№ 435—440	№ 441—445
П	№ 450, 451, 455—457	№ 458—461
Д	№ 466, 468, 471	№ 467, 472, 473
С	№ 475 (1)	№ 475 (2)

Цели урока рефлексии № 86: тренировать умение работать с координатной прямой, записывать и производить действия с противоположными числами, производить действия с модулем числа, сравнивать, складывать рациональные числа; формировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить нахождение процента от числа, составление математических моделей, решение уравнений, решение задач на дроби, совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Решения и ответы

№ 423

а) $+5 + (-8) = -3$;

б) $-30 + (+40) = +10$;

в) $-2000 + (+7000) = +5000$;

г) $-6 + (+2) = -4$;

д) $-3 + (-9) = -12$;

е) $+25 + (-40) = -15$;

ж) $-7 + (+6) = -1$;

з) $-4 + (+10) = +6$.

№ 424

а) $(-9) + (+4) = -5$;

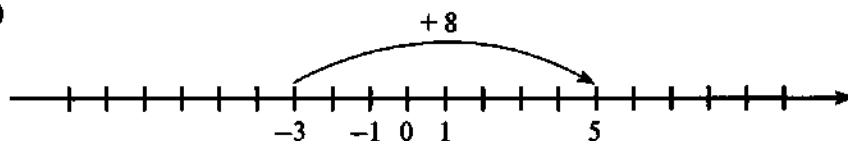
б) $(+6) + (+3) = +9$;

в) $(-5) + (-2) = -7$;

г) $(-1) + (+7) = +6$.

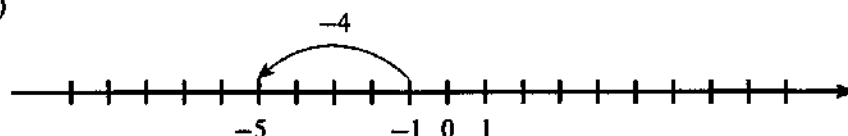
№ 425

а)



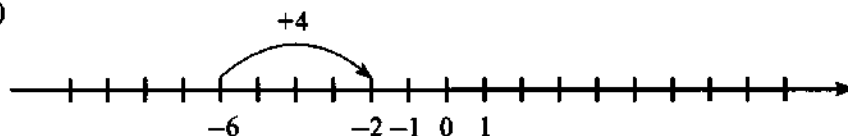
$(-3) + (+8) = +5$;

б)



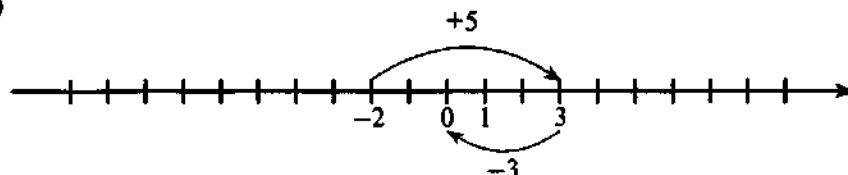
$(-1) + (-4) = -5$;

в)



$(-6) + (+4) = -2$;

г)



$(-2) + (+5) + (-3) = 0$.

№ 426

1) Сумма двух положительных чисел больше одного из них.

2) Сумма двух отрицательных чисел меньше одного из них.

№ 427

$$\begin{aligned} \text{а) } (+2) + (+3) &= +5; \\ (-5) + (-1) &= -6; \\ (-3) + (-4) &= -7; \\ (-2) + (-7) &= -9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (-3) + (+4) &= +1; \\ (-1) + (+5) &= +4; \\ (+4) + (-2) &= +2; \\ (+6) + (-3) &= +3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (+2) + (-5) &= -3; \\ (+1) + (-3) &= -2; \\ (-4) + (+3) &= -1; \\ (-6) + (+1) &= -5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } (-4) + (+4) &= 0; \\ (+1) + (-1) &= 0; \\ (-5) + (+5) &= 0; \\ (+2) + (-2) &= 0. \end{aligned}$$

В первом столбике находится сумма двух отрицательных чисел, суммы — отрицательные числа.

Во втором столбике находится сумма чисел с разными знаками, модули положительных чисел больше модулей отрицательных чисел, суммы — положительные числа.

В третьем столбике находится сумма чисел с разными знаками, модули отрицательных чисел больше модулей положительных чисел, суммы — отрицательные числа.

В четвертом столбике находится сумма противоположных чисел, суммы — нули.

№ 429

$$\begin{aligned} \text{а) } (-28) + (-14) &= -42; \\ \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{7}\right) &= +\frac{10}{21}; \\ (-2,4) + (-3,6) &= -6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (-32) + (+32) &= 0; \\ \left(+\frac{5}{9}\right) + \left(-\frac{5}{9}\right) &= 0; \\ (-1,18) + (+1,18) &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (-9) + (+17) &= +8; \\ \left(+\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) &= +\frac{1}{6}; \\ (-0,8) + (+4) &= +3,2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } (+3) + (-18) &= -15; \\ \left(-\frac{14}{15}\right) + \left(+\frac{5}{6}\right) &= -\frac{3}{30} = -\frac{1}{10}; \\ (+1,7) + (-7,3) &= -5,6. \end{aligned}$$

№ 430

а) минус;	в) плюс;	д) минус;	ж) минус;
б) минус;	г) минус;	е) плюс;	з) плюс

№ 431

На схеме изображено правило сложения чисел с разными знаками в случае, когда модуль отрицательного числа больше.

$$\text{а) } (-\square) + (-\square\square\square) = -\square\square\square\square$$

Правило сложения отрицательных чисел.

$$\text{б) } (-\square\square\square) + (+\square) = -\square\square$$

Правило сложения чисел с разными знаками в случае, когда модуль отрицательного числа больше.

№ 432

В первом и втором столбике находится сумма чисел с разными знаками.

Во втором столбике находится сумма отрицательных чисел.

В четвертом столбике, в первом и третьем примере, находится сумма отрицательного числа и нуля, во втором и четвертом примере — сумма противоположных чисел.

$$\begin{aligned} \text{а) } (+3) + (-0,9) &= +2,1; \\ \left(+\frac{4}{5}\right) + (-1,2) &= -0,4; \\ (-1,2) + (+0,3) &= -0,9; \\ \left(-1\frac{2}{3}\right) + \left(+5\frac{1}{6}\right) &= +3\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } (-5) + (+4,3) &= -0,7; \\ \left(-\frac{8}{9}\right) + \left(+2\frac{1}{6}\right) &= 1; \\ (+0,04) + (-0,2) &= -0,16; \\ \left(+1\frac{11}{35}\right) + \left(-\frac{1}{21}\right) &= 1\frac{28}{105}. \end{aligned}$$

$$6) (-10,2) + (-8) = -18,2;$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right) + (-2,5) = -4;$$

$$(-2,4) + (-0,16) = -2,56;$$

$$\left(-1\frac{7}{15}\right) + \left(-3\frac{5}{6}\right) = -5,3.$$

$$г) 0 + (-1,8) = -1,8;$$

$$(-0,375) + \left(+\frac{3}{8}\right) = 0;$$

$$(-2,7) + 0 = -2,7;$$

$$\left(+1\frac{1}{4}\right) + (-1,25) = 0.$$

№ 433

$$Л(-3) + (+11) = +8; \quad Ю(+1,2) + (-0,8) = 0,4; \quad Б(-0,1) + (-0,02) = -0,12;$$

$$О(-9) + (-6) = -15; \quad Л(+0,7) + (-2) = -1,3; \quad Я\left(-\frac{3}{4}\right) + (+0,25) = -0,5;$$

$$Б(+8) + (-10) = -2; \quad Й(-0,4) + (-0,6) = -1; \quad Я(-2,08) + 0 = -2,08;$$

$$К(-5) + (-7) = -12; \quad Б(-0,2) + (+5) = 4,8; \quad Л\left(-\frac{1}{2}\right) + (+0,5) = 0.$$

ЛБЮЛБЯЙЯЛБКО

№ 434

$$а) -3; \quad в) -4; \quad д) +2; \quad ж) -7;$$

$$б) -5; \quad г) +6; \quad е) -9; \quad з) 0.$$

№ 435

1) Сумма рационального числа и нуля равна сумме нуля и рационального числа, равна 0, высказывание истинное.

2) Существует рациональное число, для которого его сумма с числом, ему противоположным не равна 0, высказывание ложное.

$$\forall a \in \mathbb{Q}: a + (-a) = 0$$

3) Сумма рационального числа и его модуля равна 0, высказывание ложное.

$$\exists a \in \mathbb{Q}: a + |a| \neq 0$$

4) Существуют рациональные числа, модуль суммы которых больше суммы их модулей, высказывание истинное.

№ 436 (1; 2а)

$$1) \forall a, b \in \mathbb{Q}: a + b = b + a$$

$$а) (-4,8) + 0,3 = -4,5; \quad 0,3 + (-4,8) = -4,5;$$

$$б) (-3) + (-1,15) = -4,15; \quad (-1,15) + (-3,25) = -4,4;$$

$$2) \forall a, b, c \in \mathbb{Q}: a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$$

$$а) (-1,5) + (2,7 + (-0,2)) = (-1,5) + (+2,5) = 1;$$

$$(-1,5 + 2,7) + (-0,2) = 1,2 + (-0,2) = 1.$$

№ 437

$$1) (-3) + (-8) + (+9) + (-6) + (+8) = -3 - 8 + 9 - 6 + 8;$$

$$2) (+0,2) + (-1,4) + (-2,3) + (-1,4) = 0,2 - 1,4 - 2,3 - 1,4;$$

$$3) (-a) + (+b) + (-x) + (-b) + (-x) = -a + b - x - b - x;$$

$$4) (+n) + (-d) + (-y) + (-n) + (-d) = n - d - y - n - d.$$

№ 438

$$а) -4 - 5 = (-4) + (-5);$$

$$б) 3 - 12 = 3 + (-12);$$

$$в) 2 - 7 + 2 = 2 + (-7) + (+2);$$

$$г) 0 - 5 - 5 = 0 + (-5) + (-5);$$

$$д) -9 - 8 + 6 + 9 - 8 = (-9) + (-8) + (+6) + (+9) + (-8);$$

$$е) 0,7 - 1,2 + 0,7 + 1,2 = (+0,7) + (-1,2) + (+0,7) + (+1,2);$$

$$ж) -a + b + c - a - c = (-a) + (+b) + (+c) + (-a) + (-c);$$

$$з) x - y + n - x - y = (+x) + (-y) + (+n) + (-x) + (-y).$$

№ 439

- 1) $-1 - 2 = -2 - 1$;
 2) $3 - 4 = -4 + 3$;
 3) $-5 - 7 + 9 = -5 + 9 - 7 = -7 - 5 + 9 = -7 + 9 - 5 = 9 - 5 - 7 = 9 - 7 - 5$;
 4) $-a + b = b - a$;
 5) $x - y - z = x - z - y = -y + x - z = y - z + x = -z + x - y = -z - y + x$.

№ 440

- а) $-8 + 5 = -3$; и) $-\frac{3}{20} + 0,15 = 0$;
 б) $4 - 6 = -2$; к) $0 - 4,8 = -4,8$;
 в) $-2 - 9 = -11$; л) $-1,8 + 1\frac{4}{5} = 0$;
 г) $-3 + 7 = 4$; м) $-5,2 + 0 = -5,2$;
 д) $-1,9 + 2 = 0,1$; н) $2,45 - 3,7 = -1,25$;
 е) $6,4 - 8 = -1,6$; о) $-6,42 - 0,358 = -6,778$;
 ж) $-0,5 - 0,7 = -1,2$; п) $-1\frac{3}{4} + 2,71 = 0,96$;
 з) $-1,3 + 0,6 = -0,7$; р) $-0,64 - 9,36 = -10$.

№ 441

- 1) $\forall a \in Q: a + (-a) = 0$;
 2) $\forall a \in Q: |a| = |-a|$;
 3) $\forall a \in Q: a + 0 = a$;
 4) $\forall a, b \in Q: a + b = b + a$;
 5) $\forall a, b, c \in Q: (a + b) + c = a + (b + c)$.

№ 442

- а) $158 - 392 + 75 - 158 - 75 = -392$;
 б) $-4\frac{11}{56} + 1\frac{7}{40} - 2\frac{5}{18} + 4\frac{11}{56} - 1\frac{7}{40} = -2\frac{5}{18}$;
 в) $-2,49 + 3,5 + 2,49 - 1,67 - 3,5 = -1,67$;
 г) $0,6 - 1\frac{7}{8} - \frac{3}{5} + 2,25 + 1,875 - 2\frac{1}{4} = 0$.

№ 443

- а) $18 - 72 - 9 + 39 - 54 + 17 - 39 = (18 + 17) + (-72 - 9 - 54) = 35 + (-135) = -100$;
 б) $-46 + 283 - 745 + 179 - 594 + 745 + 82 = (283 + 179 + 82) + (-46 + (-594)) = 544 + (-640) = -96$;
 в) $0,17 - 6 + 1,3 + 2,8 - 0,17 - 0,9 + 7,4 = (1,3 + 2,8 + 7,4) + ((-6) + (-0,9)) = 11,5 + (-6,9) = 4,6$;
 г) $-6,4 + 12 - 2,5 - 6,4 + 2,5 + 8,9 - 5,8 = (12 + 8,9) + (-6,4 + (-6,4) + (-5,8)) = 20,9 + (-18,6) = 2,3$;
 д) $-0,1 - 14 + 3,05 + 4,2 - 0,85 - 0,05 + 0,85 = (3,05 + 4,2) + (-0,1 + (-14) + (-0,05)) = 7,25 + (-14,15) = -6,9$;
 е) $-98,9 + 4,38 - 3,27 + 32,7 + 60,215 - 1,15 + 3,27 = (4,38 + 32,7 + 60,215) + (-98,9 + (-1,15)) = 97,295 + (-100,05) = -2,755$.

№ 444

- а) $3\frac{2}{9} - 5,2 - 1\frac{5}{9} + 0,2 = (3\frac{2}{9} - 1\frac{5}{9}) + (-5,2 + 0,2) = 1\frac{6}{9} + (-5) = 1\frac{2}{3} + (-5) = -3\frac{1}{3}$;
 б) $-7,2 - 2\frac{5}{6} - 0,3 + 1\frac{1}{3} = (-7,2 + (-0,3)) + (-2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}) = -7,5 + (-1\frac{1}{2}) = -9$;
 в) $-1\frac{3}{16} + 4\frac{17}{25} - \frac{5}{16} - 1\frac{2}{25} - 0,5 = (-1\frac{3}{16} + (-\frac{5}{16})) + (4\frac{17}{25} - 1\frac{2}{25}) - 0,5 = -1\frac{1}{2} + 3\frac{3}{5} - 0,5 = -1,5 + 3,6 - 0,5 = (-1,5 + (-0,5)) + 3,6 = -2 + 3,6 = 1,6$;

Урок 89. Вычитание рациональных чисел

1. Новое знание.

Правило вычитания рациональных чисел.

2. Актуализация знаний.

Нахождение суммы рациональных чисел, сравнение чисел.

3. Задание на пробное действие.

Найти значение выражения: $(-8) - (+19)$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог найти разность рациональных чисел.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет такого эталона, нет способа, с помощью которого можно доказать, правильно ли мы нашли разность рациональных чисел.

6. Цель деятельности.

Вывести правило или алгоритм вычитания рациональных чисел.

7. Эталон.

Правило вычитания рациональных чисел

Чтобы вычесть рациональные числа, можно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

$$a - b = a + (-b)$$

Алгоритм вычитания рациональных чисел

1. Заменить вычитание сложением.

2. Заменить вычитаемое противоположным числом.

3. Найти значение полученной суммы.

$$(-\square) - (+\square\square\square) = (-\square) + (-\square\square\square) = (-\square\square\square\square)$$

Урок 90. Вычитание рациональных чисел

1. Новое знание.

Свойства вычитания рациональных чисел.

2. Актуализация знаний.

Нахождение суммы рациональных чисел, нахождение разности рациональных чисел.

3. Пробное действие:

1) $7 - 18$

2) $(-2) - 14$

3) $17 - 6$

4) $8 - (-1)$

$18 - 7$

$14 - (-2)$

$6 - 17$

$(-1) - 8$

Не выполняя вычислений, выберите пары, в которых значения выражений будут одинаковыми.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог, не выполняя вычислений, выбрать пары, в которых значения выражений будут одинаковыми.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, который бы позволил определить равенство выражений, не вычисляя их значения.

6. Цель деятельности.

Выяснить, какие свойства вычитания существуют и как их можно использовать при нахождении значений выражений.

7. Эталон.

Свойства вычитания рациональных чисел

$$0 - a = -a$$

$$a - 0 = a$$

$$a - b = -(b - a)$$

$$a - a = 0$$

Урок 91. Вычитание рациональных чисел (Р)

Цели урока: тренировать умение вычитать рациональные числа, использовать свойства вычитания для рационализации вычислений; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить правила сравнения рациональных чисел, решение задач методом перебора.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 89	Урок 90	Урок 91
К	№ 476—480	№ 481—486	№ 487—489
П	№ 490, 491, 494, 495	№ 492, 496, 497	№ 493, 498, 499
Д	п. 3.2.2, № 500, 501, 505	№ 502, 506, 508	№ 503, 504, 507
С	№ 509	№ 510	№ 511

Решения и ответы

№ 476

- а) $(+1) - (+9) = 1 + (-9) = -8$;
 б) $(-3) - (+6) = -3 + (-6) = -9$;
 в) $(+4) - (-2) = 4 + 2 = 6$;
 г) $(-7) - (-5) = -7 + 5 = -2$;
 д) $3 - 8 = 3 + (-8) = -5$;
 е) $-2 - (-6) = -2 + 6 = 4$;
 ж) $5 - (-4) = 5 + 4 = 9$;
 з) $-7 - 3 = -7 + (-3) = -10$;

- и) $16 - (-5) = 16 + 5 = 21$;
 к) $-23 - 9 = -23 + (-9) = -32$;
 л) $14 - 30 = 14 + (-30) = -16$;
 м) $-30 - (-12) = -30 + 12 = -18$;
 н) $-9 - (-9) = -9 + 9 = 0$;
 о) $-37 - 0 = -37 + 0 = -37$;
 п) $0 - 25 = 0 + (-25) = -25$;
 р) $-46 - (-46) = -46 + 46 = 0$.

№ 478

- а) $34 - (-6) = 34 + 6 = 40$;
 б) $5 - 32 = 5 + (-32) = -27$;
 в) $-12 - 9 = -12 + (-9) = -21$;
 г) $-28 - (-4) = -28 + 4 = -24$;
 д) $-0,7 - 0,7 = -0,7 + (-0,7) = -1,4$;
 е) $\frac{3}{8} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$;
 ж) $-5 - (-0,2) = -5 + 0,2 = -4,8$;
 з) $\frac{7}{12} - \frac{8}{9} = \frac{7}{12} + \left(-\frac{8}{9}\right) = \frac{21}{36} + \left(-\frac{32}{36}\right) = -\frac{11}{36}$;

- и) $2,5 - 4,1 = 2,5 + (-4,1) = -1,6$;
 к) $\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{11}{12}$;
 л) $1,6 - (-1,6) = 1,6 + 1,6 = 3,2$;
 м) $-\frac{2}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{15} + \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{15}$;
 н) $0 - 2,96 = -2,96$;
 о) $-4\frac{3}{7} - \left(-4\frac{3}{7}\right) = -4\frac{3}{7} + 4\frac{3}{7} = 0$;
 п) $-7,24 - 0 = -7,24$;
 р) $3,8 - 3\frac{4}{5} = 0$.

№ 479

- Н $(-12) + (-6) - (-3) = -12 + (-6) + 3 = -15$;
 О $(+7) - (+4) + (-14) = 7 + (-4) + (-14) = -11$;
 И $(-5) - (-15) - (+8) = -5 + 15 + (-8) = 2$;
 Н $(+1) - (+2) + (-3) - (-4) = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$;

$$\begin{aligned}
O & (-4) + (-8) - (-7) - (+9) = -4 + (-8) + 7 + (-9) = -14; \\
P & (+3) + (-10) - (+6) - (-7) = 3 + (-10) + (-6) + 7 = -6; \\
Г & (+6) - (+9) + (-2) - (-4) - (+11) = 6 + (-9) + (-2) + 4 + (-11) = -12; \\
H & (-8) - (+1) - (-14) - 0 + (-7) = -8 + (-1) + 14 + (-7) = -2; \\
A & (+24) + (-2) - (-3) - (+24) + (-5) = 24 + (-2) + 3 + (-24) + (-5) = -4; \\
Г & (-4) - (+7) + (-16) - (-16) - (+1) - (-4) = -4 + (-7) + (-16) + 16 + (-1) + \\
& + 4 = -8; \\
K & (+2) - (-5) + (-12) - (+2) - (-12) + (+5) = 2 + 5 + (-12) + (-2) + 12 + 5 = 10; \\
M & (-9) + (+1) - (+18) - (-9) + (-1) + (-18) = -9 + 1 + (-18) + 9 + (-1) + \\
& + (-18) = -36.
\end{aligned}$$

МНОГОГРАННИК

№ 480

а) $7 - 13 = -6$;	д) $-1 - (-9) = 8$;
б) $4 - (-5) = 9$;	е) $7 - (+12) = -5$;
в) $-8 - (-3) = -5$;	ж) $0 - (-10) = 10$;
г) $-3 - 4 = -7$;	з) $-2 - 0 = -2$.

№ 481

1) Первый способ

$$\begin{aligned}
2,5 + (-x) &= 3,2 \\
-x &= 3,2 - 2,5 \\
-x &= 0,7 \\
x &= -0,7
\end{aligned}$$

Ответ: $\{-0,7\}$.

Второй способ

$$\begin{aligned}
2,5 + (-x) &= 3,2 \\
2,5 - x &= 3,2 \\
x &= 2,5 - 3,2 \\
x &= -0,7
\end{aligned}$$

2) Первый способ

$$\begin{aligned}
-0,6 - (-y) &= 0,9 \\
-y &= -0,6 - 0,9 \\
-y &= -1,7 \\
y &= 1,7
\end{aligned}$$

Ответ: $\{1,7\}$.

Второй способ

$$\begin{aligned}
-0,6 - (-y) &= 0,9 \\
-0,6 + y &= 0,9 \\
y &= 0,9 - (-0,6) \\
y &= 1,7
\end{aligned}$$

3) Первый способ

$$\begin{aligned}
-z + (-4,8) &= -1,6 \\
-z &= -1,6 - (-4,8) \\
-z &= -1,6 + 4,8 \\
-z &= 3,2 \\
z &= -3,2
\end{aligned}$$

Ответ: $\{-3,2\}$.

Второй способ

$$\begin{aligned}
-z + (-4,8) &= -1,6 \\
-z - 4,8 &= -1,6 \\
-z &= -1,6 + 4,8 \\
-z &= 3,2 \\
z &= -3,2
\end{aligned}$$

№ 482

1) $-x = -7,2$
 $x = 7,2$

Ответ: $\{7,2\}$.

4) $z + 1,4 = -1$
 $z = -1 - 1,4$
 $z = -2,4$

Ответ: $\{-2,4\}$.

7) $-0,6 - (-y) = -0,4$
 $-0,6 + y = -0,4$
 $y = -0,4 - (-0,6)$
 $y = 0,2$

Ответ: $\{0,2\}$.

2) $-a = -\frac{3}{16}$
 $a = \frac{3}{16}$

Ответ: $\{\frac{3}{16}\}$.

5) $1\frac{2}{9} - x = \frac{2}{3}$
 $x = 1\frac{2}{9} - \frac{2}{3}$
 $x = \frac{5}{9}$

Ответ: $\{\frac{5}{9}\}$.

8) $3,1 + (-n) = -2\frac{4}{5}$
 $-n = -2\frac{4}{5} - 3,1$
 $n = 5,9$

Ответ: $\{5,9\}$.

$$3) -y = -2 - (-0,8)$$

$$-y = -1,2$$

$$y = 1,2$$

Ответ: {1,2}.

$$6) b - 5,6 = -4$$

$$b = -4 + 5,6$$

$$b = 1,6$$

Ответ: {1,6}.

$$9) -x - (-1,2) = -0,8$$

$$-x + 1,2 = -0,8$$

$$-x = -0,8 - 1,2$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

Ответ: {2}.

№ 483

$$a) 5 - 8 = -3; \quad 8 - 5 = 3; \quad r) 10 - (-5) = 15; \quad -5 - 10 = -15.$$

$$б) 11 - 7 = 4; \quad 7 - 11 = -4; \quad д) 3 - (-9) = 12; \quad -9 - 3 = -12.$$

$$в) 4 - 11 = -7; \quad 11 - 4 = 7; \quad e) -2 - 6 = -8; \quad 6 - (-2) = 8.$$

$$a - b = -(b - a)$$

№ 484

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Чтобы вычесть разность из числа, можно из уменьшаемого вычесть первое слагаемое и к результату прибавить второе число.

$$1) -4 - (-2 - 7) = -4 - (-9) = -4 + 9 = 5; \quad -4 - (-2) + 7 = -4 + 2 + 7 = 5.$$

$$2) 1,5 - (-0,6 - (-2,9)) = 1,5 - (-0,6 + 2,9) = 1,5 - 2,3 = -0,8;$$

$$1,5 - (-0,6) + (-2,9) = 1,5 + 0,6 + (-2,9) = 2,1 + (-2,9) = -0,8.$$

№ 485

$$1) a - (b - c - d) - c + (d + b - a) = a - b + c + d - c + d + b - a = 2d;$$

$$2) -(a - b + c) - (d + b - a + c) + d = -a + b - c - d - b + a - c + d = -2c;$$

$$3) (a - b - c) - (a - d) + d - (b - c) = a - b - c - a + d + d - b + c = 2d - 2b;$$

$$4) -(c - b - d) + a - (b + c) - (d - a) = -c + b + d + a - b - c - d + a = 2a - 2c.$$

№ 486

$$a) -(2,4 + 3,5) - (4,2 + 0,6 - 3,5) + 2,4 = -2,4 - 3,5 - 4,2 - 0,6 + 3,5 + 2,4 = -4,8;$$

$$б) 0 - (2,5 - 5,8 + 0,4) + (-14,07 + 2,5 - 0,58) = -2,5 + 5,8 - 0,4 - 14,07 + 2,5 - 0,58 = 5,8 - 15,05 = -9,25;$$

$$в) 0,62 + (3,9 - 12,04 + 0,5) - (-0,62 - 12,04 + 7,2) =$$

$$= 0,62 + 3,9 - 12,04 + 0,5 + 0,62 + 12,04 - 7,2 = -1,56;$$

$$г) (0,376 + 2,8 - 9,12) + 3,5 - (4,35 + 2,8 - 9,12 - 0,524) =$$

$$= 0,376 + 2,8 - 9,12 + 3,5 - 4,35 - 2,8 + 9,12 + 0,524 = 0,05.$$

№ 487

$$a) -3,4 + \left(-1\frac{2}{9} + 5,07 - 6\frac{7}{15}\right) - \frac{7}{9} - \left(-2,53 + 1\frac{2}{15} - 3,4\right) =$$

$$= -3,4 - 1\frac{2}{9} + 5,07 - 6\frac{7}{15} - \frac{7}{9} + 2,53 - 1\frac{2}{15} + 3,4 = -2;$$

$$б) \left(8,9 - \frac{2}{3}\right) - \left(-1,2 + 6\frac{1}{3} - 2\frac{3}{58} + \frac{3}{11}\right) + \left(0,6 - 4\frac{8}{11} - 2\frac{3}{58}\right) =$$

$$= 8,9 - \frac{2}{3} + 1,2 - 6\frac{1}{3} + 2\frac{3}{58} - \frac{3}{11} + 0,6 - 4\frac{8}{11} - 2\frac{3}{58} = -1,3.$$

№ 488

6 отрезков

$$\text{Наибольший } CB = 0,8 - (-4) = 4,8.$$

$$\text{Наименьший } AD = -0,9 - (-2,4) = 1,5.$$

№ 489

$$1) |x + 2| = 1;$$

$$x + 2 = 1 \text{ или } x + 2 = -1$$

$$x = 1 - 2 \quad x = -1 - 2$$

$$x = -1 \quad x = -3$$

Ответ: {-3; -1}.

$$3) |y - 5| = 3;$$

$$y - 5 = 3 \text{ или } y - 5 = -3$$

$$y = 3 + 5 \quad y = -3 + 5$$

$$y = 8 \quad y = 2$$

Ответ: {2; 8}.

2) $|z - 4| = 6$

$$z - 4 = 6 \text{ или } z - 4 = -6$$

$$z = 6 + 4i \qquad z = -6 + 4i$$

$$z = 10 \qquad z = -2$$

Ответ: $\{-2; 10\}$.

4) $|n + 7| = 2$

$$n + 7 = 2 \quad \text{или} \quad n + 7 = -2$$

$$n = 2 - 7 \qquad n = -2 - 7$$

$$n = -5 \qquad n = -9$$

Отвѣт: $\{-9; -5\}$.

П. 3. 2. 3. УМНОЖЕНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ (2 часа)

Уроки 92–93

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение умножать рациональные числа, использовать свойства умножения для рационализации вычислений.

2) Повторить и закрепить: свойства умножения; сложение и вычитание рациональных чисел; решение уравнений и неравенств с модулем; прямо и обратно пропорциональные зависимости величин; решение задач методом пропорций; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

При открытии правил умножения учащиеся используют определение умножения чисел, а также то, что все известные им свойства чисел выполняются и на множестве рациональных чисел, переместительное и распределительное свойства умножения, правило сложения противоположных чисел. Для этого с учащимися выделяются четыре возможных случая, которые могут возникнуть при умножении рациональных чисел. Для каждого подбираются конкретные примеры, на которых и открываются правила умножения. Чтобы учащиеся могли самостоятельно открыть эти правила, нужно подбирать примеры чисел с одинаковыми модулями, например, $4 \cdot 5$ и $-4 \cdot 5$; $4 \cdot (-5)$ и $-4 \cdot (-5)$. В первом случае перемножаются положительные числа, данное правило известно учащимся. Во втором случае отрицательное число умножается на положительное, данное правило выводится на основании определения произведения, как суммы одинаковых слагаемых. В третьем случае положительное число умножается на отрицательное, правило для него выводится с применением переместительного свойства умножения и сводится к предыдущему случаю. А вот четвертый случай — умножение отрицательного числа на отрицательное — требует более серьезных рассуждений. Для того чтобы найти значение этого произведения, учащимся придется сложить его с предыдущим произведением, значение которого уже известно: $(-4) \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)$. Применение распределительного свойства приведет к результату, равному нулю. Отсюда делается вывод, что данные произведения имеют противоположные значения. Все четыре случая обобщаются в общеизвестное правило. В менее подготовленном классе для открытия учащимся можно предоставить вывод о знаке произведения второго или третьего случая. А четвертый случай учитель разберет в подводящем диалоге. В более подготовленном классе учащиеся могут работать по плану, разработанному совместно с учителем, и разобрать все четыре случая самостоятельно. В этом случае нужно проводить пошаговый взаимный контроль выводов, сделанных группами.

№ 512 готовит учащихся к открытию правила умножения рациональных чисел, здесь учащиеся должны вспомнить и применить понятие произведения.

№ 513 служит для отработки нового правила, полученная блок-схема поможет учащимся — визуалам, т. е. тем ученикам, которые воспринимают большую часть информации с помощью зрения.

№ 515 используется для первичного закрепления открытого учащимися правила. Из этого же номера учитель может отобрать задания для самостоятельной работы на уроке открытия нового знания.

При выполнении № 516 учащиеся вспоминают частный случай умножения с нулем в № 514 (а) и решают уравнение, пользуясь правилом: произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Перед выполнением задания можно задать вопросы, что общего в этих уравнениях, чем они отличаются, по какому признаку уравнения можно разбить на три группы. Чтобы ответить на третий вопрос учащимся придется сначала решить уравнения. В уравнениях первого столбика они получают один корень, второго столбика и в уравнении под буквой (д) — два, в уравнении под буквой (е) — три корня. Можно предложить учащимся составить уравнение, которое имеет три корня, чтобы уравнению под буквой (е) не было «одиноким».

Выполнение заданий № 517—519 направлено на формирование умения сравнивать с нулем произведения рациональных чисел. Учащиеся должны сделать вывод, что для сравнения с нулем нет необходимости вычислять значение произведения, а достаточно выяснить его знак.

При выполнении № 522 учащиеся учатся применять законы умножения для рационализации вычислений.

Задания № 523—525 предлагаются в учебнике для опережающей подготовки и должны выполняться с учетом принципа минимакса.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учу́сь учи́ться» по третьему пункту предлагаются сценарии № 92—93.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правило умножения рациональных чисел.

2. Актуализация знаний.

Понятие модуля, понятие действия умножения, свойства умножения.

3. Задание на пробное действие.

Найдите значение выражения: $(-9) \cdot (-4)$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог найти произведение отрицательных чисел.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, с помощью которого можно доказать, правильно ли мы нашли произведение отрицательных чисел.

6. Цель деятельности.

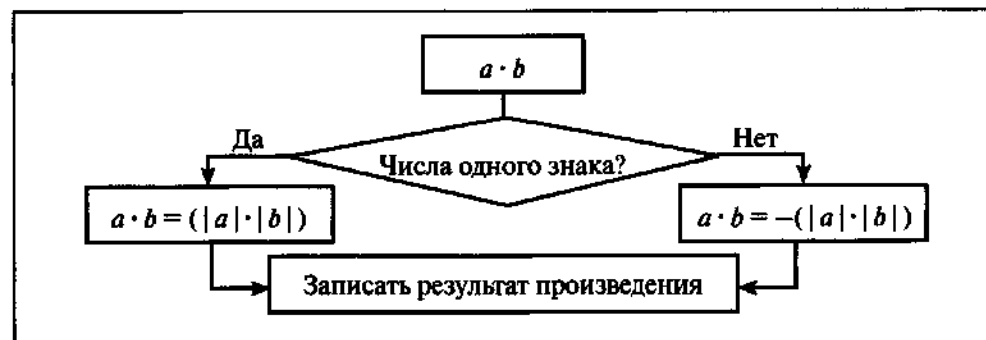
Правило, алгоритм умножения рациональных чисел.

7. Эталон.

Правило умножения рациональных чисел

Произведение двух чисел одного знака положительно, а произведение двух чисел разных знаков отрицательно. Чтобы найти модуль произведения, надо перемножить модули сомножителей.

Алгоритм умножения рациональных чисел



Цели урока № 93: тренировать умение умножать рациональные числа, использовать свойства умножения для рационализации вычислений; повторить и закрепить совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, решение задач методом пропорций, решение уравнений с модулем.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 92 (93)	Урок 93 (94)
К	№ 512—519	№ 520—525
П	№ 526 (а, б), 527, 529	№ 526 (в), 528, 530
Д	п. 3.2.3, № 531 (а—з), 532, 534	№ 531 (и—м), 533, 535
С	№ 536	№ 537

Решения и ответы

№ 512

- 1) $a + a + a + a + a + a + a + a + a + a = a \cdot 9$;
- 2) $-n - n - n - n - n - n - n - n = (-n) \cdot 7$;
- 3) $-4x - 4x - 4x - 4x - 4x = (-4x) \cdot 5$;
- 4) $(b - 2c) + (b - 2c) + (b - 2c) = (b - 2c) \cdot 3$.

№ 515

а) $-3 \cdot 9 = -27$;	и) $0 \cdot (-7,4) = 0$;
б) $-4 \cdot (-15) = 60$;	к) $-\frac{7}{9} \cdot 3 = -2\frac{1}{3}$;
в) $12 \cdot (-7) = -84$;	л) $-0,04 \cdot (-10) = 0,4$;
г) $-45 \cdot (-1) = 45$;	м) $\frac{6}{7} \cdot (-9\frac{1}{3}) = -8$;
д) $8 \cdot (-0,7) = -5,6$;	н) $-0,125 \cdot (-6,4) = 0,8$;
е) $-0,5 \cdot 40 = -20$;	о) $2,4 \cdot (-4\frac{1}{6}) = -10$;
ж) $-0,1 \cdot (-3) = 0,3$;	п) $-1 \cdot 3,2 = -3,2$;
з) $0,9 \cdot (-0,6) = -0,54$;	р) $-\frac{9}{28} \cdot (-2\frac{4}{5}) = 0,9$.

№ 516

а) $-2(x - 9) = 0$ $x - 9 = 0$ $x = 9$ Ответ: {9}.	г) $8n(n + 6) = 0$; $n = 0$ или $n + 6 = 0$ $n = -6$ Ответ: {-6; 0}.
б) $-0,5(y + 7) = 0$ $y + 7 = 0$ $y = -7$ Ответ: {-7}.	д) $-3(b + 1)(b - 1) = 0$ $b + 1 = 0$ или $b - 1 = 0$ $b = -1$ $b = 1$ Ответ: {-1; 1}.
в) $-a(a - 4) = 0$ $a = 0$ или $a - 4 = 0$ $a = 4$ Ответ: {0; 4}.	е) $c(c - 5)(c + 2) = 0$ $c = 0$ или $c - 5 = 0$ или $c + 2 = 0$ $c = 5$ $c = -2$ Ответ: {0; -2; 5}.

№ 517

а) больше нуля;	в) меньше нуля;	д) больше нуля;
б) меньше нуля;	г) больше нуля;	е) меньше нуля.

№ 518

- 1) $a \cdot b > 0$; 2) $x \cdot y < 0$.

№ 519

- а) положительное; е) положительное;
 б) отрицательное; ж) положительное;
 в) отрицательное; з) отрицательное;
 г) положительное; и) отрицательное;
 д) нуль; к) точно определить нельзя.

№ 520

1)

a	0	1	-1	4	-30	-3,2	$\frac{4}{15}$
$-2,5a$	0	-2,5	2,5	-10	75	-8	$-\frac{2}{3}$

2)

b	0	1	-1	7	350	-1,4	$-8\frac{1}{6}$
$-\frac{3}{7}b$	0	$-\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	-3	-150	-0,6	3,5

3)

x	-1	-2	$-\frac{1}{3}$	-0,4	-0,01	$-1\frac{3}{4}$
x^2	1	4	$\frac{1}{9}$	1,6	0,0025	$3\frac{1}{16}$

4)

y	-1	-2	-0,3	$-\frac{4}{5}$	-0,01	$-2\frac{1}{2}$
y^3	-1	-8	-0,081	$-\frac{64}{125}$	-0,000001	$-15\frac{5}{8}$

№ 521

а) $(-3,4 + 4) \cdot (-1,6 - 0,9) = 0,6 \cdot (-2,5) = -1,5$;

б) $(-0,8 - 0,5 + 2,1) \cdot (\frac{2}{5} - 1) = 0,8 \cdot (-0,6) = -0,48$;

в) $[-0,05 - (-0,5) - (+1,2)] \cdot (-4,8) = -0,75 \cdot (-4,8) = 3,6$;

г) $0,375 \cdot [-0,08 - 0,52 - (-0,04)] = 0,375 \cdot (-0,56) = -0,21$.

№ 522

2)

а) $-50 \cdot 0,9 \cdot (-2) \cdot (-0,03) = -2,7$;

б) $-12,5 \cdot 0,25 \cdot (-0,6) \cdot 0,8 \cdot (-4) = -10 \cdot (-1) \cdot (-0,6) = -6$;

в) $-1\frac{4}{5} \cdot (-\frac{2}{7}) \cdot (-5) \cdot \frac{1}{9} \cdot (-1\frac{3}{4}) = 0,5$;

г) $0,3 \cdot (-4,28) + 0,3 \cdot (-5,72) = 0,3(-4,28 - 5,72) = 0,3 \cdot (-10) = -3$;

д) $-15,87 \cdot (-1,09) - (-5,87) \cdot (-1,09) = (-1,09)(-15,87 + 5,87) = -1,09 \cdot (-10) = 10,9$;

е) $(-\frac{1}{6} + \frac{1}{8} - \frac{1}{3} + \frac{1}{12}) \cdot (-24) = 4 - 3 + 8 - 2 = 7$.

$$\begin{array}{ll} 1) -(a-b) = -a+b; & 5) -y(x-y+3) = -xy+y^2-3y; \\ 2) -3(c+d) = -3c-3d; & 6) -2a(-a+b-4) = 2a^2-2ab+8a; \\ 3) 2(-x+y) = -2x+2y; & 7) -4(a-2b+3c-0,5) = -4a+8b-12c+2; \\ 4) x(-x+2y+1) = -x^2+2xy+x; & 8) c(-3a+2c-d+1) = -3ac+2c^2-cd+c; \\ 9) -5x(x-0,2y+0,6n-1,8) = -5x^2+xy-3nx+9x. \end{array}$$

- 1) $a - b = + (a - b) = -(b - a);$
- 2) $-c - d = + (-c - d) = -(c + d);$
- 3) $x + y - 2 = + (x + y - 2) = -(-x - y + 2);$
- 4) $-m + n + 5 = + (-m + n + 5) = -(m - n - 5);$
- 5) $a + b - c = + (a + b - c) = -(-a - b + c);$
- 6) $-x + y - z = + (-x + y - z) = -(x - y + z);$
- 7) $-3a - b + 2c - 4 = + (-3a - b + 2c - 4) = -(3a + b - 2c + 4);$
- 8) $2x - 5y + z + 3 = + (2x - 5y + z + 3) = -(-2x + 5y - z - 3).$

- 1) $-2a + 2b = -2(a - b)$;
- 2) $xc - xd = x(c - d)$;
- 3) $-5m - 10 = -5(m + 2)$;
- 4) $-3n + n^2 = -n(3 - n)$;
- 5) $-14x - 21y + 28 = -7(x + 3y - 4)$;
- 6) $-am + m^2 - 3bm = -m(a - m + 3b)$;
- 7) $4a^2 + 12ab - 16ac = 4a(a + 3b - 4c)$;
- 8) $-15xy + 3yz - 9y^2 = -3y(5x - z + 3y)$.

Уроки 94–95

- 1) Сформировать умение делить рациональные числа, использовать свойства деления для рационализации вычислений.
- 2) Повторить и закрепить: свойства деления; сравнение и изученные действия с рациональными числами; понятие масштаба; решение задач на совместную работу; совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

№ 538 служит для отработки нового правила, полученная блок-схема поможет учащимся — визуалам, т.е. тем ученикам, которые воспринимают большую часть информации с помощью зрения.

Правило деления рациональных чисел переносится на обыкновенные дроби, с учащимися фиксируется правило знака «минус» для дроби: знак «минус можно перенести из числителя в знаменатель, а можно поставить его перед самой дробью. В связи с этим появляется возможность еще раз вернуться к пройденному материалу на новом этапе развития учащихся. Можно вернуться к вычислению значения дробного выражения (№ 543). Можно повторить условия перевода из обыкновенной в десятичную дробь, правила сравнения дробей, правила сравнения рациональных чисел, понятие периодической дроби (№ 544).

206

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по четвертому пункту предлагаются сценарии № 94—95.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правило деления рациональных чисел.

2. Актуализация знаний.

Понятие делимости, умножение рациональных чисел.

3. Задание на пробное действие.

Найдите значения выражений: а) $12,4 : (-31)$; б) $(-\frac{1}{3}) : (-3)$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог найти частное рациональных чисел.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, с помощью которого можно доказать, правильно ли мы нашли частное.

6. Цель деятельности.

Построить алгоритм деления рациональных чисел.

7. Эталон.

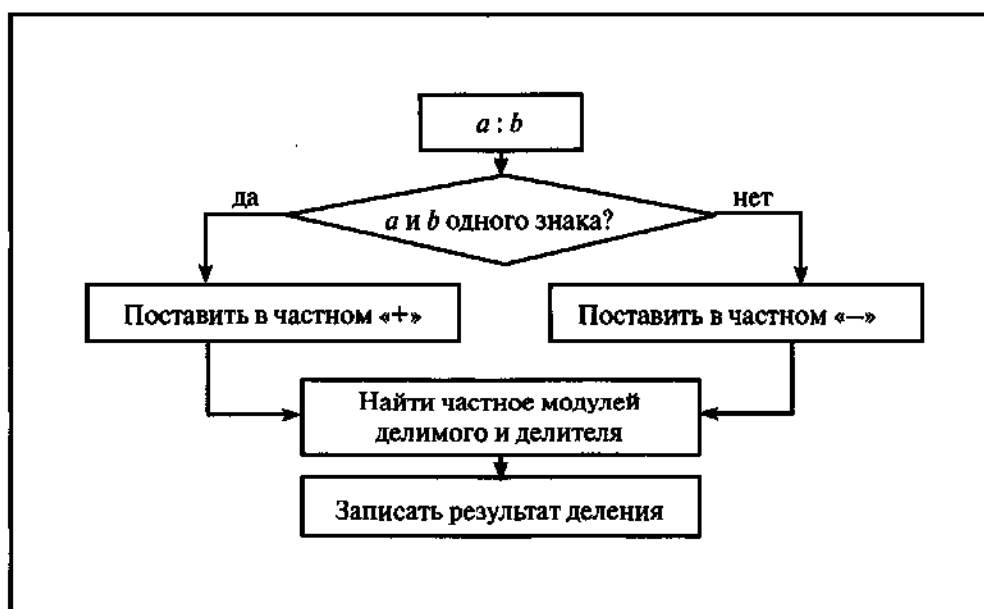
Правило деления чисел с разными знаками

Частное чисел с разными знаками есть отрицательное число, модуль которого равен частному модулей делимого и делителя.

Правило деления чисел с одинаковыми знаками

Частное двух чисел с одинаковыми знаками есть положительное число, модуль которого равен частному модулей чисел.

Алгоритм деления рациональных чисел



Цели урока № 95: тренировать умение делить рациональные числа, использовать свойства деления для рационализации вычислений; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, решение задач на совместную работу.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 94 (96)	Урок 95 (97)
К	№ 538—544	№ 545—549
П	№ 550, 551	№ 552, 553
Д	п. 3.2.4, № 554, 555, 558	№ 556, 557, 559
С	№ 560	

Решения и ответы

№ 539

1) Частное от деления рационального числа на -1 равно числу, противоположному данному.

2) Частное противоположных рациональных чисел, не равных 0, равно -1 .

№ 540

а) $-45 : (-9) = 5$;

и) $-7,8 : 7,8 = -1$;

б) $-84 : (-6) = 14$;

к) $-\frac{5}{6} : \left(-\frac{1}{3}\right) = 2,5$;

в) $-64 : 16 = -4$;

л) $0 : (-16,2) = 0$;

г) $132 : (-1) = -132$;

м) $-12\frac{9}{11} : (-3) = 4\frac{5}{11}$;

д) $-12 : 0,3 = -40$;

н) $0,3 : (-0,125) = -2,4$;

е) $0,18 : (-0,2) = -0,9$;

о) $-1\frac{3}{4} : (-0,25) = 1,75 : 0,25 = 7$;

ж) $-0,36 : (-9) = 0,04$;

п) $-4,2 : (-1) = 4,2$;

з) $-1,5 : 0,005 = -300$;

р) $-2\frac{3}{5} : 0,13 = -20$.

№ 541

1)

a	-1	$0,01$	$-0,4$	-10	-180	$\frac{2}{7}$
$-3,6 : a$	$3,6$	-360	9	$0,36$	$0,02$	$-12,6$

2)

x	0	$3\frac{1}{3}$	$-0,1$	10	$-2,5$	$-5\frac{5}{9}$
$x : \left(-3\frac{1}{3}\right)$	0	-1	$0,03$	-3	$0,75$	$1\frac{2}{3}$

№ 542

а) $-8x = 2,4$

$x = 2,4 : (-8)$

$x = -0,3$

Ответ: $\{-0,3\}$.

б) $0,72 : (-y) = -0,4$

$-y = 0,72 : (-0,4)$

$-y = -1,8$

$y = 1,8$

Ответ: $\{1,8\}$.

в) $-z : 5,6 = -3\frac{4}{7}$

$-z = -3\frac{4}{7} \cdot 5,6$

$-z = -20$

$z = 20$

Ответ: $\{20\}$.

$$г) -0,5(-a) = -2$$

$$-a = -2 : (-0,5)$$

$$-a = 4$$

$$a = -4$$

$$\text{Ответ: } \{-4\}.$$

$$е) 0,4 : c = -\frac{1}{3}$$

$$c = 0,4 : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$c = -1,2$$

$$\text{Ответ: } \{-1,2\}.$$

$$з) -1,8m = -1$$

$$m = -1 : (-1,8)$$

$$m = \frac{5}{9}$$

$$\text{Ответ: } \left\{\frac{5}{9}\right\}.$$

$$д) -b : 0,06 = -60$$

$$-b = -60 \cdot 0,06$$

$$-b = -3,6$$

$$b = 3,6$$

$$\text{Ответ: } \{3,6\}.$$

$$ж) \frac{-3,5}{k} = 70$$

$$k = -3,5 : 70$$

$$k = -0,05$$

$$\text{Ответ: } \{-0,05\}.$$

$$и) \frac{-n}{9,4} = -0,5$$

$$-n = -0,5 \cdot 9,4$$

$$n = -4,7$$

$$n = 4,7$$

$$\text{Ответ: } \{4,7\}.$$

№ 543

$$а) \frac{2,1 \cdot (-4,5) \cdot 0,14 \cdot (-0,6)}{-1,2 \cdot (-0,49) \cdot 0,9} = \frac{2,1 \cdot 4,5 \cdot 0,14 \cdot 6}{12 \cdot 0,49 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{3}{2} = 1,5;$$

$$б) \frac{-\frac{3}{2} \cdot 2,4 \cdot (-4,2)}{-0,35 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 1,6 \cdot (-4,8)} = -\frac{2 \cdot 24 \cdot 42 \cdot 100}{35 \cdot 3 \cdot 16 \cdot 48} = -\frac{5}{2} = -2,5;$$

$$в) \frac{-0,36 \cdot (-1,7) \cdot 0,05 \cdot (-6,4) \cdot 2,7}{4,8 \cdot (-0,51) \cdot (-5,4) \cdot 0,08} = \frac{36 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 64 \cdot 27}{48 \cdot 51 \cdot 54 \cdot 8 \cdot 10} = -\frac{1}{2} = -0,5;$$

$$г) \frac{-\frac{2}{7} \cdot (-1,5) \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right) \cdot 8,1}{-0,18 \cdot (-6,3) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot (-7,5) \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)} = -\frac{2 \cdot 15 \cdot 7 \cdot 81 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 7}{7 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 63 \cdot 4 \cdot 75 \cdot 3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}.$$

№ 544

$$-\frac{2}{25};$$

$$-\frac{9}{20} = \frac{9}{20};$$

$$\frac{39}{800};$$

$$-\frac{3}{8};$$

$$\frac{7}{-4};$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

К

А

Й

А

Л

Б

БАЙКАЛ

$$\frac{7}{30} = 0,2(3); \quad -\frac{8}{75} = -0,10(6); \quad -\frac{10}{11} = -0,(90); \quad \frac{-4}{240} = \frac{-1}{60} = -0,01(6)$$

№ 545

$$1) \text{ высказывание ложное, } \exists a \in Q : \frac{a}{-a} \neq \frac{-a}{a} \neq -1;$$

$$2) \text{ высказывание ложное, } \forall a \in Q : (-a)^2 \geq 0;$$

$$3) \text{ высказывание истинное;}$$

$$4) \text{ высказывание истинное.}$$

№ 546

$$а) 44,24 : (-5,6) = -7,9;$$

$$б) -190,76 : (-3,8) = 50,2;$$

$$в) -2,7744 : 1,36 = -2,04.$$

№ 548

$$а) (-0,78 \cdot 4,6) : (-0,78) = (-0,78 : (-0,78)) \cdot 4,6 = 4,6;$$

$$б) \left[-\frac{8}{17} \cdot \left(-12\frac{3}{4}\right)\right] : (-3) = \left(-\frac{8}{17}\right) \cdot \left(-12\frac{3}{4}\right) : (-3) = \left(-\frac{8}{17}\right) \cdot \frac{51}{4 \cdot 3} = -\frac{8}{17} \cdot \frac{17}{4} = -2;$$

$$в) [25,8 \cdot (-6,09)] : (-60,9) = 25,8 \cdot [-6,09 : (-60,9)] = 25,8 \cdot (60,9 : 609) = 25,8 \cdot 0,1 = 2,58;$$

$$г) 17\,000 : [17 \cdot (-125)] = 17\,000 : 17 : (-125) = 1000 : (-125) = -8;$$

$$д) -1\frac{2}{9} : (-0,25 \cdot 1\frac{2}{9}) = -1\frac{2}{9} : 1\frac{2}{9} : (-0,25) = -1 : (-0,25) = 100 : 25 = 4;$$

$$е) -0,548 : [-0,548 \cdot (-1,5)] = -0,548 : (-0,548) : (-1,5) = 1 : (-1,5) = -10 : 15 = -2 : 3 = -\frac{2}{3}.$$

№ 549

$$а) -3\frac{7}{20} + [-0,25 : (-\frac{1}{4}) - 1,5 : (-\frac{3}{16})] : (-4\frac{1}{11}) = -5,55$$

$$1) -0,25 : (-\frac{1}{4}) = 0,25 \cdot 4 = 1;$$

$$2) 1,5 : (-\frac{3}{16}) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{16}{3} = -8;$$

$$3) 1 - (-8) = 1 + 8 = 9;$$

$$4) 9 : (-4\frac{1}{11}) = -9 : \frac{45}{11} = -\frac{9 \cdot 11}{45} = -\frac{11}{5} = -2\frac{1}{5} = -2,2;$$

$$5) -3\frac{7}{20} + (-2,2) = -3,35 + (-2,2) = -5,55;$$

$$б) [6 - \frac{8}{25} : (-1) - (-0,8) \cdot (-0,1)] : [-0,25 : 1,25 - 1\frac{3}{5} : (-5\frac{1}{3})] = -64.$$

$$1) 6,32 : (-1) = -6,32;$$

$$2) -0,8 \cdot (-0,1) = 0,08;$$

$$3) -6,32 - 0,08 = -6,32 + (-0,08) = -6,4;$$

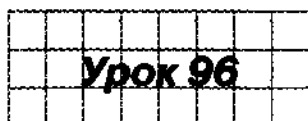
$$4) -0,25 : 1,25 = -25 : 125 = -0,2;$$

$$5) 1\frac{3}{5} : (-5\frac{1}{3}) = -\frac{8}{5} : \frac{16}{3} = -\frac{8 \cdot 3}{5 \cdot 16} = -\frac{3}{10} = -0,3;$$

$$6) -0,2 - (-0,3) = -0,2 + 0,3 = 0,1;$$

$$7) -6,4 : 0,1 = -64.$$

П. 3. 2. 5. КАКИЕ ЧИСЛА МЫ ЗНАЕМ, И ЧТО МЫ О НИХ ЗНАЕМ ИЛИ НЕ ЗНАЕМ (1 час)



Основные содержательные цели

1) Систематизировать знания учащихся о числовых множествах, сформировать представление о методе расширения числовых множеств. Поставить проблему недостаточности изученных чисел для измерения длин отрезков.

2) Повторить и закрепить изученные алгоритмы действий с рациональными числами.

При изучении данного пункта можно с учащимися зафиксировать эталоны по каждому из известных им числовых множеств, в которых учащиеся отмечают все известные им свойства. Например, для множества натуральных чисел можно построить следующий эталон:

Множество натуральных чисел

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

- Натуральные числа служат для счета предметов и измерения величин, когда мерка укладывается в измеряемой величине целое число раз.

- Множество натуральных чисел бесконечно.

- Мы умеем записывать натуральные числа, представлять их в виде суммы разрядных слагаемых, выполнять над ними арифметические действия.

• Мы знаем свойства натуральных чисел, среди которых основными являются *переместительный, сочетательный и распределительный* законы сложения и умножения.

В множестве натуральных чисел всегда выполнимы операции сложения и умножения.

Устанавливается взаимосвязь между множествами натуральных и рациональных чисел, строится диаграмма Эйлера–Венна этих множеств. Учащиеся получают представление о законе *неразрушения*: любое расширение сохраняет свойства своего подмножества. (№ 562—564).

В этом же пункте ставится проблема недостаточности изученных чисел для выражения длин отрезков. Например, доказывается, что рациональных чисел недостаточно для выражения длины диагонали квадрата со стороной, равной 1 (№ 565—566).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по пятому пункту предлагается сценарий № 96.

Основная структура открытия нового знания

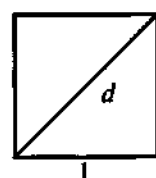
1. Новое знание.

Недостаточность изученных чисел для измерения отрезков.

2. Актуализация знаний.

Понятия натуральных чисел, целых чисел, рациональных чисел.

3. Пробное действие.



Дан квадрат со стороной, равной 1.

Согласно известной теореме Пифагора, квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов, поэтому $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$.

Определить, каким числом выражается длина гипотенузы, которая является диагональю квадрата со стороной единица.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог определить, каким числом выражается длина диагонали квадрата со стороной единица.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, каким числом выражается длина диагонали квадрата со стороной единица.

6. Цель деятельности.

Определить, каким числом можно записать длину диагонали квадрата со стороной единица.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 96 (99)
К	№ 561—565
П	№ 567—569
Д	п. 3.2.5, № 570, 571
С	№ 566

Решения и ответы

№ 561

1) цифра — знак для записи чисел; число обозначает количество.

2) 518 — класс единиц; разряды: единицы, десятки, сотни, $5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 8$;

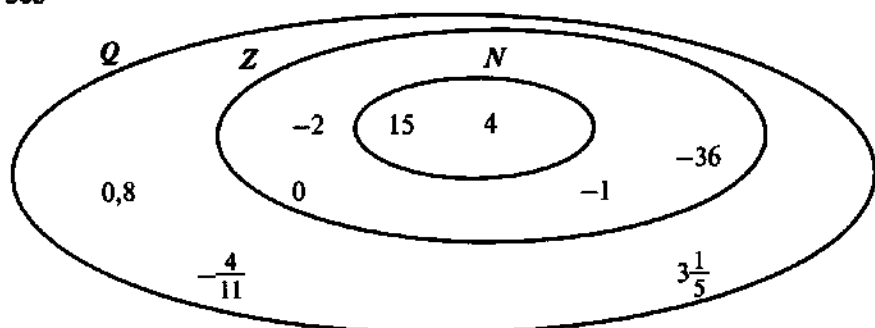
1045 — класс тысяч и единиц; разряды: единицы, десятки, единицы тысяч, $1 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10 + 5$;

27 019 — класс тысяч и единиц; разряды: единицы, десятки, единицы тысяч, десятки тысяч, $2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10 + 9$;

780 780 — класс тысяч и единиц; разряды: десятки, сотни, десятки тысяч, сотни тысяч, $7 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10$;

1 230 456 — класс миллионов, тысяч, единиц; разряды: единицы, десятки, сотни, десятки тысяч, сотни тысяч, единицы миллионов, $1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 6$.

№ 563



№ 564

1) $B = \{5; 1\frac{6}{13}; 8,6; 21\}$;

2) $C = \{-\frac{2}{7}; -12; -7,8; -0,95; -3\frac{1}{5}\}$;

3) $D = \{5; 0; -12; 21\}$;

4) $E = \{5; 21\}$;

5) $F = \{5; 0; 21\}$;

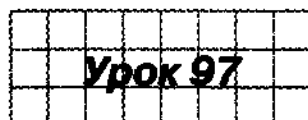
6) $K = \{-\frac{2}{7}; -7,8; -0,95; -3\frac{1}{5}\}$.

№ 565

а) нет, не является, т. к. $2^2 + 2^2 = 8$;

б) нет, не является, т. к. $1^2 + 2^2 = 5$.

П. 3. 2. 6. О СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ (1 час)



Основные содержательные цели

1) Сформировать представления о записи чисел в различных системах счисления, перевод из одной системы счисления в другую.

2) Повторить и закрепить позиционную десятичную систему записи натуральных чисел, совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.

Материал, связанный с рассмотрением различных систем счисления, носит ознакомительный характер. Он расширяет представления детей о способах записи чисел и показывает возможности использования математических исследований для практического применения на примере двоичной системы счисления.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учись учиться» по шестому пункту предлагается сценарий № 97.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Сформировать представление о записи чисел в различных системах счисления, переводе из одной системы счисления в другую.

2. Актуализация знаний.

Представление чисел в виде суммы разрядных слагаемых, составление буквенных выражений.

3. Задание на пробное действие.

«На кондитерской фабрике шоколад раскладывают в пакеты по 5 штук в каждый, а затем в коробки по 5 пакетов в каждую коробку. К Новому году для подарков в школу привезли 3 полные коробки шоколада, 6 пакетов и еще 2 шоколадки. Сколько всего шоколада привезли в школу для подарков?»

— Составьте выражение ко второй задаче. ($3 \cdot 5^2 + 6 \cdot 5 + 2$.)

— Что интересного вы заметили?

— Может ли результат быть записан в другой системе счисления?

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог ответить на вопрос.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, какие системы счисления есть, как представляются числа в других системах.

6. Цель деятельности.

Узнать, какие системы счисления есть, как числа в них записываются.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 97 (100)
К	№ 574—576

Решения и ответы

№ 574

1; 2; 10; 11; 12; 20; 21; 22; 100; 101; 102; 110; 111; 112; 120

+	1	2
1	2	10
2	10	11

.	1	2
1	1	2
2	2	11

№ 575

$$11\ 010_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 26_{10};$$

$$2103_4 = 2 \cdot 4^3 + 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 147_{10};$$

$$555_6 = 5 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0 = 215_{10};$$

$$424_8 = 4 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 276_{10};$$

$$176_9 = 1 \cdot 9^2 + 7 \cdot 9^1 + 6 \cdot 9^0 = 150_{10}.$$

№ 576

$$7_{10} = 12_3;$$

$$42_{10} = 132_3;$$

$$156_{10} = 1111_3;$$

$$25_{10} = 100_5;$$

$$79_{10} = 304_5;$$

$$273_{10} = 2043_5.$$

Цели урока № 98: тренировать умения выполнять различные действия с рациональными числами; формировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности; повторить и закрепить решение задач на совместную работу, нахождение значений буквенных выражений при данных значениях букв.

№ 583

1) -4 ; 2) $+2,5$.

№ 584

а) $-8 < 4$; б) $-3,6 > -5$; в) $-7 < 0$; г) $-\frac{2}{3} < -\frac{2}{9}$.

№ 585

а) $0,3 - 3 = -2,7$;

д) $-2,9 \cdot (-0,2) = 0,58$;

б) $-1,4 \cdot 5,8 = -7,2$;

е) $1,2 : \left(-\frac{3}{25}\right) = -10$;

в) $-2,4 + 0,9 = -1,5$;

ж) $-4,048 : (-0,8) = 5,06$;

г) $-4,6 + 4\frac{3}{5} = 0$;

з) $-1,35 \cdot \frac{2}{3} = -0,9$.

№ 586

1) $-2,4 + a = -4$

$a = -4 - (-2,4)$

$a = -4 + 2,4$

$a = -1,6$

Ответ: $\{-1,6\}$.

5) $2c(c + 6) = 0$

$c = 0$ или $c + 6 = 0$

$c = -6$

Ответ: $\{-6; 0\}$.

2) $-0,7b = -0,28$

$b = -0,28 : (-0,7)$

$b = 0,4$

Ответ: $\{0,4\}$.

6) $\frac{d}{-5,3} = 0,1$

$d = 0,1 \cdot (-5,3)$

$d = -0,53$

Ответ: $\{-0,53\}$.

3) $8 + (-x) = -3,5$

$8 - x = -3,5$

$x = 8 - (-3,5)$

$x = 8 + 3,5$

$x = 11,5$

Ответ: $\{11,5\}$.

7) $|m| = 4$

$m = -4$

$m = 4$

Ответ: $\{-4; 4\}$.

4) $y - 1,7 = -6,2$

$y = -6,2 + 1,7$

$y = -4,5$

Ответ: $\{-4,5\}$.

8) $\frac{2}{-k} = -3$

$-k = 2 : (-3)$

$-k = -\frac{2}{3}$

$k = \frac{2}{3}$

Ответ: $\{\frac{2}{3}\}$.

№ 587

а) $-2,5 + (-7,4) - (-1,2) - (+3,9) + (+0,6) = -2,5 + (-7,4) + 1,2 + (-3,9) + 0,6 = -1,8 + (-3,9) = -12$;

б) $-(4,8 + 1,92) - (-5,4 + 8,04) - 1,92 = -4,8 + 1,92 + 5,4 - 8,04 - 1,92 = 7,32 - 14,76 = -7,44$;

в) $-2 + 1,9 \cdot (-5) + 2,5 \cdot (-0,4) \cdot 3 = -57$;

г) $\frac{3,9 \cdot (-0,02)}{0,42 \cdot (-0,18) \cdot (-2,6)} = \frac{54 \cdot 39 \cdot 2 \cdot 10}{42 \cdot 18 \cdot 2,6} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

№ 588

Пусть x — число двухкомнатных квартир, тогда $1,5x$ — однокомнатных квартир, $0,75x$ — трехкомнатных. По условию 9 квартир — четырехкомнатные, а всего в доме 126 квартир. Составим уравнение:

$x + 1,5x + 0,75x + 9 = 126$

$3,25x = 126 - 9$

$3,25x = 117$

$x = 36$

36 — двухкомнатных квартир;

$1,5 \cdot 36 = 54$ (к.) — однокомнатные квартиры;

$0,75 \cdot 36 = 27$ (к.) — трехкомнатные квартиры.

Ответ: 36 двухкомнатных квартир, 54 однокомнатных квартир, 27 трехкомнатных квартир.

№ 589

Пусть x см — ширина прямоугольника, тогда $x + 1,2$ (см) — длина прямоугольника.

а) $x + 1,2 = 1,6x$

$$0,6x = 1,2$$

$$x = 2$$

$$2 + 1,2 = 3,2 \text{ (см);}$$

$$2 \cdot 3,2 = 6,4 \text{ (см}^2\text{)} — \text{площадь;}$$

$$2(2 + 3,2) = 10,4 \text{ (см)} — \text{периметр.}$$

в) $1,3x = x + 1,2$

$$0,3x = 1,2$$

$$x = 4$$

$$4 + 1,2 = 5,2 \text{ (см);}$$

$$4 \cdot 5,2 = 20,8 \text{ (см}^2\text{)} — \text{площадь;}$$

$$2(4 + 5,2) = 18,4 \text{ (см)} — \text{периметр.}$$

б) $(x + 1,2) \cdot \frac{2}{3} = x$

$$x + 1,2 = 1,5x$$

$$0,5x = 1,2$$

$$x = 2,4$$

$$2,4 + 1,2 = 3,6 \text{ (см);}$$

$$2,4 \cdot 3,6 = 8,64 \text{ (см}^2\text{)} — \text{площадь;}$$

$$2(2,4 + 3,6) = 12 \text{ (см)} — \text{периметр.}$$

г) $x = 0,8(x + 1,2)$

$$x = 0,8x + 0,96$$

$$0,2x = 0,96$$

$$x = 4,8$$

$$4,8 + 1,2 = 6 \text{ (см);}$$

$$4,8 \cdot 6 = 28,8 \text{ (см}^2\text{)} — \text{площадь;}$$

$$2(4,8 + 6) = 21,6 \text{ (см)} — \text{периметр.}$$

§ 3. УРАВНЕНИЯ (12 часов)

При изучении данного параграфа понятия уравнения, корня и решения уравнения, знакомые учащимся из начальной школы, уточняются. Систематизируются изученные методы решения уравнений: равносильные преобразования, метод проб и ошибок, метод перебора.

Такие преобразования выражений, как раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, выполнялись ранее на основе распределительного свойства умножения. Теперь эти приемы рассматриваются в обобщенном виде на множестве рациональных чисел.

При решении уравнений методом «весов» целесообразно создать проблемную ситуацию, которая позволит подвести учащихся к открытию приема переноса слагаемых. Важно рассказать о том, какое значение для развития математики имело изобретение этого приема.

Уточняется алгоритм решения задач методом уравнений и алгоритм записи этого решения. Повторяются и систематизируются все изученные учащимися виды текстовых задач, причем теперь задачи предлагаются с различными «ловушками» (несоответствие единиц измерения величин, неполные данные, нереальные условия).

П. 3. 3. 1. РАСКРЫТИЕ СКОБОК (2 часа)

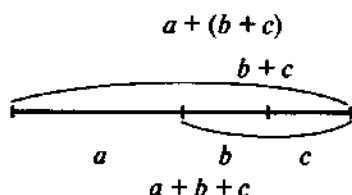
Уроки 101–102									

Основные содержательные цели

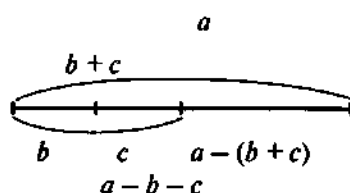
- 1) Сформировать умение раскрывать скобки в выражениях, содержащих алгебраическую сумму.
- 2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами; понятие модуля числа; решение текстовых задач ($a = b + c$, $a = b \cdot c$, движение по реке, среднее арифметическое); понятие параллельных и перпендикулярных прямых.

В этом пункте учащиеся открывают общее правило раскрытия скобок в выражениях, содержащих алгебраическую сумму. Для их вывода учащиеся анализируют правила прибавления суммы к числу и вычитания суммы из числа, записанные в буквенном виде.

$$a + (b + c) = a + b + c$$



$$a - (b + c) = a - b - c$$



Дальше учащимся можно задать следующие вопросы:

- Что интересного вы замечаете?
- Как меняются знаки выражений в скобках в первом и во втором случае?
- Как раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «+»?
- Как раскрыть скобки, перед которыми стоит знак «-»?

Для раскрытия скобок, перед которыми стоит числовой множитель, учащиеся будут применять уже известные им правила раскрытия скобок — используя распределительный закон умножения ($a(b + c) = ab + ac$). Такие преобразования и раньше выполнялись учащимися, теперь они рассматриваются на множестве рациональных чисел в обобщенном виде.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 101—102.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правило раскрытия скобок.

2. Актуализация знаний.

Таблицы знаков, правило прибавления суммы к числу, вычитание суммы из числа.

3. Задание на пробное действие.

Решите уравнение:

$$(c - 6) - (4,5 - c) = -1,5$$

— Что надо сделать, чтобы решить уравнение? (Надо раскрыть скобки в выражении, стоящем слева.)

— Раскройте скобки.

4. Фиксация затруднения.

— У кого нет ответов?

— В чем у вас затруднение? (Мы не смогли раскрыть скобки.)

— Кто выполнил задание, каким эталоном вы воспользовались?

— Сформулируйте свое затруднение? (Мы не можем назвать эталоны, которыми воспользовались.)

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет правила раскрытия скобок.

6. Цель деятельности:

Сформулировать правила раскрытия скобок.

7. Эталон.

Правила раскрытия скобок

- + () — знаки в скобке не меняются;
- () — знаки в скобках меняются на противоположные.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правило раскрытия скобок с множителем.

2. Актуализация знаний.

Правило раскрытия скобок, упрощение буквенных выражений.

3. Пробное действие.

Раскрыть скобки:

$$7 - 6(-m - 8).$$

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу раскрыть скобки.

— Я не могу назвать эталон, по которому раскрывал скобки.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет правила раскрытия скобок, перед которыми стоит множитель.

6. Цель деятельности:

Сформулировать правило раскрытия скобок, перед которыми стоит множитель

7. Эталон.

Правило раскрытия скобок

$$a(b \pm c) = ab \pm ac$$

Этот урок может развиваться по-другому. Так как учащиеся знают распределительное свойство, проблему можно построить на алгоритме упрощения выражений.

1. Новое знание.

Алгоритм упрощения выражений, используя распределительное свойство умножения.

2. Актуализация знаний.

Правило раскрытия скобок, известные способы упрощения буквенных выражений.

3. Задание на пробное действие.

Упростите выражение:

$$7 - 6(-m - 8).$$

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу упростить выражение.

— Я не могу назвать эталон, по которому упрощал выражение.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет алгоритма упрощения выражений.

6. Цель деятельности.

Сформулировать алгоритм упрощения выражений.

7. Эталон.

Алгоритм упрощения буквенных выражений, используя распределительное свойство умножения

1. Раскрыть скобки, применяя распределительное свойство умножения.
2. Найти значения числовых выражений.
3. Упростить буквенные выражения (по распределительному свойству умножения).

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 101 (103)	Урок 102 (104)
К	№ 1—6	№ 7—10, 12
П	№ 14, 17, 18	№ 15, 16
Д	п. 3.3.1, № 19, 20, 21	№ 22—24
С	№ 25 (1)	№ 25 (2)

Решения и ответы

№ 1.

Данный номер целесообразно использовать на этапе актуализации знаний.

№ 2.

При выполнении этого номера учащиеся только раскрывают скобки, без дальнейших преобразований.

$$а) -(a - b) = -a + b;$$

$$г) d - (-k + t) = d + k - t;$$

$$б) -(c + d) = -c - d;$$

$$д) -m + (a - c) = -m + a - c;$$

$$в) -(-x + y) = x - y;$$

$$е) p - (-n + r - s) = p + n - r + s;$$

$$ж) c - (b + c - a) + (-a + b) = c - b - c + a - a + b;$$

$$з) (d - m) - b - (-m + x + d) + x = d - m - b + m - x - d;$$

$$и) k - (y - c) + (d - c - y) + (-k + d) = k - y + c + d - c - y - k + d.$$

В следующих заданиях полученные после раскрытия скобок выражения уже должны упрощаться.

№ 3

Данное упражнение показывает, как умение раскрывать скобки упрощает нахождение значения числового выражения.

$$а) -3,64 - (12,45 - 3,64) = -3,64 - 12,45 + 3,64 = -12,45;$$

$$б) 1\frac{3}{8} + (-2\frac{7}{9} + \frac{5}{8}) = 1\frac{3}{8} - 2\frac{7}{9} + \frac{5}{8} = 2 - 2\frac{7}{9} = -\frac{7}{9};$$

$$в) (5,6 - 7,2) - (-7,2 + 3,4) = 5,6 - 7,2 + 7,2 - 3,4 = 2,2;$$

$$г) (2,4 - \frac{2}{3}) + 2,4 - (1,8 + 1\frac{5}{6}) = 2,4 - \frac{2}{3} + 2,4 - 1,8 + 1\frac{5}{6} = 3 + 1\frac{1}{6} = 4\frac{1}{6};$$

$$д) 45 - (-7 + 18) - (34 - 18 + 26) = 45 + 7 - 18 - 34 + 18 - 26 = -8;$$

$$е) -9,7 + (-3,8 + 5,2) - (2,9 - 5,2 - 9,7) + 3,8 = -9,7 - 3,8 + 5,2 - 2,9 + 5,2 + 9,7 + 3,8 = 7,5;$$

$$ж) (1,8 - 6,03) - (-4,14 + 2,25 - 6,03) - 4,8 = 1,8 - 6,03 + 4,14 - 2,25 + 6,03 - 4,8 = -1,11;$$

$$з) -(5\frac{1}{3} - 4\frac{5}{16}) + 2\frac{1}{16} - (1\frac{2}{3} - 1\frac{5}{16} + 3\frac{11}{16}) = -5\frac{1}{3} + 4\frac{5}{16} + 2\frac{1}{16} - 1\frac{2}{3} + 1\frac{5}{16} - 3\frac{11}{16} = 4 - 7 = -3.$$

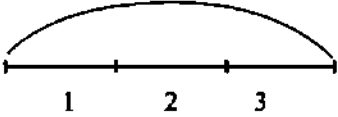
№ 4

- а) $2,8 - (a - 1,4) = 2,8 - a + 1,4 = 4,2 - a$;
 б) $-(-b + 3,2) + 0,7 = b - 3,2 + 0,7 = b - 2,5$;
 в) $c - (1,6 + c) = c - 1,6 - c = -1,6$;
 г) $(-5,9 + d) - d = -5,9 + d - d = -5,9$;
 д) $(6,4 - x) - (5,8 + x) = 6,4 - x - 5,8 - x = 0,6 - 2x$;
 е) $y - (4,3 + y) + 3,9 = y - 4,3 - y + 3,9 = -0,4$;
 ж) $(-0,7 - m) - (-m + 0,5) = -0,7 - m + m - 0,5 = -1,2$;
 з) $-(1,2 - n) + (n - 0,8) = -1,2 + n + n - 0,8 = -2 + 2n$.

№ 5

- а) $-4,3 - (-1,8 - x) = 3$
 $-4,3 + 1,8 + x = 3$
 $-2,5 + x = 3$
 $x = 3 - (-2,5)$
 $x = 3 + 2,5$
 $x = 5,5$.
- в) $(c - 6) - (4,5 - c) = -1,5$
 $c - 6 - 4,5 + c = -1,5$
 $2c - 10,5 = -1,5$
 $2c = -1,5 + 10,5$
 $2c = 9$
 $c = 9 : 2$
 $c = 4,5$.
- б) $(n + 1\frac{2}{9}) - 4\frac{2}{9} = -4,8$
 $n - 3 = -4,8$
 $n = -4,8 + 3$
 $n = -1,8$.
- г) $1\frac{5}{6} - (k - \frac{7}{12}) + 2\frac{1}{12} = 0,9$
 $4,5 - k = 0,9$
 $k = 4,5 - 0,9$
 $k = 3,6$.

№ 6

- а)
- 
- $28 + (x - 6) + x = 80$
 $28 + x - 6 + x = 80$
 $2x + 22 = 80$
 $2x = 80 - 22$
 $2x = 58$
 $x = 58 : 2$
 $x = 29$.
- 28 ч. $x - 6$ (ч.) x ч.

Ответ: в третьем конкурсе участвовало 29 человек.

б) x см — длина третьей стороны, $x - 1,9$ (см) — длина второй стороны.

$$15,8 + x + (x + 1,9) = 48,5$$

$$15,8 + x + x + 1,9 = 48,5$$

$$17,7 + 2x = 48,5$$

$$2x = 48,5 - 17,7$$

$$2x = 30,8$$

$$x = 30,8 : 2$$

$$x = 15,4$$

$$15,4 - 1,9 = 13,5 \text{ (см.)}$$

Ответ: длина второй стороны 13,5 см.

Начиная с задания № 7, учащиеся раскрывают скобки, перед которыми стоит числовой множитель. В заданиях № 7, 8 тренируется умение выполнять действия с рациональными числами.

№ 7

- а) $5(a + 2) - 12 = 5a + 10 - 12 = 5a - 2$;
 б) $9 - 2(-c + 4) = 9 + 2c - 8 = 2c + 1$;
 в) $m - 3(2 - m) + 8 = m - 6 + 3m + 8 = 4m + 2$;
 г) $2(m - n) - (m + n) = 2m - 2n - m - n = m - 3n$;
 д) $(x - y) - 2(x + y) = x - y - 2x - 2y = -x - 3y$;

- е) $-2(a+b) + 2(a-b) = -2a - 2b + 2a - 2b = -4b$;
 ж) $3(b-1) - 2(b-2) = 3b - 3 - 2b + 4 = b + 1$;
 з) $-2(d+3) + 3(2-d) = -2d - 6 + 6 - 3d = -5d$;
 и) $5y - 2(y-1) + 3(-y-4) = 5y - 2y + 2 - 3y - 12 = -10$.

№ 8

а) $3(x-4) + 2(-x+6) = 3x - 12 - 2x + 12 = x$.

Если $x = -1,8$, то значение выражения равно $-1,8$.

б) $3b - 2(a-b) + a - 5(a+b) = 3b - 2a + 2b + a - 5a - 5b = -6a$.

Если $a = -0,5$, то $-6 \cdot (-0,5) = 3$.

Лишнее данное: значение переменной b .

При выполнении заданий № 9–10 развивается математическая речь учащихся, тренируется умение строить математические модели.

№ 9

а) $3(m-n) + 2(m+n) = 3m - 3n + 2m + 2n = 5m - n$;

б) $2(x+y) - (3x-y) = 2x + 2y - 3x + y = -x + 3y$.

№ 10

а) $625 - [2v + 3(v+10) + (v-5)] = 625 - 2v - 3(v+10) - (v-5) =$
 $= 625 - 2v - 3v - 30 - v + 5 = 600 - 6v$.

Если $v = 70$, то $600 - 6 \cdot 70 = 180$ (км).

Если $v = 80$, то $600 - 6 \cdot 80 = 120$ (км).

Если $v = 90$, то $600 - 6 \cdot 90 = 60$ (км).

б) $3200 - [n + (n+4)] \cdot 50 = 3200 - 50n - 50(n+4) = 3200 - 50n - 50n - 200 =$
 $= 3000 - 100n$.

Если $n = 10$, то $3000 - 100 \cdot 10 = 2000$ (кг) = 2 (т).

Если $n = 15$, то $3000 - 100 \cdot 15 = 1500$ (кг) = 1,5 (т).

Если $n = 20$, то $3000 - 100 \cdot 20 = 1000$ (кг) = 1 (т).

Задания № 11–13 должны выполняться с учетом принципа минимакса, заложенного в данном учебнике. Они предлагаются в учебнике для того, чтобы более подготовленные учащиеся смогли развиваться в зоне своего ближайшего развития.

№ 11

В данном задании необходимо рассмотреть все возможные случаи раскрытия скобок.

а) $4x - [3x + (2x - 1)] = 4x - 3x - (2x - 1) = 4x - 3x - 2x + 1 = -x + 1$;

$4x - (3x + 2x - 1) = 4x - 3x - 2x + 1 = -x + 1$.

б) $y - [2y - (3y - 4)] = y - 2y + (3y - 4) = y - 2y + 3y - 4 = 2y - 4$;

$y - (2y - 3y + 4) = y - 2y + 3y - 4 = 2y - 4$.

в) $z - [2z + (3z - (4z + 5))]$ = $z - 2z - [3z - (4z + 5)] = z - 2z - 3z + (4z + 5) =$
 $= z - 2z - 3z + 4z + 5 = -2z + 5$;

$z - [2z + (3z - (4z + 5))]$ = $z - [2z + (3z - 4z - 5)] = z - (2z + 3z - 4z - 5) =$
 $= z - 2z - 3z + 4z + 5 = -2z + 5$.

№ 12

а) $2(n-1) + 3(n+1) = 2n - 2 + 3n + 3 = 5n + 1$;

б) $3n + (3n + 3) + (3n + 6) + (3n + 9) = 3n + 3n + 3 + 3n + 6 + 3n + 9 = 12n + 18 =$
 $= (12n + 12) + 6$.

№ 13

а) $m - (n - m + n) = 2m - 2n$;

б) $m - (n - m) + n = 2m$.

Урок 103

1) Сформировать понятие коэффициента, умение находить коэффициент в буквенных выражениях.

2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами; правила раскрытия скобок; распределительное свойство умножения; понятие степени числа; решение уравнений методами «весов», проб и ошибок; перебора; построение математических моделей текстовых задач; задачи на проценты; приемы исследования свойств геометрических фигур.

В № 30 помимо определения коэффициента учащимся нужно определить и буквенную часть. Выполнение этого задания готовит введение понятия подобных слагаемых, которое, как известно, опирается на понятие «буквенная часть».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учуcь учиться» по второму пункту предлагается сценарий № 103.

1. Новое знание.

Понятие коэффициента.

2. Актуализация знаний.

Правило умножения рациональных чисел, упрощение буквенных выражений, раскрытие скобок.

3. Задание на пробное действие.

Назовите коэффициент выражения: $14a \cdot (-5b) \cdot 2$.

4. Фиксация затруднения.

— Кто не выполнил задание?

— Что вы не можете сделать? (Я не могу назвать коэффициент выражения.)

— Какие результаты получились?

— Сформулируйте свое затруднение те, у кого ответ совпал с зачеркнутым ответом. (Я не смог правильно определить коэффициент выражения.)

На доске остался правильный ответ.

— Кто получил такой ответ, каким правилом вы воспользовались при выполнении задания?

— Сформулируйте свое затруднение. (Я не могу назвать эталона, которым воспользовался.)

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет определения понятия «коэффициент».

6. Цель деятельности.

Определить, что такое коэффициент, и научиться его находить.

7. Эталон.

Определение коэффициента

Числовой множитель в произведении числа и буквенной части называется коэффициентом.

Правило нахождения коэффициента

Если произведение содержит несколько числовых множителей, то его коэффициент равен произведению всех числовых множителей.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 103 (106)
К	№ 27—32
П	№ 33—37
Д	п. 3.3.2, № 38—40
С	№ 41

Решения и ответы

№ 27

а) 2; б) 1; в) -3; г) $-\frac{5}{6}$; д) -14.

№ 28

Выражения	Коэффициенты	Буквенная часть
$(-2x)^2$	4	x^2
$-2x^2$	-2	x^2
$(-2)^2x$	4	x
$(-2m)^4$	16	m^4
$-2m^4$	-2	m^4
$(-2)^4m$	16	m

№ 29

а) -1; б) 1; в) -1; г) 1; д) -1; е) 1.

№ 30

Выражения	Коэффициенты	Буквенная часть
$2a \cdot 7$	14	a
$3b \cdot (-5c)$	-15	bc
$-\frac{1}{2}x \cdot (-y)$	$\frac{1}{2}$	xy
$4mn \cdot (-0,2)$	-0,8	mn

Чтобы преобразовать такую сумму, надо применить распределительное свойство умножения, вынося общий множитель x за скобку.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по третьему пункту предлагаются сценарии № 104—105.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие подобных слагаемых и алгоритм приведения подобных слагаемых.

2. Актуализация знаний.

Понятие коэффициента, упрощение буквенных выражений.

3. Задание на пробное действие.

Подчеркнуть подобные слагаемые и выполнить их приведение:

$$-4,2x + 0,3x - 8,9x + x + 1,8x.$$

4. Фиксация затруднения.

— Кто не выполнил задание?

— Что вы не можете сделать? (Я не могу определить, какие слагаемые подобные, а значит, и привести их.)

— Какие результаты получились?

Все ответы фиксируются на доске. Неправильные ответы учитель зачеркивает.

— Сформулируйте свое затруднение те, у кого ответ совпал с зачеркнутым ответом. (Я не смог правильно определить подобные слагаемые и привести их.)

На доске остался правильный ответ.

— Кто получил такой ответ, каким правилом вы воспользовались при выполнении задания?

— Сформулируйте свое затруднение. (Я не могу назвать эталон, которым воспользовался.)

5. Фиксация причины затруднения.

Не знаем, какие слагаемые называются подобными, и у нас нет способа приведения подобных слагаемых.

6. Цель деятельности.

Узнать, какие слагаемые называются подобными и как их привести.

7. Эталон.

Определение подобных слагаемых

Слагаемые, у которых буквенная часть одинаковая, называют подобными слагаемыми.

Алгоритм приведения подобных слагаемых

1. Подчеркнуть подобные слагаемые.

2. Применить к подобным слагаемым распределительное свойство. (Найти алгебраическую сумму коэффициентов подобных слагаемых.)

Цель урока № 105: тренировать умение приводить подобные слагаемые, формировать способность к исправлению допущенных ошибок, к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить действия с рациональными числами, правила раскрытия скобок, решение задач на нахождение целого по его части, нахождение части от целого; формирование навыков сотрудничества при работе в парах.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 104 (107)	Урок 105 (108)
К	№ 42—47	№ 48—50
П	№ 51—55	№ 56—60
Д	п. 3.3.3, № 61 (а, б); 62 (а, б); 65	п. 3.3.3, № 63; 64 (одна на выбор)
С	№ 67	№ 68

Решения и ответы

В № 42 учащиеся приводят подобные слагаемые, подробно расписывая данное преобразование с опорой на распределительное свойство. Запись будет выглядеть следующим образом: а) $-4n + n + 2n = -4n + 1n + 2n = (-4 + 1 + 2)n = -1n = -n$.

В каждом выражении общая буквенная часть.

б) $3x - 7x - x = 3x - 7x - 1x = (3 - 7 - 1)x = -5x$;

в) $-0,3a - a + 2,1a = -0,3a - 1a + 2,1a = (-0,3 - 1 + 2,1)a = 0,8a$;

г) $c - 1,6c - 0,9c = 1c - 1,6c - 0,9c = (1 - 1,6 - 0,9)c = -1,5c$;

д) $1,8y - 2y + y - 0,4y - 1,3y = 1,8y - 2y + 1y - 0,4y - 1,3y = (1,8 - 2 + 1 - 0,4 - 1,3)y = -0,9y$;

е) $-\frac{4}{5}b + 0,2b - \frac{5}{6}b + b + \frac{1}{3}b = -0,8b + 0,2b - \frac{5}{6}b + 1b + \frac{1}{3}b = 0,4b - 0,5b = -0,1b$.

В № 43 учащиеся закрепляют новое для них понятие подобных слагаемых и связывают его с понятием коэффициента.

а) $4a - \frac{1}{7}b + 2,3b - \frac{3}{7}a$

подобные слагаемые: $4a$ и $-\frac{3}{7}a$ (коэффициенты 4 и $-\frac{3}{7}$);
 $-\frac{1}{7}b$ и $2,3b$ (коэффициенты $-\frac{1}{7}$ и 2,3);

б) $-0,3x^2y + xy^2 + 5x^2y - 2,1xy^2$

подобные слагаемые: $-0,3x^2y$ и $5x^2y$ (коэффициенты $-0,3$ и 5);
 xy^2 и $-2,1xy^2$ (коэффициенты 1 и $-2,1$);

в) $-5a^2 + 9a - 4 + a^2 + 7 - 18a$

подобные слагаемые: $-5a^2$ и a^2 (коэффициенты -5 и 1);
 $9a$ и $-18a$ (коэффициенты 9 и -18);
 -4 и 7;

г) $2n^3m + 4,3nm^3 - 0,5n^2m^2 + 3,6nm^3$

подобные слагаемые: $4,3nm^3$ и $3,6nm^3$ (коэффициенты 4,3 и 3,6).

Задания №№ 44—46 направлены на закрепление умения приводить подобные слагаемые и новой терминологии. После того как учащиеся приведут подобные слагаемые устно (в № 44), можно разрешить им «сворачивать» запись, подчеркивая подобные слагаемые и производя вычисления с их коэффициентами устно.

№ 44

а) $\underline{-3y} + \underline{12} - \underline{y} - \underline{5} = -4y + 7$;

б) $\underline{2k} - \underline{k^2} - \underline{3k} + \underline{4} = -k - k^2 + 4$;

в) $\underline{0,6x} - \underline{x} + \underline{1,6y} + \underline{0,4x} = 1,6y$.

№ 45

а) $\underline{-7c} + \underline{3d} + \underline{8c} - \underline{5d} = c - 2d$;

б) $\underline{-9} + \underline{2m} - \underline{4} - \underline{m} + \underline{8} = -5 + m$;

в) $\underline{\frac{3}{5}k} - \underline{\frac{2}{7}n} - \underline{3k} - \underline{\frac{5}{7}n} + \underline{0,4k} = -2k - n$;

г) $\underline{-1} + \underline{p^2} - \underline{3p} + \underline{0,2} - \underline{0,5p^2} + \underline{0,8} + \underline{2,4p} = 0,5p^2 - 0,6p$.

№ 46

$$a) -\frac{2}{3}m + 4c + \frac{1}{2}m - 2,5c + \frac{1}{6}m = 1,5c.$$

Если $c = -4$, то $1,5 \cdot (-4) = -6$.

$$б) 1,8x^2 + 0,6y^2 - 5,1y^2 + 3,2x^2 + 4,5y^2 = 5x^2.$$

Если $x = -0,8$, то $5 \cdot (-0,8)^2 = 32$.

В № 47 учащиеся выполняют уже известные им преобразования выражений, здесь важно, чтобы учащиеся проговаривали свои действия, используя новую терминологию.

$$a) -(y - 16) + 4(2y - 3) = -y + 16 + 8y - 12 = 7y + 4;$$

$$б) 5(a - 2b) + 3(-a + 3b) = 5a - 10b - 3a - 9b = 2a - 19b;$$

$$в) 4(m + 5n) - 5(m - 3n) = 12m + 20n - 5m + 15n = 7m + 35n;$$

$$г) -b(1 + x) + b(1 - x) = -b - bx + b - bx = -2bx;$$

$$д) 1,6(2p - k) - 0,8(4p - 5k) = 3,2p - 1,6k - 3,2p + 4k = 2,4k;$$

$$е) -0,2(5c + 3d) - 0,5(-4c + 0,8d) = -c - 0,6d + 2c - 0,4d = c - d.$$

В заданиях № 48–50 учащиеся выполняют преобразования для решения уравнения, рационализации нахождения значения буквенных выражений и для решения задач.

№ 48

$$a) 8(x - 4) + 3(2 - x) = -21$$

$$8x - 32 + 6 - 3x = -21$$

$$5x - 26 = -21$$

$$5x = -21 + 26$$

$$5x = 5$$

$$x = 1.$$

$$в) 3(2n - 5) - 2(3 - 4n) = 0$$

$$6n - 15 - 6 + 8n = 0$$

$$14n - 21 = 0$$

$$14n = 0 + 21$$

$$14n = 21$$

$$n = 1,5.$$

$$б) 2(3y + 4) - (9y - 7) = 15$$

$$6y + 8 - 9y + 7 = 15$$

$$-3y + 15 = 15$$

$$-3y = 15 - 15$$

$$-3y = 0;$$

$$y = 0.$$

$$г) -4(0,3k - 0,4) + 6(-0,8k + 0,2) = 0$$

$$-1,2k + 1,6 - 4,8k + 1,2 = 0$$

$$-6k + 2,8 = 0$$

$$-6k = 0 - 2,8$$

$$-6k = -2,8$$

$$k = \frac{7}{15}.$$

№ 49

$$a) 2(6a - 1) + 4(2 - a) = 12a - 2 + 8 - 4a = 8a + 6$$

Если $a = -0,625$, то $8 \cdot (-0,625) + 6 = -5 + 6 = 1$.

$$б) 15b - 3(2b + 5) + 2(-5b + 7) = 15b - 6b - 15 - 10b + 14 = -b - 1$$

Если $b = -0,8$, то $0,8 - 1 = 0,2$.

$$в) 2n(n - 4) - n(n - 8) = 2n^2 - 4n - n^2 + 8n = n^2 + 4n$$

Если $n = -1,5$, то $(-1,5)^2 + 4 \cdot (-1,5) = 2,25 - 6 = 3,75$.

$$г) x(x + y) - y(x - y) = x^2 + xy - xy + y^2 = x^2 + y^2$$

Если $x = -4$, $y = -5$, то $(-4)^2 + (-5)^2 = 16 + 25 = 41$.

№ 50

а) x шт. — коробок, $(x - 16)$ шт. — пакетов;

$1,5(x - 16)$ кг — в пакетах;

$0,5x$ кг — в коробках.

$$1,5(x - 16) + 0,5x = 32$$

$$1,5x - 24 + 0,5x = 32$$

$$2x - 24 = 32$$

$$2x = 32 + 24$$

$$2x = 56$$

$$x = 28$$

28 коробок, $28 - 16 = 12$ (п.);

$28 + 12 = 40$ (шт.).

Ответ: всего потребуется 40 коробок и пакетов.

б) x км/ч — собственная скорость катера, $(x + 2)$ км/ч — скорость по течению;

$(x - 2)$ км/ч — скорость против течения;

$(x + 2) \cdot 6$ (ч) плыл катер по течению реки;

$(x - 2) \cdot 8$ (ч) плыл катер против течения реки;

$$(x + 2) \cdot 6 + (x - 2) \cdot 8 = 164$$

$$6x + 12 + 8x - 16 = 164$$

$$14x - 4 = 164$$

$$14x = 164 + 4$$

$$14x = 168$$

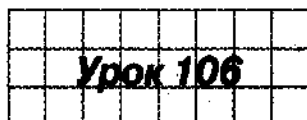
$$x = 12$$

12 км/ч — собственная скорость катера;

$$54 : 12 = 4,5 \text{ (ч)}.$$

Ответ: потребуется 4 часа 30 минут.

П. 3. 3. 4. ПОНЯТИЕ УРАВНЕНИЯ (1 час)



Основные содержательные цели

1) Сформировать понятие уравнения, корня уравнения, множества решений уравнения, уточнить представления о математическом моделировании.

2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами; понятие степени числа, модуля числа, противоположного и обратного числа; построение математических моделей текстовых задач; высказывания и их отрицания.

Четвертый пункт посвящен уточнению понятия уравнения и связанных с ним понятий. Понятия уравнения, его корня, решения уравнения известны учащимся с начальной школы. Наряду с рассматриваемым в начальной школе понятием уравнения как равенства с переменной, значение которой надо найти, учащиеся вспоминают и то, что уравнение является предложением с переменной. Интересным для ребят будет знакомство с термином корня уравнения как с примером метафоры в математическом языке. Подобно корню растения, удерживающему его в почве, корень уравнения удерживает его во множестве истинных высказываний.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по четвертому пункту предлагается сценарий № 106.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие, что значит решить уравнение.

2. Актуализация знаний.

Понятие уравнения, корня уравнения.

3. Задание на пробное действие.

При решении уравнений а) $|x - 15| = 21$; б) $4m = m^3$ учащиеся получили ответы в уравнении а) 36; в уравнении б) 0. Решили ли учащиеся уравнения?

4. Фиксация затруднения.

— У кого нет ответа на поставленный вопрос?

— Что вы не можете сделать? (Я не могу ответить на вопрос, решили ли ребята уравнения.)

— Кто считает, что дети решили уравнения?

— Как вы можете обосновать свой вывод?

Учащиеся могут воспользоваться понятием корня уравнения; необходимо указать, что надо было решить уравнение, а не найти корень уравнения.

— Кто считает, что дети не решили уравнения?

— Как вы можете обосновать свой вывод?

— Что вы не можете сделать? (Я не могу обосновать свой ответ.)

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия, что значит решить уравнение.

6. Цель деятельности.

Узнать, что значит решить уравнение.

7. Эталон.

Понятие уравнения

Уравнение — равенство, содержащее переменную, значение которой нужно найти.

Понятие корня уравнения

Корнем уравнения называется значение переменной, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

Понятие решения уравнения

Решить уравнение это значит найти все его корни или доказать, что корней нет.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 106 (109)
К	№ 69—76
П	№ 77—81
Д	п. 3.3.4, № 82—84
С	№ 85

Решения и ответы

При выполнении задания № 69 учащиеся не только выбирают, какая из записей является уравнением, но и обосновывают свой выбор. При этом шестиклассники могут ссылаться на определение уравнения или на два его характеристических свойства.

Уравнениями являются равенства под буквами б) и д).

№ 70

При выполнении задания учащиеся должны проговаривать определение корня уравнения.

а) $(-3)^2 - 5 = 2 \cdot (-3) + 10$

$9 - 5 = -6 + 10$

$4 = 4$ (И)

—3 является корнем уравнения $x^2 - 5 - 2x = 10$;

$$б) |-5| = -5$$

$$5 = -5 \text{ (Л)}$$

5 не является корнем уравнения $|-y| = -y$;

$$в) 0^2 = 2 \cdot 0$$

$$0 = 0 \text{ (И)}$$

0 является корнем уравнения $k^2 = 2k$;

$$г) -2(-2-1)(-2+1) = 0$$

$$-2 \cdot (-3) \cdot (-1) = 0$$

$$-6 = 0 \text{ (Л)}$$

-2 не является корнем уравнения $a(a-1)(a+1) = 0$.

Аналогично заданию №70 строится работа с заданием №71, при его выполнении учащиеся проговаривают каждый раз определение корня уравнения.

Чтобы ответить на вопрос, надо вместо переменной в уравнение $2x^2 + 5x + 2 = 0$ подставить предложенное значение и определить, получится верное равенство или нет.

$$а) x = 2 \quad 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 2 = 0$$

$$8 + 10 + 2 = 0$$

$$20 = 0 \text{ (Л)}$$

2 не является корнем уравнения;

$$б) x = -2 \quad 2 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2) + 2 = 0$$

$$8 - 10 + 2 = 0;$$

$$0 = 0 \text{ (И)}$$

-2 является корнем уравнения;

$$в) x = \frac{1}{2} \quad 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 2 = 0;$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + 2 = 0;$$

$$5 = 0 \text{ (Л)}$$

$\frac{1}{2}$ не является корнем уравнения;

$$г) x = -\frac{1}{2} \quad 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = 0;$$

$$\frac{1}{2} - \frac{5}{2} + 2 = 0;$$

$$0 = 0 \text{ (И)}$$

$-\frac{1}{2}$ является корнем уравнения.

В заданиях №72—75 учащимся придется решить уравнения, которые имеют один, два, пять корней, бесконечное число корней или не имеют их вовсе. Кроме понятий, известных учащимся из курса начальной школы, у учащихся формируется представление о множестве значений переменной, входящей в уравнение. Под этим множеством понимается множество значений, при которых уравнение имеет смысл. В связи с этим в задание №72 включаются уравнения, корни которых не могут принимать значение, равное нулю.

№72

а) $|x| = 3$ — уравнение имеет два корня: 3; -3;

$|y| = -3$ — уравнение не имеет корней, т. к. модуль число неотрицательное;

$|z| = 0$ — уравнение имеет один корень: 0;

б) $x^2 = 16$ — уравнение имеет два корня: -4; 4;

$x^2 = -16$ — уравнение не имеет корней, т. к. квадрат числа неотрицательное число;

$x^2 = 0$ — уравнение имеет один корень: 0;

в) $\frac{x(x-5)}{x} = 0$ — уравнение имеет один корень: 5;

$\frac{2(y+3)(y-6)}{x} = 0$ — уравнение имеет два корня: -3; 6;

$-4z(z-1)(z+2)(z-3)(z+4) = 0$ — уравнение имеет 5 корней: 0; 1; -2; 3; -4.

№ 73

При выполнении данного номера учащиеся впервые встречаются с уравнением, решением которого является любое число.

а) $(-x)^2 = x^2$

$(-x) \cdot (-x) = x^2$

$x^2 = x^2$.

б) $(-x)^3 = -x^3$

$(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = -x^3$

$-x^3 = -x^3$.

в) $3(x-4) = x - 2(6-x)$

$3x - 12 = x - 12 + 2x$

$3x - 12 = 3x - 12$

г) $|x| = |-x|$

$x = x$.

№ 74

а) $x + 4 = x - 3$

Левая часть уравнения больше правой части, и ни при каких значениях x значения выражений не будут равны.

б) $x^2 + 1 = 0$

Левая часть уравнения больше 0 при любом значении переменной.

в) $|2x - 3| = -1$

Модуль числа неотрицательное число при любом значении переменной.

№ 75

При выполнении данного упражнения целесообразно записывать ответ в соответствии с определением понятия «решить уравнение».

а) $6x - 2(3x - 7) = 14$

$6x - 6x + 14 = 14$

$0 \cdot x + 14 = 14$

$0 \cdot x = 14 - 14$

$0 \cdot x = 0$

x — любое число.

г) $t^2 = -36$

Ответ: нет корней.

Ответ: любое число.

б) $2y + 3(y - 2) - 5(y - 3) = 0$

$2y + 3y - 6 - 5y + 15 = 0$

$0 \cdot y + 9 = 0$

$0 \cdot y = -9$

Нет корней.

Ответ: нет корней.

д) $|5b + 4| = 0$

$5b + 4 = 0$

$5b = 0 - 4$

$5b = -4$

$b = -0,8$

Ответ: $\{-0,8\}$.

в) $z^2 = 25$

Ответ: $\{-5; 5\}$.

е) $|c - 2| = 1$

$c - 2 = 1$ или $c - 2 = -1$

$c = 1 + 2$ $c = -1 + 2$

$c = 3$ $c = 1$

Ответ: $\{1; 3\}$.

№ 76

$3x(x+2)(3x-5) = 0$

$x = 0$; $x = -2$; $x = 1\frac{2}{3}$.

а) Ответ: $\{-2; 0; 1\}$.

б) Ответ: $\{-2; 0\}$.

в) Ответ: нет решения.

г) Ответ: $\{1\frac{2}{3}\}$.

д) Ответ: $\{0; 1\frac{2}{3}\}$.

П. 3. 3. 5. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ (2 часа)

Уроки 107–108									

Основные содержательные цели

- 1) Систематизировать знания детей о методах решения уравнений и рассмотреть новый метод решения — перенос слагаемых.
- 2) Тренировать умение решать уравнения.
- 3) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами; правила раскрытия скобок; основное свойство пропорции; построение математических моделей текстовых задач; сравнение дробей.

В этом пункте систематизируются все известные учащимся методы решения уравнений.

- 1) Использование правил нахождения неизвестных компонентов арифметических действий.
- 2) Упрощение выражений в записи уравнения.
- 3) Метод «весов» (вычитание из обеих частей равенства одного и того же числа и умножение обеих частей равенства на одно и то же число для приведения коэффициентов к целым числам).
- 3) Основное свойство пропорции.
- 4) Общенаучные методы, когда иного способа решения нет:
 - метод проб и ошибок;
 - метод перебора.

Для того, чтобы учащиеся самостоятельно «открыли» прием решения уравнений путем переноса слагаемых, можно создать следующую проблемную ситуацию.

Предложить учащимся решить данные уравнения одним способом:

- 1) $5 + x = 1$; 2) $-x - 48 = 18$; 3) $x - 8 = 3x$.

На данный момент учащиеся могут решить первые два уравнения, находя неизвестный компонент арифметических действий, третье — методом «весов». Учащиеся, выполняя первый шаг в решении уравнений, используя известные им методы. Проанализировав решение с использованием понятия «алгебраическая сумма», и сравнивая полученные равенства с исходными, учащиеся формулируют новое общее правило.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по пятому пункту предлагаются сценарии № 107–108.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Правило переноса слагаемых.

2. Актуализация знаний.

Известные способы решения уравнений.

3. Задание на пробное действие.

$$6m + 12 = -2m + 8$$

$$6m + 2m = 8 - 12$$

Определить, не решая уравнения, верно ли утверждение, что пара уравнений имеет одинаковые корни?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу, не решая уравнения, определить, будут ли у уравнений одинаковые корни.

— Я не могу обосновать свой вывод.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, который позволил бы нам определить, будут ли у уравнений одинаковые корни.

6. Цель деятельности.

Построить способ, которые позволит определить, будут ли у уравнений одинаковые корни.

7. Эталон.

Правило переноса слагаемых

Слагаемые можно переносить из одной части в другую, меняя знак на противоположный.

Цель урока № 108: сформировать способность к анализу собственной деятельности; повторить примеры равносильных преобразований уравнений, закрепить алгоритм решения уравнения, используя перенос слагаемых из одной части уравнения в другую.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 107 (110)	Урок 108 (111)
К	№ 86—88, 93	№ 89—92, 94
П	№ 98—100, 102	№ 101—103
Д	п. 3.3.5, № 106 (а—г), 108, 111 (а—в)	п. 3.3.5, № 106 (д—з), 109, 111 (г—е)
С	№ 113 (а)	№ 113 (б)

Решения и ответы

№ 86

Данное упражнение можно использовать на этапе актуализации знаний.

а) $-x + 3 = 2$

$$-x = 2 - 3$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

Ответ: {1}.

в) $z - 9 = -3$

$$z = -3 + 9$$

$$z = 6$$

Ответ: {6}.

б) $-5 + y = -4$

$$y = -4 + 5;$$

$$y = 1$$

Ответ: {1}.

г) $-7 - t = 0$

$$t = -7 - 0$$

$$t = -7$$

Ответ: {-7}.

№ 87

Упражнение тренирует умение решать уравнения методом переноса слагаемых.

а) $9 - 4y = -5y$

$$-4y + 5y = -9$$

$$y = -9$$

Ответ: {-9}.

б) $12a - 1 = -a + 25$

$$12a + a = 1 + 25$$

$$13a = 26$$

$$a = 2$$

Ответ: {2}.

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad 8 + 3b &= -7 - 2b \\ 3b + 2b &= -7 - 8 \\ 5b &= -15 \\ b &= -3 \end{aligned}$$

Ответ: $\{-3\}$.

$$\text{г)} \quad 4n = -2 + 6n + 7$$

$$4n - 6n = -2 + 7$$

$$-2n = 5;$$

$$n = -2,5$$

Ответ: $\{-2,5\}$.

$$\text{д)} \quad 2 - c = 5c + 1$$

$$-c - 5c = 1 - 2$$

$$-6c = -1$$

$$c = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\{\frac{1}{6}\}$.

$$\text{и)} \quad \frac{11}{12}x - \frac{2}{3} = -0,5 - \frac{3}{4}x$$

$$\frac{11}{12}x + \frac{3}{4}x = -0,5 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{3}x = \frac{1}{6}$$

$$x = 0,1$$

Ответ: $\{0,1\}$.

№ 88

$$\text{а)} \quad 2a - (14 - 3a) = -10$$

$$2a - 14 + 3a = -10$$

$$5a - 14 = -10$$

$$5a = -10 + 14$$

$$5a = 4$$

$$a = 0,8$$

Ответ: $\{0,8\}$.

$$\text{б)} \quad (9 - 2b) - (b + 5) = 16$$

$$9 - 2b - b - 5 = 16$$

$$4 - 3b = 16$$

$$-3b = 16 - 4$$

$$-3b = 12$$

$$b = -4$$

Ответ: $\{-4\}$.

$$\text{в)} \quad -(4c - 7) = 5c + (11 - 7c)$$

$$-4c + 7 = 5c + 11 - 7c$$

$$-4c + 7 = 11 - 2c$$

$$-4c + 2c = 11 - 7$$

$$-2c = 4$$

$$c = -2$$

Ответ: $\{-2\}$.

$$\text{е)} \quad -3d - 10 = 3d - 6$$

$$-3d - 3d = 10 - 6$$

$$-6d = 4$$

$$d = -\frac{2}{3}$$

Ответ: $\{-\frac{2}{3}\}$.

$$\text{ж)} \quad \frac{5}{6}m + 2 = \frac{1}{3}m - 0,8$$

$$\frac{5}{6}m - \frac{1}{3}m = -0,8 - 2$$

$$\frac{1}{2}m = -2,8$$

$$m = -2,8 : 0,5$$

$$m = -5,6$$

Ответ: $\{-5,6\}$.

$$\text{з)} \quad -1,6 - 0,3p = 0,9p + 0,2$$

$$-0,3p - 0,9p = 1,6 + 0,2$$

$$-1,2p = 1,8$$

$$p = -1,5$$

Ответ: $\{-1,5\}$.

$$\text{г)} \quad -6x + 2(5 - 3x) = 8$$

$$-6x + 10 - 6x = 8$$

$$-12 \cdot x = 8 - 10$$

$$-12 \cdot x = -2$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{6}.$$

$$\text{д)} \quad 18 - 4y = 7(2 - y) + 6$$

$$18 - 4y = 14 - 7y + 6$$

$$18 - 4y = 20 - 7y$$

$$-4y + 7y = 20 - 18$$

$$3y = 2$$

$$y = \frac{2}{3}$$

Ответ: $\{\frac{2}{3}\}$.

$$\text{е)} \quad 4(-2z + 5) = 14 - 2(4z - 3)$$

$$-8z + 20 = 14 - 8z + 6$$

$$-8z + 20 = 20 - 8z$$

$$-8z + 8z = 20 - 20$$

$$0 \cdot z = 0$$

Ответ: любое число.

№ 89

Выполняя данный номер, целесообразно с учащимися, вспомнив метод «весов», зафиксировать правила умножения и деления обеих частей уравнения на одно и то же число, отличное от 0.

$$a) \frac{x}{5} - 4 = -0,1x + 2 \mid (\cdot 5)$$

$$\left(\frac{x}{5} - 4\right) \cdot 5 = (-0,1x + 2) \cdot 5$$

$$x - 20 = -0,5x + 10$$

$$x + 0,5x = 20 + 10$$

$$1,5x = 30$$

$$x = 20$$

Ответ: {20}.

$$6) 0,4b + 0,8 = 0,9b - 2,7 \mid (\cdot 10)$$

$$(0,4b + 0,8) \cdot 10 = (0,9b - 2,7) \cdot 10$$

$$(0,4b + 0,8) \cdot 10 = (0,9b - 2,7) \cdot 10$$

$$4b + 8 = 9b - 27$$

$$4b - 9b = -8 - 27$$

$$-5b = -35$$

$$b = 7$$

Ответ: {7}.

$$в) 1 - \frac{a}{7} = \frac{a}{14} - 0,25a \mid (\cdot 28)$$

$$\left(1 - \frac{a}{7}\right) \cdot 28 = \left(\frac{a}{14} - 0,25a\right) \cdot 28$$

$$28 - 4a = 2a - 7a$$

$$-4a - 2a + 7a = -28$$

$$a = -28$$

Ответ: {-28}.

№ 90

$$a) \frac{-3}{9-4a} = \frac{40}{200}$$

$$200 \cdot (-3) = 40(9 - 4a)$$

$$-600 = 360 - 160a$$

$$160a = 360 + 600$$

$$160a = 960$$

$$a = 6$$

Ответ: {6}.

$$6) \frac{1-2b}{4} = \frac{0,8}{0,5}$$

$$0,5(1 - 2b) = 4 \cdot 0,8; (\cdot 10)$$

$$5(1 - 2b) = 4 \cdot 8$$

$$5 - 10b = 32$$

$$-10b = 27$$

$$b = -2,7$$

Ответ: {-2,7}.

$$r) 3 - \left(\frac{2}{9}m + \frac{1}{6}\right) = \frac{m}{3} + 1,5 \mid (\cdot 18)$$

$$\left(3 - \left(\frac{2}{9}m + \frac{1}{6}\right)\right) \cdot 18 = \left(\frac{m}{3} + 1,5\right) \cdot 18$$

$$54 - 4m - 3 = 6m + 27$$

$$4m - 6m = 3 + 27 - 54$$

$$-2m = -24$$

$$m = 12$$

Ответ: {12}.

$$д) 2,6z - 0,2(3z - 9) = -0,5(2z + 6) \mid (\cdot 10)$$

$$26z - 2(3z - 9) = -5(2z + 6)$$

$$26z - 6z + 18 = -10z - 30$$

$$20z + 18 = -10z - 30$$

$$20z + 10z = -18 - 30$$

$$30z = -48$$

$$z = -1,6$$

Ответ: {-1,6}.

$$е) \frac{5}{12}(c - 3) - \frac{1}{6}(2c - 7) = 2 \mid (\cdot 12)$$

$$\left(\frac{5}{12}(c - 3) - \frac{1}{6}(2c - 7)\right) \cdot 12 = 2 \cdot 12$$

$$5(c - 3) - 2(2c - 7) = 24$$

$$5c - 15 - 4c + 14 = 24$$

$$c - 1 = 24$$

$$c = 24 + 1$$

$$c = 25$$

Ответ: {25}.

$$в) \frac{5+3x}{12} = \frac{4x-3}{18}$$

$$18(5 + 3x) = 12(4x - 3)$$

$$90 + 54x = 48x - 36$$

$$-48x + 54x = -90 - 36$$

$$6x = -126$$

$$x = -21$$

Ответ: {-21}.

$$г) \frac{0,9}{7+5y} = \frac{0,2}{y-4}$$

$$0,9(y - 4) = 0,2(7 + 5y); (\cdot 10)$$

$$9(y - 4) = 2(7 + 5y)$$

$$9y - 36 = 14 + 10y$$

$$9y - 10y = 14 + 36$$

$$-y = 50$$

$$y = -50$$

Ответ: {-50}.

№ 91

а) $7x(9 - 2x) = 70$ (: 7)

$x(9 - 2x) = 10$

x	1	2	5	10
$9 - 2x$	10	5	2	1

Если $x = 1$, то $9 - 2 = 10$ (Л).

Если $x = 2$, то $9 - 4 = 5$ (И).

Если $x = 5$, то $9 - 10 = 2$ (Л).

Если $x = 10$, то $9 - 20 = 1$ (Л).

Ответ: {2}

б) $x(2x - 1)(4 - x)(x + 1) = 60$

$x < 4$

x	1	2	3
$2x - 1$	1	3	5
$4 - x$	3	2	1
$x + 1$	2	3	4

Ответ: {3}.

№ 92

а) $x(x + 8) = 33$

Если $x = 2$, то $2(2 + 8) = 33$

$2 \cdot 10 = 33$

$20 = 33$ (Л).

Если $x = 3$, то $3(3 + 8) = 33$

$3 \cdot 11 = 33$

$33 = 33$ (Л).

Если $x < 3$, то $3(3 + 8) < 33$

Если $x > 3$, то $3(3 + 8) > 33$

Ответ: {3}.

б) $3x^2 - 14x - 15 = 0$

Если $x = 4$, то $3 \cdot 16 - 14 \cdot 4 - 15 = 0$;

$48 - 56 - 14 = 0$;

$-22 = 0$ (Л).

Если $x = 5$, то $3 \cdot 25 - 14 \cdot 5 - 15 = 0$;

$75 - 70 - 15 = 0$;

$-10 = 0$ (Л).

Если $x = 6$, то $3 \cdot 36 - 14 \cdot 6 - 15 = 0$;

$108 - 84 - 15 = 0$;

$9 = 0$ (Л).

Ответ: нет натуральных решений.

Чтобы подготовить изучение следующего пункта, можно решить одну из задач № 93—95. При составлении уравнения в № 93 учащимся в первый раз придется записать на математическом языке, что жидкость из одной емкости перелили в другую. При решении задач № 93 и № 95 учащиеся заполняют таблицу. Для № 94 учащиеся могут использовать графическую схему, составленное по ней уравнение пока не обосновывается. При нехватке времени решение задач можно опустить, им будет полностью посвящен следующий пункт.

№ 93

а)

	Было, л	Стало, л
Первая банка	$2x$	$2x - 0,5$
Вторая банка	x	$x + 0,5$

$2x - 0,5 = x + 0,5$

$2x - x = 0,5 + 0,5$

$x = 1$

1 л во второй банке;

$2 \cdot 1 = 2$ (л).

Ответ: в банках 1 л и 2 л.

6)

	Было, л	Стало, л
Первая бочка	$4x$	$4x - 60$
Вторая бочка	x	$x + 60$

$$(x + 60) \cdot 1,5 = 4x - 60 \quad | (\cdot 10)$$

$$(x + 60) \cdot 15 = (4x - 60) \cdot 10$$

$$15x + 900 = 40x - 600$$

$$600 + 900 = 40x - 15x$$

$$25x = 1500$$

$$x = 60$$

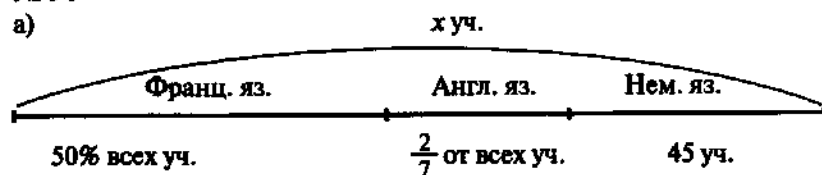
60 л во второй бочке;

$$4 \cdot 60 = 240 \text{ (л).}$$

Ответ: в бочках 60 л и 240 л.

№ 94

а)



$$0,5x + \frac{2}{7}x + 45 = x$$

$$45 = x - 0,5x - \frac{2}{7}x \quad | (\cdot 14)$$

$$45 \cdot 14 = (x - 0,5x - x) \cdot 14$$

$$45 \cdot 14 = 14x - 7x - 4x$$

$$45 \cdot 14 = 3x$$

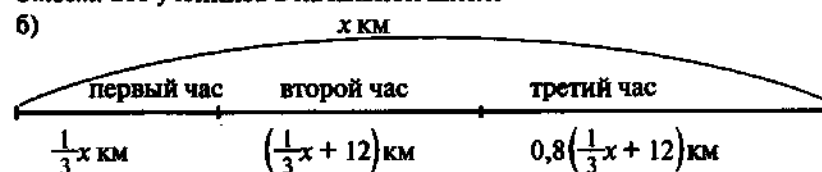
$$x = (45 \cdot 14) : 3$$

$$x = 15 \cdot 14$$

$$x = 210$$

Ответ: 210 учеников в начальной школе

б)



$$\frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{3}x + 12\right) + 0,8\left(\frac{1}{3}x + 12\right) = x \quad | (\cdot 15)$$

$$\left(\frac{1}{3}x + \left(\frac{1}{3}x + 12\right) + 0,8\left(\frac{1}{3}x + 12\right)\right) \cdot 15 = 15x$$

$$5x + 5x + 180 + 4x + 144 = 15x$$

$$324 = 15x - 14x$$

$$x = 324$$

Ответ: весь путь 324 км.

№ 95

а)

	Было, кг	Ежедневный расход, кг	Количество дней	Стало, кг
Рис	120	3	x	$120 - 3x$
Гречка	150	5	x	$150 - 5x$

$$120 - 3x = 150 - 5x$$

$$-3x + 5x = 150 - 120$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

Ответ: через 15 дней.

б)

	<i>p</i>	<i>t</i>	План	Осталось сделать
1 рабочий	25	10	<i>x</i>	<i>x</i> - 250
2 рабочий	20	10	<i>x</i>	<i>x</i> - 200

$$2(x - 250) = x - 200$$

$$2x - 500 = x - 200$$

$$2x - x = -200 + 500$$

$$x = 300$$

300 - 250 = 50 (д.) — осталось сделать первому рабочему;

300 - 200 = 100 (д.) — осталось сделать второму рабочему.

Ответ: первому осталось сделать 50 деталей, второму — 100 деталей.

При выполнении № 96 учащиеся применяют все известные им на данный момент методы решения уравнений.

а) $x = -\frac{1}{6}x$

$$x + \frac{1}{6}x = 0$$

$$1\frac{1}{6}x = 0$$

$$x = 0$$

Ответ: {0}.

д) $1\frac{5}{7}(d+3) = -2(1-d) \mid (\cdot 7)$

$$12(d+3) = -14(1-d)$$

$$12d + 36 = -14 + 14d$$

$$14 + 36 = 14d - 12d$$

$$2d = 50$$

Ответ: {25}.

б) $3,2 - 5a = -1,8a + 4 \mid (\cdot 10)$

$$(3,2 - 5a) \cdot 10 = (-1,8a + 4) \cdot 10$$

$$32 - 50a = -18a + 40$$

$$18a - 50a = -32 + 40$$

$$-32a = 8$$

$$a = -0,25$$

Ответ: {-0,25}.

е) $0,6(-2k+3) - 0,4(9-k) = -0,3(k-9) \mid (\cdot 10)$

$$6(-2k+3) - 4(9-k) = -3(k-9)$$

$$-12k + 18 - 36 + 4k = -3k + 27$$

$$-8k - 18 = -3k + 27$$

$$-8k + 3k = 18 + 27$$

$$-5k = 45$$

$$k = -9$$

Ответ: {-9}.

в) $4\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3}x = 4x + 3\frac{5}{18} \mid (\cdot 18)$

$$\left(4\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3}x\right) \cdot 18 = \left(4x + 3\frac{5}{18}\right) \cdot 18$$

$$75 - 42x = 72x + 59$$

$$75 - 59 = 72x + 42x$$

$$16x = 16$$

$$x = 1$$

Ответ: {1}.

ж) $\frac{5}{8}(m-2) - \frac{2}{3}(m+2) = m-3 \mid (\cdot 24)$

$$15(m-2) - 16(m+2) = 24m - 72$$

$$15m - 30 - 16m - 32 = 24m - 72$$

$$-m - 62 = 24m - 72$$

$$72 - 62 = 24m + m$$

$$10 = 25m$$

$$m = 0,4$$

Ответ: {0,4}.

г) $0,3n - (2,6 - 0,9n) = 1,2n + 3 \mid (\cdot 10)$

$$(0,3n - (2,6 - 0,9n)) \cdot 10 = (1,2n + 3) \cdot 10$$

$$3n - 26 + 9n = 12n + 30$$

$$12n - 12n = 26 + 30$$

$$0 \cdot n = 56$$

Ответ: нет решения.

з) $\frac{4x-3}{3-5x} = \frac{0,14}{0,35}$

$$35(4x-3) = 14(3-5x) \mid (\cdot 7)$$

$$5(4x-3) = 2(3-5x)$$

$$20x - 15 = 6 - 10x$$

$$20x + 10x = 6 + 15$$

$$30x = 21$$

$$x = 0,7$$

Ответ: {0,7}.

№ 97

$$\left(x + \frac{2}{3}x\right) + \frac{1}{3}\left(x + \frac{2}{3}x\right) \cdot \frac{1}{3} = 10 \mid (\cdot 27)$$

$$\left(x + \frac{2}{3}x\right) + \frac{1}{3}\left(x + \frac{2}{3}x\right) \cdot 9 = 270$$

$$9\left(x + \frac{2}{3}x\right) + 3\left(x + \frac{2}{3}x\right) = 270$$

$$9x + 6x + 3x + 2x = 270$$

$$20x = 270$$

$$x = 13,5$$

Ответ: {13,5}.

П. 3.3.6. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕТОДОМ УРАВНЕНИЙ (4 часа)

Уроки	108	–	111						

Основные содержательные цели

- 1) Уточнить представления о математическом моделировании.
- 2) Систематизировать знания детей о методах решения текстовых задач.
- 3) Тренировать умение решать текстовые задачи всех изученных видов методом уравнений.
- 4) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами; правила раскрытия скобок; распределительное свойство умножения; понятие степени числа, модуля числа, противоположного и обратного числа; основное свойство дроби; основное свойство пропорции; построение математических моделей текстовых задач; высказывания и их отрицания; единицы скорости; выражение зависимостей между величинами формулой, таблицей, графиком; координатный угол.

В этом пункте уточняется представление о математическом моделировании, которое начинало формироваться у учащихся с 5 класса. Говоря с учащимися о моделировании в 5 классе, обговаривались два его основных этапа — составление математической модели (как перевод с русского языка на математический) и работа с этой моделью для получения ответа на вопрос задачи. Теперь уточняется, что процесс математического моделирования включает в себя три этапа:

- 1) построение модели;
- 2) работа с моделью;
- 3) практический вывод из модели и его анализ.

В соответствии с этими этапами решение задачи с помощью уравнения также разбивается на три этапа. Можно попросить учащихся самостоятельно найти и назвать каждый из них. В данном пункте основное внимание сосредотачивается на первом и третьем этапах, т. к. решению уравнений был посвящен предыдущий пункт.

С учащимися строится алгоритм решения задачи с помощью уравнения. С данного момента учащиеся начинают записывать обоснование составления уравнения (в случае заполнения ими таблицы они уже делали это и ранее). При этом учащиеся знакомятся с четкими указаниями того, что нужно записывать в обоснование: какая величина принята за x ; как выражаются через x другие неизвестные величины; условие, на основании которого составлено уравнение.

Опыт показывает, что затруднение у учащихся вызывает оптимальный выбор величины, которую следует обозначить за x . То есть такой выбор, который бы обеспечивал простоту составленного ими уравнения и удобство его решения. Здесь им могут помочь «неформальные правила», которыми можно дополнить пятый шаг алгоритма: если задача на дроби, то за x удобнее взять целое, если нет — наименьшую из величин. И правило, сформулированное в учебнике: «Пробуй, а если не получится — пробуй еще!»

В этом пункте повторяются и систематизируются все изученные учащимися виды текстовых задач, они решаются с помощью уравнения.

Следует обратить внимание на задание № 120, при выполнении которого учащиеся фиксируют на математическом языке результат того, что некие объекты «переложили», «перелили» (если учитель не отобрал задание № 93 для предыдущих уроков, то этот вид задач для них будет новым).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по шестому пункту предлагаются сценарии № 109–112.

Так как учащиеся уже решали задачи с помощью уравнений, то все уроки целесообразно провести как уроки рефлексии. На первом уроке, на этапе актуализации учащиеся повторяют этапы моделирования, а в процессе решения задач дополняют уже имеющийся алгоритм новыми шагами (алгоритм решения задач с помощью уравнений предлагается в учебнике).

Цель урока № 109: сформировать умение решать текстовые задачи всех изученных видов с помощью уравнений; уточнить представления о математическом моделировании; повторить и закрепить: действия с рациональными числами, нахождение части от числа.

Цели уроков № 110–112: сформировать способность к рефлексии собственной деятельности: фиксированию собственных затруднений по теме «Решение задач методом уравнения», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; повторить и закрепить: нахождение части от числа; построение математических моделей текстовых задач; алгоритм решения текстовых задач методом уравнения; выражение зависимостей между величинами таблицей; решение уравнений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 108 (111)	Урок 109 (112)
К	№ 115–118	№ 119–123
П	№ 134 (1)—136	№ 134 (2), 137–139
Д	п. 3.3.6, №149,160	№ 150,154,161
С	№ 163	№ 164

Урок №	Урок 110 (113)	Урок 111 (114)
К	№ 124–128	№ 129–133
П	№ 134 (3), 140–141	№ 143 (а), 144–146
Д	№151,155, 156	№ 152,158,162
С	№ 165	№ 166

Решения и ответы

№ 115

а) В сутках 24 часа.

Пусть от начала суток прошло x ч, тогда осталось $-(24 - x)$ ч. По условию от начала суток прошло 20% времени, прошедшего от начала суток, можно составить уравнение:

$$0,2 \cdot (24 - x) = x$$

$$4,8 - 0,2x = x$$

$$4,8 = x + 0,2x$$

$$1,2x = 4,8$$

$$x = 4$$

Ответ: сейчас 4 часа.

б) Пусть от начала суток прошло x ч, тогда осталось $-(24 - x)$ ч. По условию до конца суток осталось времени, прошедшего от начала суток, можно составить уравнение:

$$\frac{3}{5}x = 24 - x \quad | \cdot 5$$

$$3x = 120 - 5x$$

$$3x + 5x = 120$$

$$8x = 120$$

$$x = 15$$

Ответ: сейчас 15 часов.

№ 116

а)

	p	t	A
Ученик	x	10 ч	$10x$
Мастер	$x + 15$	8 ч	$8(x + 15)$

Мастер и ученик выполняют одну работу:

$$8(x + 15) = 10x$$

$$8x + 120 = 10x$$

$$10x - 8x = 120$$

$$2x = 120$$

$$x = 60$$

60 дет./ч — производительность ученика.

$$60 + 15 = 75 \text{ (д./ч).}$$

Ответ: производительность ученика 60 деталей в час, а производительность мастера — 75 деталей в час.

б)

	v , км/ч	t , ч	s , км
Скорый поезд	$x + 28$	10	$10(x + 28)$
Пассажирский поезд	x	12,5	$12,5x$

По условию задачи поезда проходят одинаковое расстояние:

$$10(x + 28) = 12,5x$$

$$10x + 280 = 12,5x$$

$$12,5x - 10x = 280$$

$$2,5x = 280$$

$$x = 112$$

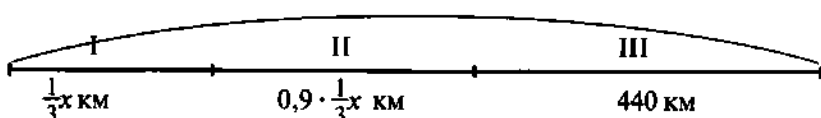
112 км/ч скорость пассажирского поезда.

$$112 \cdot 12,5 = 1400 \text{ (км).}$$

Ответ: расстояние между городами 1400 км.

№ 117

а) Пусть x км — все расстояние. x км



$$\frac{1}{3}x + 0,9 \cdot \frac{1}{3}x + 440 = x$$

$$\frac{1}{3}x + 0,3x + 440 = x \quad | \cdot 30$$

$$10x + 9x + 13\,200 = 30x$$

$$11x = 13\,200$$

$$x = 1200$$

1200 км — все расстояние.

$$0,9 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1200 = 360 \text{ (км)}.$$

Ответ: во второй день грузовик проехал 360 км.

б) Пусть вся дорога x км, в апреле отремонтировано $\frac{2}{9}x$ км, после этого осталось отремонтировать $\frac{7}{9}x$ км, в мае отремонтировано $\frac{6}{7} \cdot \frac{7}{9}x$ км, а в июне осталось 5 км.

$$\frac{2}{9}x + \frac{2}{3}x + 5 = x \quad | \cdot 9$$

$$2x + 6x + 45 = 9x$$

$$x = 45$$

45 км — вся дорога

$$\frac{2}{3} \cdot 45 = 30 \text{ (км)}.$$

Ответ: в мае отремонтировали 30 км.

№ 118

а) В коробке было x конфет, после того как из коробки взяли 4 конфеты, в ней осталось $(x - 4)$ конфет, второй раз взяли $\frac{1}{4}(x - 4)$ конфет, и в коробке осталось $[(x - 4) - \frac{1}{4}(x - 4)]$ конфет, что соответствует $\frac{2}{3}x$ конфет. Составим уравнение:

$$(x - 4) - \frac{1}{4}(x - 4) = \frac{2}{3}x$$

$$x - 4 - \frac{1}{4}x + 1 = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{3}{4}x - 3 = \frac{2}{3}x$$

$$\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = 3$$

$$\frac{1}{12}x = 3$$

$$x = 3 : \frac{1}{12}$$

$$x = 36$$

$$36 \cdot \frac{2}{3} = 24 \text{ (к.)}$$

Ответ: в коробке 24 конфеты.

б) Длина бревна x м, сначала отпилили 0,3х м, и осталось 0,7х м. Во второй раз отпилили $0,4 \cdot 0,7x$ (м). После второго раза осталось $0,7x - 0,4 \cdot 0,7x$ (м), что по условию соответствует 2,1 м. Составим уравнение:

$$0,7x - 0,4 \cdot 0,7x = 2,1$$

$$0,42x = 2,1$$

$$x = 5$$

$$0,4 \cdot 0,7 \cdot 5 = 1,4 \text{ (м)}.$$

Ответ: второй раз отпилили 1,4 м.

№ 119

а)

	Было	Продали за день	Осталось
Яблони	450	$4x$	$450 - 4x$
Сливы	180	x	$180 - x$

По условию задачи саженцев слив осталось на 150 меньше, чем яблонь. Составим уравнение:

$$(450 - 4x) - (180 - x) = 150$$

$$450 - 4x - 180 + x = 150$$

$$-4x + x = 150 - 450 + 180$$

$$-3x = -120$$

$$x = 40$$

40 саженцев слив продали за день;

$40 \cdot 4 = 160$ (с.) яблонь продали за день;

$40 + 160 = 200$ (с.).

Ответ: всего продали 200 саженцев.

б)

	Было, м ³	Выкачали, м ³	Осталось, м ³
I	$3x$	200	$3x - 200$
II	x	200	$x - 200$

По условию во втором осталось в 5 раз меньше воды, чем в первом. Составим уравнение:

$$3x - 200 = 5(x - 200)$$

$$3x - 200 = 5x - 1000$$

$$3x - 5x = 200 - 1000$$

$$-2x = -800$$

$$x = 400$$

400 м³ было первоначально во втором бассейне;

$3 \cdot 400 = 1200$ (м³).

Ответ: в первом было 1200 м³ воды, во втором — 400 м³.

№ 120

а)

	Было, шт	Стало, шт
I	$1,5x$	$1,5x - 6$
II	x	$x + 6$

По условию в пачках стало тетрадей поровну. Составим уравнение:

$$1,5x - 6 = x + 6$$

$$1,5x - x = 6 + 6$$

$$0,5x = 12$$

$$x = 24$$

24 тетради было во второй пачке;

$1,5 \cdot 24 = 36$ (шт.).

Ответ: в первой пачке было 36 тетрадей, во второй — 24 тетради.

б)

	Было, л	Стало, л
I	$4x$	$4x - 1,6$
II	x	$x + 1,6$

По условию задачи во втором бидоне стало в 1,5 раза больше масла, чем в первом. Составим уравнение:

$$x + 1,6 = 1,5(4x - 1,6)$$

$$x + 1,6 = 6x - 2,4$$

$$x - 6x = -1,6 - 2,4$$

$$-5x = -4;$$

$$x = 0,8$$

$$4 \cdot 0,8 - 1,6 = 1,6 \text{ (л) стало в первом бидоне;}$$

$$0,8 + 1,6 = 2,4 \text{ (л).}$$

Ответ: в первом бидоне стало 1,6 л, а во втором — 2,4 л.

№ 121(а)

а) Пусть отрезок $AB = x$ (см), тогда отрезок $CD = 2x$ (см). Новая длина отрезка $AB = x + 3$ (см), новая длина отрезка $CD = 2x - 4$ (см) ($40 \text{ мм} = 4 \text{ см}$). По условию длина AB составляет 75% длины CD . Составим уравнение:

$$x + 3 = 0,75(2x - 4)$$

$$x + 3 = 1,5x - 3$$

$$x - 1,5x = -3 - 3$$

$$-0,5x = -6$$

$$x = 12$$

12 см длина отрезка AB .

$$2 \cdot 12 = 24 \text{ (см).}$$

Ответ: длина отрезка CD равна 12 см.

№ 122

а)

	Было, кг	Отсыпали, кг	Стало, кг
I	x	$\frac{2}{3}x$	$x - \frac{2}{3}x$
II	$5 - x$	$\frac{1}{7}(5 - x)$	$(5 - x) - \frac{1}{7}(5 - x)$

По условию задачи в обоих пакетах сахара стало поровну. Составим уравнение:

$$x - \frac{2}{3}x = (5 - x) - \frac{1}{7}(5 - x)$$

$$x - \frac{2}{3}x = 5 - x - \frac{5}{7} + \frac{1}{7}x$$

$$x - \frac{2}{3}x + x - \frac{1}{7}x = 5 - \frac{5}{7}$$

$$1\frac{4}{21}x = 4\frac{2}{7}$$

$$x = 3,6$$

3,6 кг было в первом пакете.

$$5 - 3,6 = 1,4 \text{ (кг)}$$

Ответ: в первом пакете было 3,6 кг сахара, а во втором — 1,4 кг.

б)

	Было, ч.	Стало, ч.
I	x	$x - 1 + 6$
II	$1,2x$	$1,2x - 4 + 3$

$(x - 1 + 6) - (1,2x - 4 + 3) = x - 1 + 6 - 1,2x + 4 - 3 = -0,2x + 6$ (ч) — разница между количеством человек в первом и втором вагонах, по условию задачи это составляет 8% количества людей, находящихся в первом вагоне. Составим уравнение:

$$-0,2x + 6 = 0,08(x - 1 + 6)$$

$$\begin{aligned}-0,2x + 6 &= 0,08x + 0,4 \\ -0,2x - 0,08x &= -6 + 0,4 \\ -0,28x &= -5,6 \\ x &= 20\end{aligned}$$

20 ч. было в первом вагоне;

$20 - 1 + 6 = 25$ (ч.) в первом вагоне стало;

$1,2 \cdot 20 - 4 + 3 = 23$ (ч.).

Ответ: в первом вагоне стало 25 пассажиров, во втором — 23 пассажира.

№ 123

а) Пусть в одном классе x учеников, а во втором классе $(x + 5)$ учеников. После увеличения в первом классе стало $1,08x$ учеников, а после уменьшения во втором классе стало $0,9(x + 5)$ учеников. По условию после изменения в обоих классах учеников стало поровну. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}0,9(x + 5) &= 1,08x \\ 0,9x + 4,5 &= 1,08x \\ 1,08x - 0,9x &= 4,5 \\ 0,18x &= 4,5 \\ x &= 25\end{aligned}$$

25 уч. было в первом классе;

$1,08 \cdot 25 = 27$ (уч.).

Ответ: в классах стало по 27 учеников.

б)

1) $1,25 \cdot 12 = 15$ (д.) — во втором классе

Пусть по x учеников из каждого класса пошли в кино. В первом классе $(x - 12)$ мальчиков. Во втором классе $(x - 15)$ мальчиков. По условию мальчиков из первого класса на 33 % больше, чем из второго. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}x - 12 &= \frac{4}{3}(x - 15) \\ x - 12 &= \frac{4}{3}x - 20 \\ 20 - 12 &= \frac{4}{3}x - x \\ \frac{1}{3}x &= 8 \\ x &= 24\end{aligned}$$

Ответ: 24 ученика каждого класса посмотрели фильм.

№ 124

а) Пусть чашка стоит x р., тогда чайник стоит $1,5x$ р. По условию чайник и 6 чашек стоят вместе 480 р. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}1,5x + 6x &= 480 \\ 7,5x &= 480 \\ x &= 64 \\ 64 \text{ р.} &\text{ — стоит чашка;} \\ 1,5 \cdot 64 &= 96 \text{ (р.)} \text{ — стоит чайник;} \\ 64 \cdot 2 + 96 &= 224 \text{ (р.)}\end{aligned}$$

Ответ: покупка стоит 224 рубля.

б) Пусть шорты стоят x р., тогда футболка стоит $0,8x$ р. Шорты и футболка вместе стоят $1,8x$ р., тогда жакет стоит $1,2 \cdot 1,8x$ (р.) По условию футболка, шорты и жакет стоят вместе 792 р. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}1,8x + 1,2 \cdot 1,8x &= 792 \\ 1,8x + 1,2 \cdot 1,8x &= 792 \\ 3,96x &= 792 \\ x &= 200\end{aligned}$$

200 р. — стоят шорты;
 $200 \cdot 0,8 = 160$ (р.) — стоит футболка;
 $1,2 \cdot 1,8 \cdot 200 = 432$ (р.) — стоит жакет;
 $160 + 432 = 592$ (р.).
Ответ: футболка и жакет стоят 592 рубля.

№ 125

а) Пусть в классе x человек. Пятерки получили $-\frac{1}{6}x$ человек, четверки $-\frac{8}{15}x$ человек, тройки $-(\frac{8}{15}x - 10)$ человек. Составим уравнение:

$$\frac{1}{6}x + \frac{8}{15}x + \frac{8}{15}x - 10 + 3 = x \quad | \cdot 30$$

$$5x + 16x + 16x - 300 + 90 = 30x$$

$$37x - 210 = 30x$$

$$37x - 30x = 210$$

$$7x = 210$$

$$x = 30$$

30 учеников в классе;

$$30 \cdot \frac{1}{6} = 5 \text{ (уч.)} — \text{получили «5»};$$

$$30 \cdot \frac{8}{15} = 16 \text{ (уч.)} — \text{получили «4»};$$

$$5 + 16 = 21 \text{ (уч.)} — \text{получили «4» и «5» вместе};$$

$$21 : 30 \cdot 100\% = 70\%.$$

Ответ: 5 учеников получили «5», 16 учеников получили «4», 70% учащихся класса справились с работой на «5» и «4».

б)

Пусть второе число x , тогда первое число $x + 3$. После изменения первое число $1,5x$, второе число $0,6(x + 3)$. По условию сумма не изменится. Составим уравнение:

$$x + x + 3 = 1,5x + 0,6(x + 3)$$

$$2x + 3 = 1,5x + 0,6x + 1,8$$

$$2x + 3 = 2,1x + 1,8$$

$$2,1x - 2x = 3 - 1,8$$

$$0,1x = 1,2$$

$$x = 12$$

12 — второе число;

$12 + 3 = 15$ — первое число;

$$\frac{3}{12} \cdot 100\% = 25\%;$$

$$\frac{3}{15} \cdot 100\% = 20\%.$$

Ответ: первое число больше второго на 25%, второе число меньше первого на 20%.

№ 126

а) Пусть возраст среднего брата x лет, тогда возраст младшего $0,4x$ лет, а возраст старшего $1,6x$ лет. По условию трем братьям 45 лет. Составим уравнение:

$$x + 0,4x + 1,6x = 45$$

$$3x = 45$$

$$x = 15$$

15 лет среднему брату;

$$0,4 \cdot 15 = 6 \text{ (л.)};$$

$$1,6 \cdot 15 = 24 \text{ (г.)}.$$

Ответ: младшему брату 6 лет, среднему 15 лет, старшему 24 года.

б) Пусть в библиотеке x книг на английском языке, тогда на французском языке $0,48x$ книг. По условию книг на английском языке на 260 больше, чем книг на французском. Составим уравнение:

$$x - 0,48x = 260$$

$$0,52x = 260$$

$$x = 500$$

500 книг на английском языке;

$$0,48 \cdot 500 = 240 \text{ (к.) на французском языке;}$$

$$500 + 240 = 740 \text{ (к.)}$$

$$740 : 0,05 = 14\,800 \text{ (к.)}$$

Ответ: в библиотеке 14 800 книг.

№ 127

а) Пусть масса смеси x г, тогда мяты в смеси $0,4x$ г. По условию при добавлении в смесь 80 г мяты она будет составлять 50% новой смеси. Составим уравнение:

$$80 = 0,5(x + 80)$$

$$160 = x + 80$$

$$x = 80$$

$$0,4 \cdot 80 = 32 \text{ (г) мяты;}$$

$$80 - 32 = 48 \text{ (г) зверобоя.}$$

Ответ: смешали первоначально 32 г мяты и 48 г зверобоя.

б) Пусть в растворе было первоначально x г соли, значит, масса всего раствора $(x : 5 \cdot 100 = 20x)$ г. Масса нового раствора $20x + 50$ (г), масса соли в новом растворе $x + 50$ (г). По условию концентрация нового раствора 24%. Составим уравнение:

$$\frac{x + 50}{20x + 50} = 0,24$$

$$x + 50 = 0,24(20x + 50)$$

$$x + 50 = 4,8x + 12$$

$$38 = 3,8x$$

$$x = 10$$

Ответ: первоначально в растворе было 10 г соли.

№ 128

а) Пусть периметр треугольника x см, тогда первая сторона равна $\frac{4}{9}x$ см, вторая — $0,9 \cdot \frac{4}{9}x$ см. По условию третья сторона равна 14 см. Составим уравнение:

$$\frac{4}{9}x + 0,9 \cdot \frac{4}{9}x + 14 = x$$

$$\frac{4}{9}x + 0,4x + 14 = \frac{4}{9}x \quad | (-\frac{4}{9}x)$$

$$40x + 36x + 1260 = 90x$$

$$90x - 76x = 1260$$

$$14x = 1260$$

$$x = 90$$

Ответ: периметр треугольника 90 см.

б) Пусть длина второй стороны x см, тогда длина первой стороны $0,6x$ см, третья — $0,75(x + 0,6x)$ см, четвертая — $0,6x + 7$ (см). По условию периметр четырехугольника 58 см. Составим уравнение:

$$x + 0,6x + 0,75(x + 0,6x) + 0,6x + 7 = 58$$

$$x + 0,6x + 0,75x + 0,45x + 0,6x + 7 = 58$$

$$2,4x = 58 - 7$$

$$2,4x = 51$$

$$x = 21,25$$

21,25 см — длина второй стороны;

$$0,6 \cdot 21,25 = 12,75 \text{ (см);}$$

$$0,75 \cdot 34 = 25,5 \text{ (см);}$$

$$12,75 - 7 = 5,75 \text{ (см).}$$

Ответ: стороны четырехугольника 12,75 см; 21,25 см; 25,5 см; 5,75 см.

№ 129

а) Пусть длина прямоугольника x см, тогда ширина $0,52x$ см. По условию периметр равен 7,6 см. Составим уравнение:

$$x + 0,52x = 7,6$$

$$1,52x = 7,6$$

$$x = 5$$

5 см длина прямоугольника;

$$0,52 \cdot 5 = 2,6 \text{ см};$$

$$5 \cdot 2,6 = 13 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: площадь прямоугольника 13 см².

б) Пусть ширина прямоугольника x см, тогда длина $x + 3,6$ (см). Периметр прямоугольника $2(x + x + 3,6)$ см. По условию ширина составляет $\frac{1}{7}$ его периметра. Составим уравнение:

$$x = \frac{1}{7} \cdot 2(x + x + 3,6)$$

$$x = \frac{2}{7}(2x + 3,6) \quad | \cdot 70$$

$$70x = 20(2x + 3,6)$$

$$70x = 40x + 72$$

$$70x - 40x = 72$$

$$30x = 72$$

$$x = 2,4$$

2,4 см — ширина прямоугольника;

$$2,4 + 3,6 = 6 \text{ (см)} — \text{длина};$$

$$2,4 \cdot 6 = 14,4 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: площадь прямоугольника 14,4 см².

№ 130

а) 1 ч 15 мин = 1,25 ч;

1 ч 30 мин = 1,5 ч.

Пусть скорость течения x км/ч, тогда скорость по течению $(22 + x)$ км/ч, скорость против течения $(22 - x)$ км/ч. $(22 + x) \cdot 1,25$ (км) — пройденное расстояние по течению, $(22 - x) \cdot 1,5$ (км) — расстояние, пройденное против течения. По условию расстояние, пройденное по течению, равно расстоянию, пройденному против течения. Составим уравнение:

$$(22 + x) \cdot 1,25 = (22 - x) \cdot 1,5$$

$$27,5 + 1,25x = 33 - 1,5x$$

$$1,25x + 1,5x = 33 - 27,5$$

$$2,75x = 5,5$$

$$x = 2$$

Ответ: скорость течения 2 км/ч.

б) Пусть собственная скорость x км/ч, тогда скорость по течению $(x + 2,5)$ км/ч, а скорость против течения $(x - 2,5)$ км/ч. Расстояние, пройденное против течения, равно $2(x - 2,5)$ км, расстояние, пройденное по течению, равно $2(x + 2,5)$ км. По условию задачи расстояние, пройденное против течения, на 25% меньше расстояния, пройденного по течению. Составим уравнение:

$$x - 2,5 = 0,75(x + 2,5)$$

$$x - 2,5 = 0,75x + 1,875$$

$$x - 0,75x = 2,5 + 1,875$$

$$0,25x = 4,375$$

$$x = 17,5$$

Ответ: собственная скорость 17,5 км/ч.

№ 131

а) 1 ч 48 мин = 1,8 ч

$$[(x + 15) + x] \cdot 1,8 = 243$$

$$(x + 15 + x) \cdot 1,8 = 243$$

$$(2x + 15) \cdot 1,8 = 243$$

$$3,6x + 27 = 243$$

$$3,6x = 243 - 27$$

$$3,6x = 216$$

$$x = 60$$

$$60 + 15 = 75 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: скорости автомобилей 60 км/ч и 75 км/ч.

б) 1 ч 30 мин = 1,5 ч

$$52 + [x + (x + 32)] \cdot 1,5 = 304$$

$$52 + (x + x + 32) \cdot 1,5 = 304$$

$$52 + (2x + 32) \cdot 1,5 = 304$$

$$52 + 3x + 48 = 304$$

$$100 + 3x = 304$$

$$3x = 304 - 100$$

$$3x = 204$$

$$x = 68$$

$$68 + 32 = 100 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: скорости автомобилей 68 км/ч и 100 км/ч.

в) 2 ч 15 мин = 2,25 ч

$$30 + (1,4x - x) \cdot 2,25 = 162$$

$$30 + (1,4x - x) \cdot 2,25 = 162$$

$$30 + 0,4x \cdot 2,25 = 162$$

$$0,9x = 132$$

$$x = 146\frac{2}{3}$$

$$146\frac{2}{3} \cdot 1,4 = 205\frac{1}{3} \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: скорости автомобилей $146\frac{2}{3}$ км/ч и $205\frac{1}{3}$ км/ч.

г) 40 мин = $\frac{2}{3}$ ч

$$(x - 0,7x) \cdot \frac{2}{3} = 24$$

$$0,3x \cdot \frac{2}{3} = 24$$

$$0,2x = 24$$

$$x = 120$$

$$120 \cdot 0,7 = 84 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: скорости автомобилей 120 км/ч и 84 км/ч.

№ 132

а) 5 мин = $\frac{1}{12}$ ч

Пусть скорость пешехода x км/ч, а скорость всадника $(x + 12)$ км/ч. По условию известно, что встреча произошла через $\frac{1}{12}$ ч. Составим уравнение:

$$(x + x + 12) \cdot \frac{1}{12} = 2$$

$$(2x + 12) \cdot \frac{1}{12} = 2$$

$$\frac{1}{6}x + 1 = 2$$

$$\frac{1}{6}x = 1$$

$$x = 6$$

6 км/ч — скорость пешехода;

$$6 + 12 = 18 \text{ (км/ч)}.$$

Ответ: скорость пешехода 6 км/ч, скорость всадника 12 км/ч.

б) Пусть скорость товарного поезда x км/ч, а скорость пассажирского $1,5x$ км/ч. По условию известно, что пассажирский поезд догнал товарный через 8 ч. составим уравнение:

$$(1,5x - x) \cdot 8 = 256$$

$$0,5x = 32$$

$$x = 64$$

64 км/ч — скорость товарного поезда.

$$64 \cdot 1,5 = 96 \text{ (км/ч)}$$

Ответ: скорость пассажирского поезда 96 км/ч, а скорость товарного — 64 км/ч.

№ 133

$$а) 20 \text{ мин} = \frac{1}{3} \text{ ч}$$

Пусть скорость автомобиля x км/ч, а скорость грузовика $\frac{4}{5}x$ км/ч. По условию через $\frac{1}{3}$ ч после встречи расстояние между машинами стало равно 54 км. Составим уравнение:

$$\left(\frac{4}{5}x + x\right) \cdot \frac{1}{3} = 54$$

$$1\frac{4}{5}x \cdot \frac{1}{3} = 54 (\cdot 15)$$

$$9x = 810$$

$$x = 90$$

90 км/ч — скорость автомобиля;

$$90 \cdot \frac{4}{5} = 72 \text{ (км/ч)} — \text{ скорость грузовика;}$$

$$324 : 90 = 3,6 \text{ (ч);}$$

$$324 : 72 = 4,5 \text{ (ч)}.$$

Ответ: время движения автомобиля 3 ч 36 мин, а грузовика 4 ч 30 мин.

б) Пусть скорость рейсового автобуса x км/ч, а скорость международного $1,2x$ км/ч. Расстояние пройденное международным автобусом $(1,2x \cdot \frac{1}{4} + 1,2x \cdot \frac{1}{2})$ км, а рейсовый проехал $\frac{1}{2}$ км. По условию между ними стало 20 км. Составим уравнение:

$$(0,3x + 0,6x) - 0,5x = 20$$

$$0,4x = 20$$

$$x = 50$$

50 км/ч — скорость рейсового автобуса;

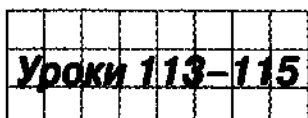
$$1,2 \cdot 50 = 60 \text{ (км/ч)} — \text{ скорость международного автобуса.}$$

Ответ: автобусы ехали со скоростью 50 км/ч и 60 км/ч.

§ 4. КООРДИНАТНАЯ ПЛОСКОСТЬ (8 часов)

Вводимое в этом параграфе новое понятие координатной плоскости обобщает известное из начальной школы понятие координатного угла. Графики прямой и обратной пропорциональности строятся теперь на множестве рациональных чисел, что позволяет показать учащимся новые возможности математического метода. Знакомство с функциональной зависимостью величин помогает подготовить шестиклассников к введению в 7 классе общего понятия функции.

П. 3. 4. 1. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ НА ПЛОСКОСТИ (3 часа)



Основные содержательные цели

- 1) Сформировать понятие координатной плоскости, умение определять координаты точек, строить точки по их координатам.
- 2) Повторить и закрепить: понятие модуля числа, решение уравнений и неравенств с модулем; решение простейших задач методом уравнений; понятие пропорции, решение задач методом пропорций; прямую и обратную пропорциональность величин; деление с остатком; действия с рациональными числами.

В этом пункте вводится понятие координатной плоскости. Это понятие расширяет уже известное из начальной школы понятие координатного угла. Для проблематизации можно предложить учащимся отметить на координатном угле точки $A(3; 3)$, $B(3; -3)$, $C(-3; -3)$, $D(-3; 3)$. Когда шестиклассники начнут отмечать точки с отрицательными координатами, у них возникнет затруднение. Для того чтобы его снять, учащимся потребуется усовершенствовать имеющуюся у них модель — и «расширить» координатный угол до плоскости. Получив подобный опыт ранее при построении координатной прямой, даже менее подготовленные шестиклассники смогут самостоятельно «открыть» для себя понятие координатной плоскости.

В этом же пункте учащиеся знакомятся с нумерацией координатных четвертей, при этом естественным для них будет номер первой координатной четверти, ведь именно с ней они познакомились в первую очередь в курсе математики начальной школы. Здесь же с учащимися уточняются уже известные им понятия абсциссы и ординаты точки (№ 169, 170).

При выполнении заданий № 172—173 учащиеся знакомятся с частными случаями расположения точек на координатной плоскости, получают возможность самостоятельно выявить особенность расположения точек с нулевой абсциссой или ординатой, расположения точек с одинаковыми абсциссами или ординатами.

При выполнении заданий на построение точек по заданным координатам с учащимися можно повторить геометрический материал (№ 174—177, 179).

Интерес учащихся и их положительную мотивацию вызывает выполнение № 178, в результате которого на координатной плоскости получается рисунок.

Учащимся предлагаются задания по теме «Координатная плоскость» на миллиметровой бумаге (№ 180—183), они помогают сформировать у учащихся навык работы с координатами, выраженными десятичными дробями.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 113—115.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие координатной плоскости.

2. Актуализация знаний.

Понятие координатного угла, расположение точек на координатной прямой, координатном угле.

3. Задание на пробное действие.

Нарисовать на середине листа координатный угол и построить точки с координатами:

$A(-1; 2)$; $R(-2; 4)$; $Q(-3; -6)$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу построить на координатном угле точки.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет места на координатном угле, где можно отметить точки с отрицательными координатами.

6. Цель деятельности.

Изменить координатный угол так, чтобы можно было отмечать точки с отрицательными координатами, определить, можно ли использовать известные способы действий построения точек.

7. Эталон.

Координатной плоскостью называют плоскость, на которой выбраны две перпендикулярные координатные прямые с общим началом O и одинаковыми единичными отрезками.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Способ определения симметричности положения точек по координатам.

2. Актуализация знаний.

Алгоритм определения координат точек по их расположению в плоскости, положения точек на координатной плоскости, положения точек на осях.

3. Задание на пробное действие.

Не выполняя построения, определить, верно ли утверждение, что точки $A(4; 8)$ и $B(-4; -8)$ будут симметричны относительно оси x или y .

4. Фиксация затруднения.

— У кого нет ответа?

— Что вы не можете сделать? (Я не могу определить без построения, будут ли точки симметричными относительно одной из осей.)

— У кого есть ответ, как вы можете, не строя точек, доказать, что ответили правильно?

— Сформулируйте свое затруднение. (Я не могу доказать, не строя точки, что ответил правильно.)

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа определения симметричности точек по их координатам.

6. Цель деятельности.

Построить способ, с помощью которого можно было бы определять, являются ли точки симметричными и научиться применять его.

7. Эталон.

Координаты симметричных точек

$(x; y)$ и $(-x; -y)$ — симметричны относительно начала координат.

$(x; y)$ и $(x; -y)$ — симметричны относительно оси абсцисс.

$(x; y)$ и $(-x; y)$ — симметричны относительно оси ординат.

Цель урока № 115: тренировать умение определять координаты точек и строить точки по их координатам; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить: понятие пропорции, решение задач методом пропорции, прямую и обратную пропорциональность; формулы периметра и площади прямоугольника.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 113 (118)	Урок 114 (119)	Урок 115 (120)
К	№ 168—174	№ 175—179	№ 180—184
П	№ 185—188	№ 189—192	№ 193—196
Д	п. 3.4.1, № 197, 200, 204	№ 198, 201, 202	№ 199, 203, 205
С	№ 205	№ 206	№ 207

Решения и ответы

№ 168

В точку A : 4 клетки влево и 3 клетки вверх.

В точку B : 5 клеток направо и 4 клетки вверх.

В точку C : 4 клетки направо и 1 клетка вниз.

В точку D : 3 клетки влево и 2 клетки вниз.

№ 169

$A(4; 1)$: абсцисса 4, ордината 1; расположена в I координатной четверти;

$B(-5; 3)$: абсцисса -5 , ордината 3; расположена во II координатной четверти;

$C(-3; -2)$: абсцисса -3 , ордината -2 ; расположена в III координатной четверти;

$D(5; -3)$: абсцисса 5, ордината -3 ; расположена в IV координатной четверти.

№ 170

Координаты точки M : $M(x; y)$

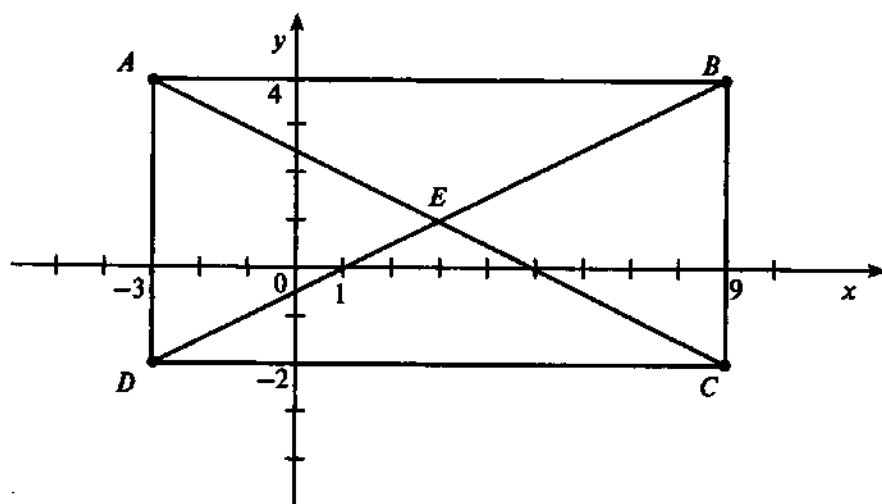
Если $M \in I$, то x и y положительные;

Если $M \in II$, то x отрицательное, а y положительное;

Если $M \in III$, то x и y отрицательные;

Если $M \in IV$, то x положительное, а y отрицательное.

№ 171



Точки A и D расположены на одном и том же расстоянии от Oy . Аналогичные свойства можно сформулировать и для других пар точек. Точки лежат в разных координатных углах.

$E(3; 1)$

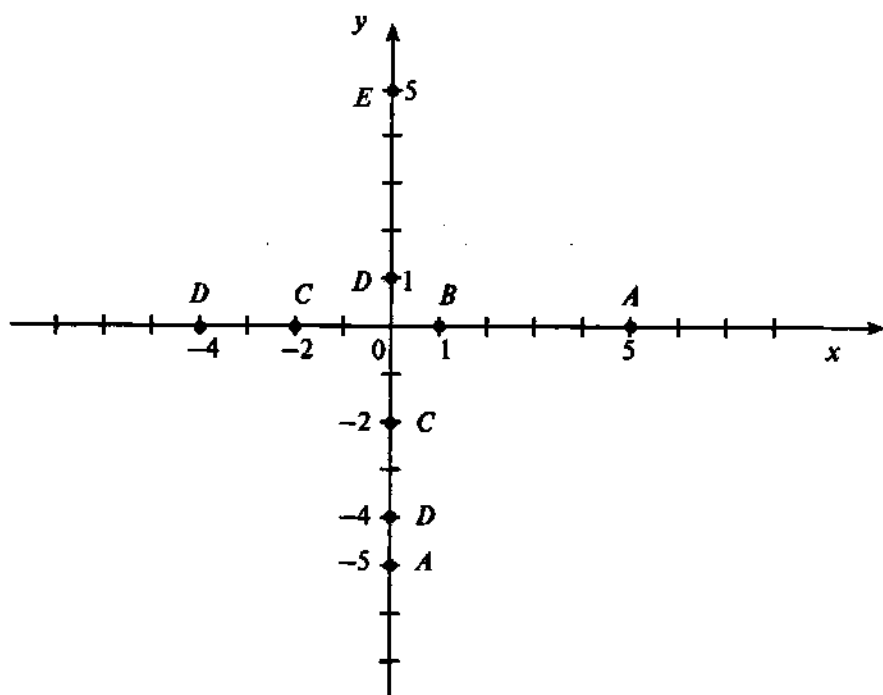
№ 172

а) Точки, у которых абсциссы равны 0, находятся на оси ординат.

$F(0; 10)$

б) Все представленные точки лежат на оси абсцисс.

в) Начало отсчета имеет координаты $(0; 0)$.

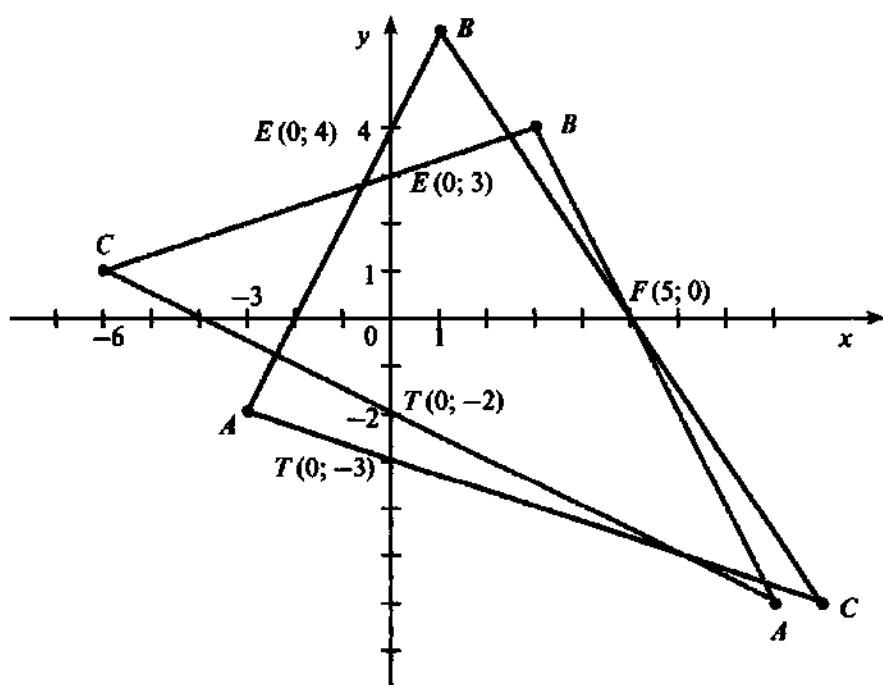


№ 173

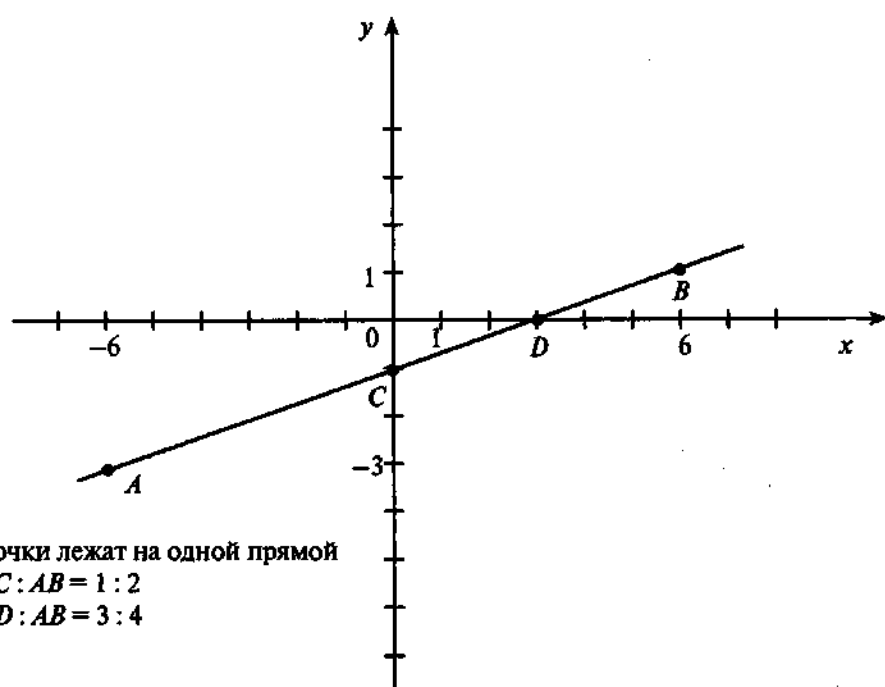
а) Точки, у которых абсцисса равна -2 , лежат на прямой, параллельной оси ординат.

б) Точки, у которых ордината равна 3 , лежат на прямой, параллельной оси абсцисс.

№ 174

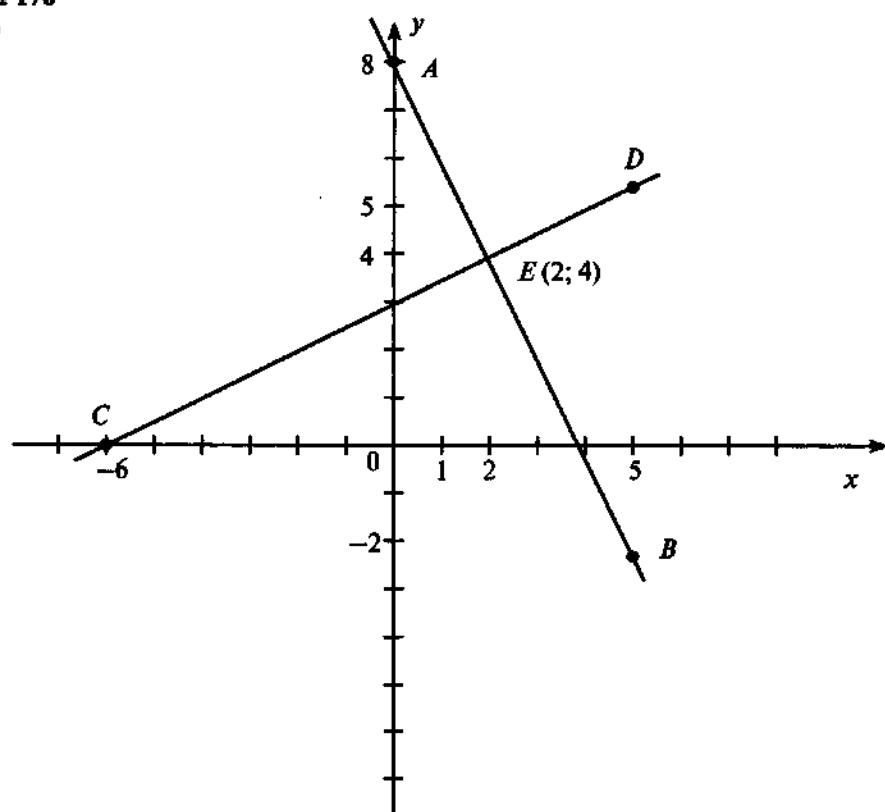


№ 175



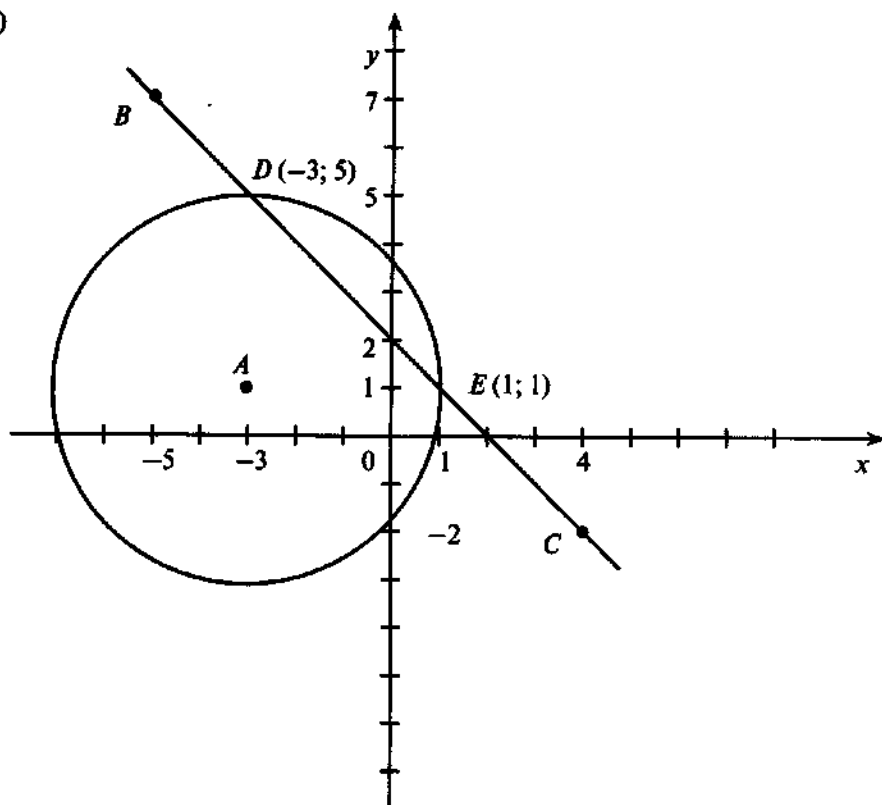
№ 176

а)



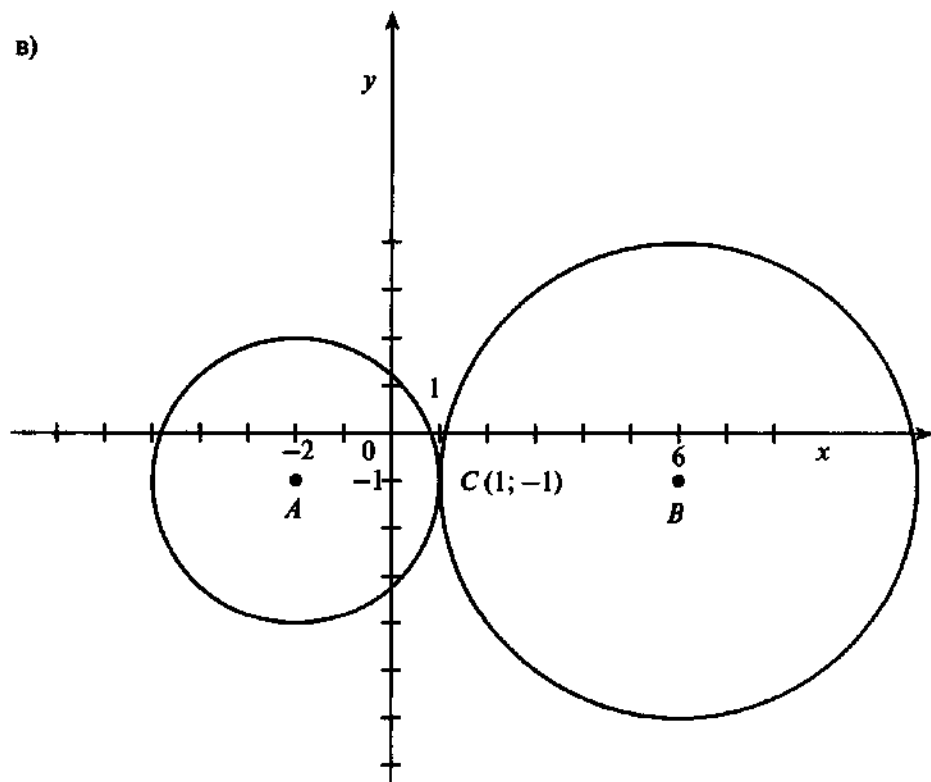
Прямые перпендикулярны друг другу.

6)



Окружность и прямая могут иметь одну или две общие точки.

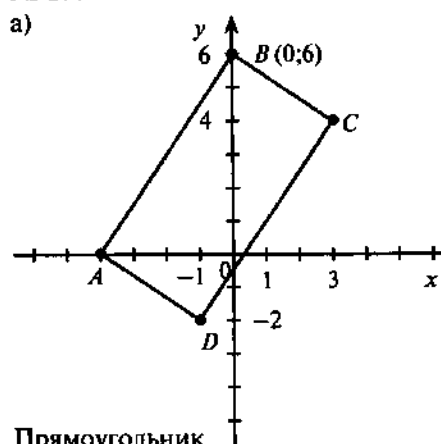
в)



Две окружности могут иметь одну или две общие точки.

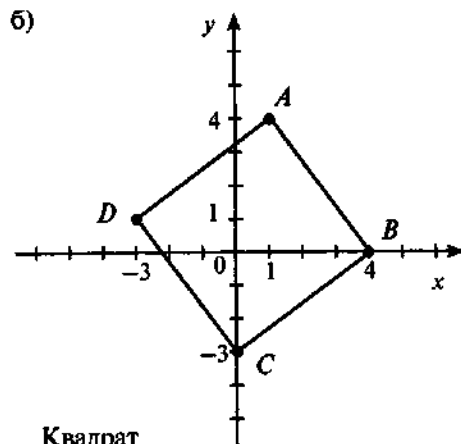
№ 177

а)



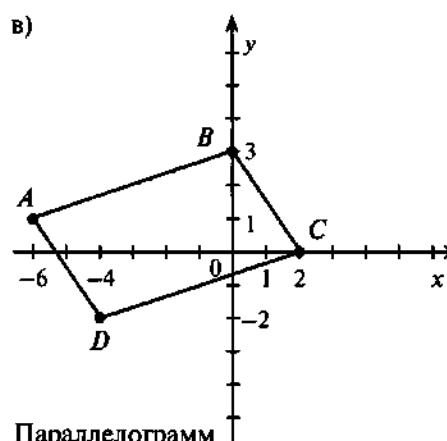
Прямоугольник

б)



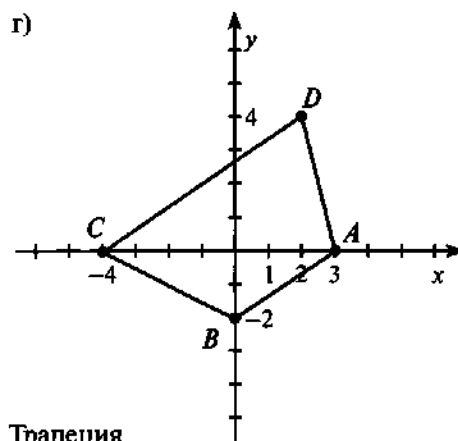
Квадрат

в)



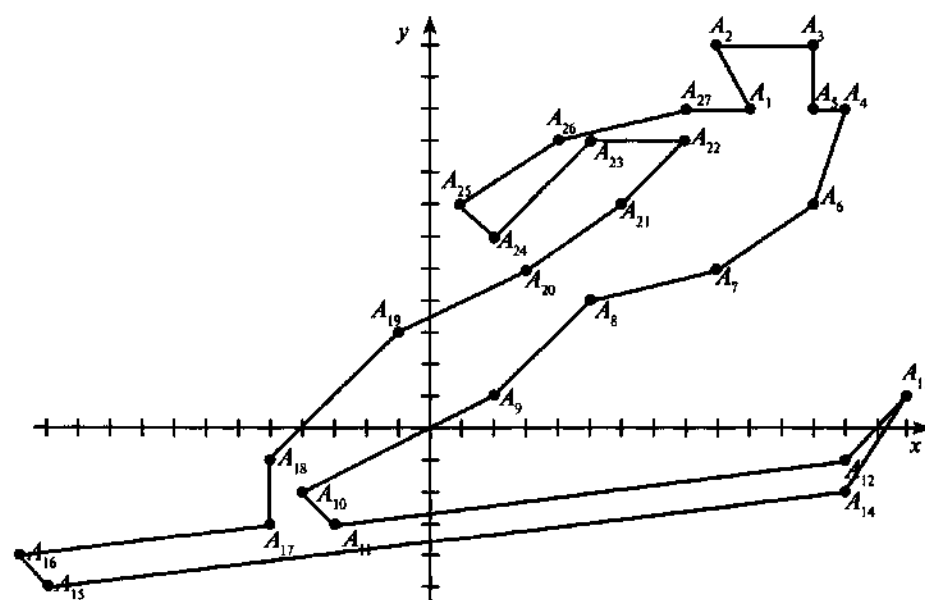
Параллелограмм

г)



Трапеция

№ 178



№ 180

$A(-1, 2; 2)$; $B(1, 8; 0, 8)$; $C(-2, 6; 0, 4)$; $D(1, 8; -1, 5)$; $E(0; -1, 6)$; $F(-1, 2; -1, 2)$.

П. 3. 4. 2. ГРАФИКИ ЗАВИСИМОСТЕЙ ВЕЛИЧИН (2 часа)

Ураки 116–117

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о функциональной зависимости величин, различных способах ее задания (аналитическом, графическом, табличном) и целесообразности обобщенного исследования функциональных зависимостей.

2) Повторить и закрепить: понятие модуля числа, решение неравенств с модулем; решение задач методом уравнений; прямую и обратную пропорциональность величин; построение формул и графиков зависимостей между величинами; преобразование буквенных выражений; отрицание высказываний, их доказательство и опровержение; действия с рациональными числами.

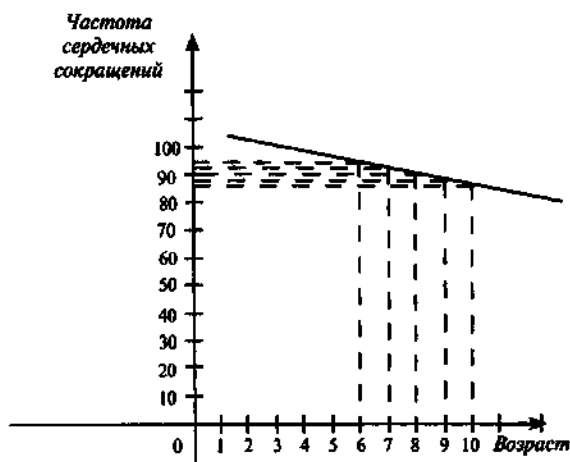
В данном пункте с учащимися обобщаются их знания о зависимостях между величинами, но в отличие от предыдущих пунктов учащиеся работают с зависимостями не только положительного аргумента и значения, но и с отрицательными. Графики прямой и обратной пропорциональности строятся теперь на координатной плоскости (№ 208—210).

Здесь учащиеся знакомятся с понятием функциональной зависимости (знакомство с данным понятием готовит детей к серьезному изучению в 7 классе общего понятия функции). Учатся по графику зависимости определять, какая из зависимостей является функциональной (№ 211).

При выполнении № 212—214 учащиеся получают возможность потренироваться в умении работать в координатной плоскости и получить опыт построения графиков функций. Помимо этого учащиеся получают возможность сформулировать гипотезы о влиянии коэффициента на расположение графика функции.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуcь учиться» по второму пункту предлагаются сценарии № 116–117.

Основная структура открытия нового знания



1. Новое знание.

Понятие функциональной зависимости.

2. Актуализация знаний.

Чтение графиков.

3. Задавание на пробное действие.

Ответить на вопрос: является ли данная зависимость функциональной зависимостью?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, является ли данная зависимость функциональной зависимостью.

— Я не могу доказать, что правильно ответил на вопрос.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет эталона, в котором определяется, какие зависимости являются функциональными.

6. Цель деятельности.

Узнать, какие зависимости являются функциональными.

7. Эталон.

Понятие функциональной зависимости

Зависимость между переменными величинами x и y , которая каждому допустимому значению x сопоставляет единственное значение y , называется функциональной зависимостью.

Цели урока № 117: тренировать способность к построению графиков, формул, таблиц, выражающих функциональные зависимости между величинами; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить: отрицание высказываний, их доказательство и опровержение, решение неравенств с модулем, решение задач методом уравнений.

Цели урока № 118: повторить и закрепить преобразование буквенных выражений; решение уравнений; решение задач методом уравнений; определение координат точек и построение точек по их координатам; построение графиков прямой пропорциональной зависимости; подготовиться к контрольной работе № 8.

№ 310—316, 319—323 (стр. 69—70)

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 116 (121)	Урок 117 (122)
К	№ 208—210	№ 211—214
П	№ 215—219	№ 220—223
Д	п. 3.4.2, №224, 227, 229	№ 225, 226, 228
С		№ 230

Решения и ответы

№ 208

$$\frac{5}{9}(451 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 419 \approx 232,8^\circ$$

№ 209

$$y = \frac{5}{9}(x - 32)$$

а) Если $x = 0$, то $\frac{5}{9}(0 - 32) = -18$.

Если $x = 5$, то $\frac{5}{9}(5 - 32) = -15$.

Если $x = 32$, то $\frac{5}{9}(32 - 32) = 0$.

Если $x = 110$, то $\frac{5}{9}(110 - 32) = 44$.

Если $x = -4$, то $\frac{5}{9}(-4 - 32) = -20$.

Если $x = -9$, то $\frac{5}{9}(-9 - 32) = -23$.

Если $x = -300$, то $\frac{5}{9}(-300 - 32) = -184$.

б) Если $y = 0$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = 0$

$$x - 32 = 0$$

$$x = 32.$$

Если $y = 10$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = 10$

$$x - 32 = 18$$

$$x = 50.$$

Если $y = 25$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = 25$

$$x - 32 = 45$$

$$x = 77.$$

Если $y = 100$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = 100$

$$x - 32 = 180$$

$$x = 212.$$

Если $y = -40$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = -40$

$$x - 32 = -72$$

$$x = -40.$$

Если $y = -5,8$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = -5,8$

$$x - 32 = -10,44$$

$$x = 21,56.$$

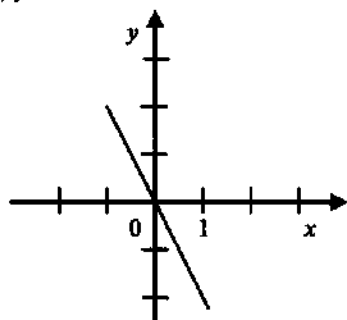
Если $y = -273,1$, то $\frac{5}{9}(x - 32) = -273,1$

$$x - 32 = -490,02$$

$$x = -458,02.$$

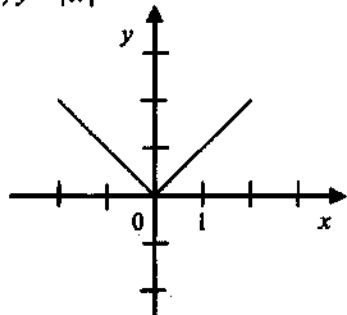
№ 210

а) $y = -2x$



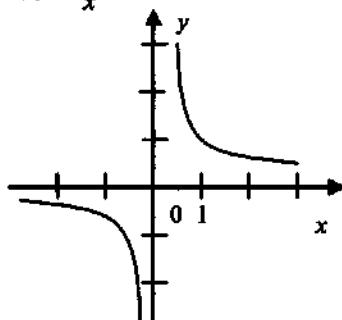
Прямая пропорциональная функциональная зависимость

б) $y = |x|$



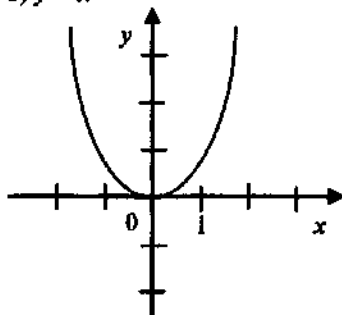
Не является функциональной зависимостью

в) $y = \frac{1}{x}$



Обратно пропорциональная функциональная зависимость

г) $y = x^2$



Функциональная зависимость

с другими логическими понятиями: сначала отрабатывается на нематематическом содержании, понятном шестиклассникам (№ 231), а затем переносится на математическое содержание (№ 232—234).

Здесь же развивается математическая речь учащихся: с учащимися нужно обсудить варианты чтения записи « $P \Rightarrow Q$ ».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагается сценарий № 121.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие логического следования.

2. Актуализация знаний.

Нахождение значений буквенных выражений.

3. Задание на пробное действие.

Записать на математическом языке, т. е. с помощью символов, утверждение:

Если $k = -\frac{2}{7}$, то $3,5 \cdot (-\frac{2}{7}) - 5 = -1 - 5 = -6$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать на математическом языке утверждение:

«Если $k = -\frac{2}{7}$, то $3,5 \cdot (-\frac{2}{7}) - 5 = -6$ ».

— Я не могу доказать, что правильно записал утверждение на математическом языке.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет математического символа, заменяющего слова «Если ..., то ...».

6. Цель деятельности:

Узнать, какой символ можно использовать для записи утверждений со словами «Если..., то», узнать, что это за утверждения.

7. Эталон.

Логическое следование

Логическим следованием называют предложение вида: «Из P следует Q ». P — это условие, а Q — заключение, или следствие, P .

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 121 (125)
К	№ 231—235
П	№ 236—241
Д	п. 3.5.1, №242—244
С	№245

Решения и ответы

№ 231

Задание выполняется устно.

а) Из того, что животное млекопитающее, *следует*, что оно кормит детей молоком.

б) Из того, что вода превратилась в лед, *следует*, что ее температура отрицательная.

№ 232

Задание выполняется устно.

Условие	Заключение
а) число оканчивается на 0	оно кратно 5
б) число кратно 5	оно оканчивается на 0
в) сумма цифр числа делится на 3	само число делится на 3
г) число делится на 3	сумма его цифр делится на 3
д) каждое слагаемое делится на некоторое число	их сумма тоже делится на это число
е) сумма чисел делится на некоторое число	каждое слагаемое делится на это число

Условие и заключение меняются местами.

№ 233

Задание выполняется устно.

- а) истинно, так как 8 кратно 4;
- б) ложно, например, $n = 28$;
- в) истинно;
- г) истинно.

Поменялись местами условие с заключением в высказываниях а) и б).

№ 234

- а) Если число отрицательное, то число, ему противоположное, положительное.
 $a < 0 \Rightarrow -a > 0$.

- б) Если дроби правильные, то их произведение — правильная дробь.

$$\frac{a}{b} < 1, \frac{c}{d} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} < 1$$

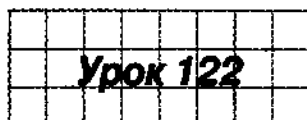
- в) Если прямые параллельны, то они не пересекаются.

a, b — параллельны $\Rightarrow a, b$ — не пересекаются.

- г) Если углы вертикальные, то они равны.

$\angle A, \angle B$ вертикальные $\Rightarrow \angle A = \angle B$.

П. 3. 5. 2. ОТРИЦАНИЕ СЛЕДОВАНИЯ (1 час)



Основные содержательные цели

- 1) Сформировать умение строить отрицания следования.
- 2) Повторить и закрепить: правила деления суммы, разности и произведения на число, действия с рациональными числами, решение уравнений.

Ранее шестиклассники уже учились формулировать отрицание высказывания, в этом пункте учащиеся учатся строить отрицание следования. Здесь же они узнают, что для обоснования предложения со словами «не следует» достаточно привести пример, когда условие истинно, а заключение ложно. При этом работа строится так же, как и с другими логическими понятиями: сначала отрабатывается на нематематическом содержании, понятном шестиклассникам (№ 246), а затем переносится на математическое содержание (№ 247—249).

При выполнении № 248 учащиеся вспоминают, что такое тема и рема высказывания, и понимают, что тема является условием, а рема — заключением следования. При этом они готовятся к восприятию материала следующего пункта.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по второму пункту предлагается сценарий № 122.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Способ записи отрицания следования.

2. Актуализация знаний.

Построение отрицаний высказываний, обозначение отрицаний, запись отрицаний на математическом языке.

3. Задание на пробное действие.

Записать на математическом языке утверждение: «Не верно, что сумма правильных дробей является правильной дробью».

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать на математическом языке отрицание логического следования.

— Я не могу доказать, что правильно записал отрицание логического следования.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет эталона для записи отрицания логического следования на математическом языке.

6. Цель деятельности.

Узнать, какой символ можно использовать для записи отрицания логического следования на математическом языке.

7. Эталон.

Способы записи отрицания логического следования на математическом языке

$$\neg (P \Rightarrow Q)$$

$$\overline{(P \Rightarrow Q)}$$

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Задание	на	пробное	действие
Урок №	Урок 122 (126)		
К	№ 246—249		
П	№ 250—253		
Д	п. 3.5.2, № 254—256		
С	№ 257		

Решения и ответы

№ 246

Задание выполняется устно.

а) Из того, что светит солнце, следует, что вода в реке теплая.

Из того, что светит солнце, не следует, что вода в реке теплая.

б) Из того, что человек знает нотную грамоту, следует, что он умеет играть на скрипке.

Из того, что человек знает нотную грамоту, не следует, что он умеет играть на скрипке.

в) Из того, что стрелки часов совместились, следует, что наступил полдень.

Из того, что стрелки часов совместились, не следует, что наступил полдень.

г) Из того, что дробь неправильная, следует, что она больше единицы.

Из того, что дробь неправильная, не следует, что она больше единицы.

д) Из того, что фигура четырехугольник, следует, что у нее все углы прямые.

Из того, что фигура четырехугольник, не следует, что у нее все углы прямые.

е) Из того, что площади фигур равны, следует, что сами фигуры равны.

Из того, что площади фигур равны, не следует, что сами фигуры равны.

№ 247

Первая часть задания выполняется устно, вторая часть задания (запись отрицания высказывания) выполняется письменно.

а) Из того, что квадраты чисел равны, следует, что сами числа равны; ложное утверждение.

$$x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$$

б) Из того, что квадраты натуральных чисел равны, следует, что сами числа равны; истинное утверждение.

в) Из того, что квадраты чисел равны, следует, что равны их модули; истинное утверждение.

г) Из того, что модули чисел равны, следует, что сами числа равны; ложное утверждение.

$$\neg (|x| = |y| \Rightarrow x = y)$$

д) Из того, что натуральное число больше 5, следует, что оно не меньше 6; истинное утверждение.

е) Из того, что число больше 5, следует, что оно не меньше 6; ложное утверждение,

$$\neg (x > 5 \Rightarrow x \geq 6)$$

ж) Из того, что числа натуральные, следует, что их разность натуральное число, ложное утверждение.

$$\neg (m \in N, n \in N \Rightarrow m - n \in N)$$

з) Из того, что квадрат числа рациональное число, следует, что само число рациональное; истинное утверждение.

№ 248

Задание выполняется устно.

а) Тема

Рема

1. квадрат

прямоугольник

2. прямоугольник

квадрат

Объекты одинаковые, заключение и условие поменялись местами.

б) 1. Из того, что четырехугольник квадрат, следует, что он прямоугольник.

2. Из того, что четырехугольник прямоугольник, следует, что он квадрат.

в) Из того, что четырехугольник прямоугольник, не следует, что он квадрат.

№ 249

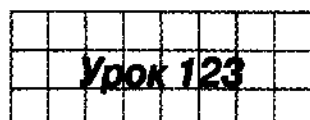
а) $a < b, b < c \Rightarrow a < c$ (И);

б) $b - a = 5, c - b = 5 \Rightarrow c - a = 5$ (Л), $\neg (b - a = 5, c - b = 5 \Rightarrow c - a = 5);$

в) $a = bk, b = mc \Rightarrow a = nc$ (И);

г) $a = 2b, b = 2c \Rightarrow a = 2c$ (Л), $\neg (a = 2b, b = 2c \Rightarrow a = 2c).$

П. 3. 5. 3. ОБРАТНОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ (1 час)



Основные содержательные цели

1) Сформировать представление об обратном утверждении, умение строить обратное утверждение и записывать его на математическом языке.

2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами, нахождение части от числа и нахождение числа по его части, решение задач на проценты.

В данном пункте учащиеся знакомятся с определением обратного утверждения, взаимно обратных утверждений. Часто при изучении геометрии учащиеся не могут отличить признак геометрической фигуры от ее свойства, изучение данного пункта поможет избежать этой проблемы в будущем. Чтобы учащиеся поняли, что для построения обратного утверждения не важен даже смысл употребляемых в утверждении слов, с ними рассматриваются высказывания типа: «Все гланы являются бусками». После успешной формулировки обратного к этому «тарабарскому» утверждению учащиеся делают вывод: построение обратного утверждения требует в большей степени знания грамматики, чем математики.

Выполнение № 263—264 готовит учащихся к восприятию материала следующего пункта.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по третьему пункту предлагается сценарий № 123.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие обратного утверждения.

2. Актуализация знаний.

Построение логических следований на математическом языке.

3. Задание на пробное действие.

Сформулировать утверждение, обратное данному: «Из того, что вчера был вторник, следует, что завтра будет четверг».

4. Фиксация затруднения:

— Я не могу сформулировать утверждение, обратное данному.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия обратного утверждения и правила для построения утверждения, обратного данному утверждению.

6. Цель деятельности.

Узнать, какие утверждения называются обратными утверждениями, и составить правило построения обратных утверждений.

7. Эталон.

Опорный сигнал по понятию «обратное утверждение»

Утверждение: $P \Rightarrow Q$

Обратное: $Q \Rightarrow P$

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 123 (127)
К	№ 258—260
П	№ 264—268
Д	п. 3.5.3, № 275, 278, 280
С	№ 281

Решения и ответы

№ 258

Условие можно подчеркнуть одной чертой, а заключение — двумя.

а) Если сумма цифр числа делится на 9, то число делится на 9.

Если число делится на 9, то сумма цифр числа делится на 9.

б) Если число кратно 3 и 5, то оно кратно 15.

Если число кратно 15, то оно кратно 3 и 5.

в) Если дробь сократима, то ее числитель и знаменатель имеют общий делитель, отличный от 0.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий делитель, отличный от 0, то дробь сократима.

г) Если дробь правильная, то числитель дроби меньше ее знаменателя.

Если числитель дроби меньше ее знаменателя, то дробь правильная.

№ 259

а) Если натуральное число не больше 5, то оно меньше 6.

$$n < 6 \Rightarrow n \leq 5, n \in N$$

Если натуральное число меньше 6, то оно не больше 5.

б) Если дробь $\frac{a}{b}$ равна дроби $\frac{c}{d}$, то произведение a на d равно произведению c на b .

$$ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (a, b, c, d \neq 0)$$

Если произведение a на d равно произведению c на b , то дробь $\frac{a}{b}$ равна дроби $\frac{c}{d}$.

в) Если наибольший общий делитель чисел равен 1, то наименьшее общее кратное этих чисел равно их произведению.

$$\text{НОК}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow \text{НОД}(a; b) = 1$$

Если наименьшее общее кратное чисел равно их произведению, то наибольший общий делитель этих чисел равен 1.

г) Если прямая a параллельна прямой b , то прямая b параллельна прямой a .

$$b \parallel a \Rightarrow a \parallel b$$

Если прямая b параллельна прямой a , то прямая a параллельна прямой b .

д) Если произведение двух чисел равно 0, то одно из чисел равно 0.

$$x = 0 \text{ или } y = 0 \Rightarrow xy = 0$$

Если одно из чисел равно 0, то произведение этих чисел равно 0.

е) Если произведение чисел равно 0, то один из множителей равен 0.

$$x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 0 \text{ или } \dots, \text{ или } x_n = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = 0$$

Если один из множителей в произведении равен 0, то произведение этих чисел равно 0.

№ 260

Задание выполняется устно.

а) $a \leq 5 \Rightarrow a < 6$

$$a < 6 \Rightarrow a \leq 5; (\text{Л}) a = 5,5;$$

$$\neg (a < 6 \Rightarrow a \leq 5).$$

б) n кратно 40 $\Rightarrow n$ кратно 4 и 10

$$n \text{ кратно 4 и } 10 \Rightarrow n \text{ кратно 40 (Л) } n = 100;$$

$$n \text{ кратно 4 и } 10 \Rightarrow n \text{ кратно 40.}$$

в) $a = b \Rightarrow a^2 = b^2$

$$a^2 = b^2 \Rightarrow a = b \text{ (Л) } a = 2, b = -2;$$

$$a^2 = b^2 \Rightarrow a = b.$$

г) $a = b \Rightarrow |a| = |b|$

$$|a| = |b| \Rightarrow a = b;$$

$$\neg (|a| = |b| \Rightarrow a = b).$$

д) $a \parallel b \Rightarrow a, b \subset \alpha$

$$a, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel b \text{ (Л)}$$

прямые, принадлежащие одной плоскости могут пересекаться;

$$\neg (a, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel b).$$

е) $a \perp b \Rightarrow a$ и b имеют общую точку

$$a \text{ и } b \text{ имеют общую точку} \Rightarrow a \perp b \text{ (Л)}$$

прямые, имеющие общую точку

не всегда перпендикулярны;

$$\neg (a \text{ и } b \text{ имеют общую точку} \Rightarrow a \perp b).$$

Задание выполняется устно.

а) Если число больше или равно 1, то оно натуральное. (Л)

Из того, что число больше или равно 1, не следует, что оно натуральное. (1,2)

б) Если число оканчивается на 0, оно делится на 10. (И)

в) Многоугольник является треугольником. (Л)

Не верно, что многоугольник является треугольником. (Квадрат)

г) Прямоугольник является квадратом. (Л)

Не всякий прямоугольник является квадратом.

д) Если сумма равна 0, то числа противоположные. (И)

е) Если произведение чисел равно 1, то они взаимно обратные. (И)

№ 263

Взаимно обратные высказывания а) и в); б) и г). Их можно объединить словами «тогда и только тогда»

П. 3. 5. 4. СЛЕДОВАНИЕ И РАВНОСИЛЬНОСТЬ (2 часа)

Уроки 124–125

Основные содержательные цели

1) Уточнить представление о равносильности на основе понятия следования.

2) Повторить и закрепить: решение уравнений методом пропорций, решение двойных неравенств, решение текстовых задач.

Новые логические понятия помогают повторить и систематизировать материал, изученный ранее в линии «Язык и логика». В данном пункте уже знакомое понятие «равносильность» рассматривается теперь с точки зрения понятия следования и взаимно обратных предложений. Повторяется использование кванторов для записи следования и равносильных утверждений на математическом языке.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по четвертому пункту предлагаются сценарии № 124–125.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие равносильности.

2. Актуализация знаний.

Построение логических следований на математическом языке.

3. Задание на пробное действие.

Ответить на вопрос: когда в логическом следовании вместо знака $\Rightarrow$ можно поставить знак равносильности? Обосновать свой ответ.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу ответить на вопрос, когда в логическом следовании вместо знака $\Rightarrow$ можно поставить знак равносильности.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа, который позволил бы определить, между какими утверждениями можно ставить знак равносильности.

6. Цель деятельности.

Узнать, когда между утверждениями можно ставить знак равносильности.

7. Эталон.

Определение равносильности

$$(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q \text{ и } Q \Rightarrow P)$$

Цели урока № 125: тренировать умение строить логическое следование, его отрицание на математическом языке; определять взаимно обратные утверждения, равносильность утверждений; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить: понятия НОД и НОК, их нахождение с помощью разложения на простые множители, решение задач на проценты, решение уравнений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 124 (128)	Урок 125 (129)
К	№ 261–264	№ 283–288
П	№ 269–274	№ 289–293
Д	п. 3.5.4, № 276, 277, 279	п. 3.5.5, № 294–297
С	№ 282	№ 298

Решения и ответы

№ 283

Задание выполняется устно.

Используется: «тогда и только тогда», «если и только если», «в том и только в том случае».

№ 284

а) Число x в 2 раза больше, чем число $y \Leftrightarrow x = 2y$.

б) Число $a : 3 \Leftrightarrow$ Сумма цифр числа $a : 3$.

в) $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$.

г) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ или $x = -3$.

№ 285

Задание выполняется устно.

а) $x = -5 \Rightarrow x^2 = 25$;

б) $x = 4 \Rightarrow x^2 = 16$;

в) $x = -7 \Rightarrow |x| = 7$;

г) $x = 3 \Rightarrow |x| < 9$.

№ 286

а) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$;

в) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$;

б) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$;

г) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

№ 288

Задание выполняется у доски с проговариванием.

а) $-0,5x + 3 = 0 \Leftrightarrow -0,5x = -3 \Leftrightarrow x = 6$;

б) $-0,5x + 3 \cdot x = -5 \Leftrightarrow 2,5x = -5 \Leftrightarrow x = -2$;

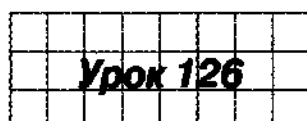
в) $-x - 3x + 2x = 0,4 \Leftrightarrow -2x = 0,4 \Leftrightarrow x = -0,2$;

г) $0,02x - x + 0,7x = -2,8 \Leftrightarrow -0,28x = -2,8 \Leftrightarrow x = 10$;

д) $-2x - 4 + x = -0,8 \Leftrightarrow -x = -0,8 + 4 \Leftrightarrow -x = 3,2 \Leftrightarrow x = -3,2$;

е) $0,6x - x + 2,5 = 1\frac{1}{2} \Leftrightarrow -0,4x = 1,5 - 2,5 \Leftrightarrow -0,4x = -1 \Leftrightarrow x = 2,5$.

П. 3. 5. 5. СЛЕДОВАНИЕ И СВОЙСТВА ПРЕДМЕТОВ (1 час)



Основные содержательные цели

- 1) Уточнить представление об определении понятий, их свойствах и признаках на основе представления о логическом следовании.
- 2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами, решение уравнений, решение текстовых задач методом уравнений.

При изучении данного пункта учащиеся должны получить представление о том, что утверждение, выражающее общие свойства предметов, можно представить в виде логического следования. Уточняется, что свойство, равносильное определению, называется характеристическим свойством, или признаком.

Работу по получению новых знаний пункта «Следование и свойства предметов» можно организовать путем самостоятельной работы учащихся с текстом учебника и выделением основных мыслей текста (например, подчеркиванием).

В данной теме формируются представления, достаточные для последующего рассмотрения материала четвертой главы «Геометрия».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учу́сь учи́ться» по пятому пункту предлагается сценарий № 126.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

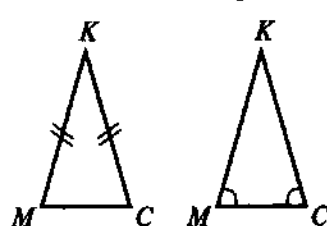
Способ определять свойства и записывать их на математическом языке.

2. Актуализация знаний.

Построение логических следований, равносильных утверждений.

3. Задание на пробное действие.

Внимательно рассмотрите рисунки.



Запишите свойства рассмотренного треугольника, используя знак $\Rightarrow$.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать свойство, используя знак следования.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа записывать свойства на математическом языке.

6. Цель деятельности.

Узнать, как определять свойства и записывать их на математическом языке.

7. Эталон.

Предложения, выражающие общие свойства предметов, можно представить в виде логического следования.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 126 (130)
К	№ 299—301
П	№ 302—305
Д	п. 3.5.6, № 306—308
С	№ 309

Решения и ответы

№ 299

- а) Металлы, которые тонут в воде, и металлы, которые не тонут в воде.
 б) Государства, которые имеют парламент, и государства, которые не имеют парламент.
 в) Числа, которые кратны 9, и числа, которые не кратны 9.
 г) Модули чисел, которые являются натуральными числами, и модули, которые не являются натуральными числами.
 д) Рациональные числа, которые являются корнем данного уравнения, и рациональные числа, которые не являются корнем данного уравнения.
 е) Множество параллельных прямых и множество непараллельных прямых.

№ 300

Задание выполняется на доске.

- а) Свойство делимости чисел на 9 является признаком (признак делимости чисел на 9), т. к. обратное утверждение истинно.
 б) Свойство делимости чисел — признак, т. к. обратное утверждение истинно.
 в) Свойство углов прямоугольника не является признаком, т. к. обратное утверждение ложно.
 г) Свойство параллельных прямых не является признаком (скрещивающиеся прямые), т. к. обратное утверждение ложно.

№ 301

Задание выполняется на доске.

- а) $I \stackrel{def}{=} a + a + a + \dots + a$.
 б) Дробь правильная $\stackrel{def}{\Leftrightarrow}$ Дробь меньше 1.
 в) $ABCD$ — прямоугольник $\stackrel{def}{\Leftrightarrow} \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$.
 г) $ABCD$ — трапеция $\stackrel{def}{\Leftrightarrow} BC \parallel AD$.

Задачи для самопроверки

№ 310

- а) $4(x - 7) - 8(x - 3) = 4x - 28 - 8x + 24 = -4x - 4$.
 Если $x = -0,6$, то $-4 \cdot (-0,6) - 4 = 2,4 - 4 = -1,6$.
 б) $-2(a - b) - 5(a + b) = -2a + 2b - 5a - 5b = -7a - 3b$.
 Если $a = -1$, $b = 0,5$, то $-7 \cdot (-1) - 3 \cdot 0,5 = 7 - 1,5 = 5,5$.
 в) $x^2 - 3x - 6 + x + 8 - 2x^2 + 5x = -x^2 + 3x + 2$.
 Если $x = -2$, то $-(-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 2 = -4 - 6 + 2 = -8$.

№ 311

а) $10 - 3y = -4 + 7y$

$$7y + 3y = 4 + 10$$

$$10y = 14$$

$$y = 1,4$$

Ответ: {1,4}.

в) $-\frac{x}{4} + 5 = \frac{x}{3} - 9$

$$-3x + 60 = 4x - 108$$

$$4x + 3x = 108 + 60$$

$$7x = 168$$

$$x = 24$$

Ответ: {24}.

б) $3(4 - c) = 6 - (8c + 3)$

$$12 - 3c = 6 - 8c - 3$$

$$8c - 3c = 3 - 12$$

$$5c = -9$$

$$c = -1,8$$

Ответ: {-1,8}.

г) $1,6b - 0,4 = 3,2 - 0,8(2 - b)$

$$1,6b - 0,4 = 3,2 - 1,6 + 0,8b$$

$$1,6b - 0,8b = 3,2 - 1,6 + 0,4$$

$$0,8b = 2$$

$$b = 2,5$$

Ответ: {2,5}.

$$д) 2(n-3) - 4(5-2n) = -5(4n+7)$$

$$2n - 6 - 20 + 8n = -20n - 35$$

$$2n + 8n + 20n = 6 + 20 - 35$$

$$30n = -9$$

$$n = -0,3$$

Ответ: $\{-0,3\}$.

№ 312

Пусть завезли в магазин x кг, тогда в первый день продали $0,3x$ кг, во второй день $\frac{2}{5}(x - 0,3x)$ кг. По условию в третий день — остальные 168 кг. Составим уравнение:

$$0,3x + \frac{2}{5} \cdot 0,7x + 168 = x$$

$$0,3x + 0,28x + 168 = x$$

$$0,42x = 168$$

$$x = 400$$

Ответ: в магазин завезли 400 кг фруктов.

№ 313

Пусть x кг во втором мешке, тогда в первом мешке $0,6x$ кг. По условию в двух мешках 80 кг. Составим уравнение:

$$x + 0,6x = 80$$

$$1,6x = 80$$

$$x = 50$$

50 кг — во втором мешке;

$$50 \cdot 0,6 = 30 \text{ (кг)}$$

Ответ: в мешках 50 кг и 30 кг моркови.

№ 314

	p	t	A
I	$1,2x$	9	60
II	x	9	60

По условию второму рабочему осталось сделать в 2,5 раза больше деталей, чем первому. Составим уравнение:

$$60 - 9x = 2,5(60 - 9 \cdot 1,2x)$$

$$60 - 9x = 150 - 27x$$

$$27x - 9x = 150 - 60$$

$$18x = 90$$

$$x = 5$$

5 дет./ч — производительность второго рабочего;

$1,2 \cdot 5 = 6$ дет./ч — производительность первого рабочего;

$6 - 5 = 1$ (дет./ч).

Ответ: производительность первого рабочего на 1 деталь в час больше, чем второго.

№ 319

$$а) d = 600 - 120t; \quad б) d = 600 + 120t; \quad в) d = 600 - 20t; \quad г) d = 600 + 20t.$$

№ 320

$$15,7 - 14,7 : \left(-0,75 + 0,7 : \left(-2\frac{1}{3} \right) \right) \cdot 2,45 = 50.$$

$$1) 0,7 : \left(-2\frac{1}{3} \right) = -0,3$$

$$2) -0,75 - 0,3 = -1,05$$

$$3) 14,7 : (-1,05) = -14$$

$$4) -14 \cdot 2,45 = -34,3$$

$$5) 15,7 + 34,3 = 50$$

$$50 : 0,2 = 250.$$

№ 321

$$\frac{-0,02 \cdot (6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot 7,2) - 1,52}{\frac{4}{11} \cdot (-2,2) : (-0,1) - 10} = 0,9.$$

1) $6,2 : 0,31 = 20;$

6) $\frac{4}{11} \cdot (-2,2) : (-0,1) = 8;$

2) $\frac{5}{6} \cdot 7,2 = 6;$

7) $8 - 10 = -2;$

3) $20 - 6 = 14;$

8) $-1,8 : (-2) = 0,9.$

4) $-0,02 \cdot 14 = -0,28;$

5) $-0,28 - 1,52 = -1,8;$

$0,9 - 0,9 \cdot 0,2 = 0,9 - 0,18 = 0,72.$

№ 322

$x(x + 4) = 45$

Если $x = 5$, то $5(5 + 4) = 45$

$5 \cdot 9 = 45$

$45 = 45$ (И).

Если $x < 5$, то $x(x + 4) < 45$.

Если $x > 5$, то $x(x + 4) > 45$.

Ответ: {5}.

№ 323

$x^2 - 8x = 20$

$x(x - 8) = 20$

x и $x - 8$ парные делители 20, $x > 8$

x	10	20
$x - 8$	2	1

Если $x = 10$, то $10(10 - 8) = 20$

$10 \cdot 2 = 20$

$20 = 20$ (И).

Если $x = 20$, то $20(20 - 8) = 20$

$20 \cdot 12 = 20$

$240 = 20$ (Л).

Ответ: {10}.

Глава 4. Геометрия (32 часа)

Особенности изучения учебного содержания

Содержание четвертой главы продолжает развитие геометрической содержательно-методической линии курса. Вместе с тем в процессе изучения этих тем параллельно развиваются и все остальные линии курса. Такой подход является общим для данного курса: на каждом этапе его изучения, параллельно с ведущей линией, по которой идет расширение понятийной базы, закрепляются и отрабатываются знания и умения по всем остальным разделам курса. В данном случае именно закрепление и повторение знаний по основным линиям курса должно выйти на первый план, геометрическое содержание поддерживает интерес учащихся и дает возможность «не стоять на месте» более подготовленным учащимся на этапе итогового повторения.

Содержание данной главы базируется на совершенно новой основе – курсе математики начальной школы Л. Г. Петерсон, где осуществлялось довольно обширное накопление геометрических сведений, и курсе 5–6 классов, в ходе которого шла работа по расширению геометрического кругозора учащихся. В течение 5–6 классов учащиеся знакомились с важнейшими свойствами фигур, это знакомство организовывалось как самостоятельная исследовательская деятельность детей.

Известные учащимся понятия логики позволяют изучать геометрический материал на качественно более высоком уровне по сравнению с традиционным досистематическим курсом геометрии. В главе «Геометрия» обобщаются и сопоставляются свойства фигур, обсуждается вопрос об их классификации, идет работа по выдвижению гипотез на основании введенных определений, наблюдений и измерений.

В четвертой главе учащимся предлагается провести исследования и, выявив то или иное свойство фигуры через практические измерения, сформулировать гипотезу. Этого шага часто недостает в курсе геометрии 7–11 классов, традиционно учащиеся знакомятся со свойством или признаком геометрической фигуры в готовом виде, сформулированном в форме теоремы. И геометрия становится для многих учащихся наукой, оторванной от жизни, наполненной общими формулировками и доказательствами. Многие задания-исследования могут быть использованы учителем и на уроках по изучению курса геометрии в старших классах: учащиеся сначала с помощью измерений самостоятельно формулируют гипотезу, а только после этого сравнивают ее с готовой формулировкой теоремы из учебника, после чего учащиеся приступают к ее доказательству и к применению в задачах. Так, например, № 357 можно предложить учащимся при изучении свойств равнобедренного треугольника в 7 классе.

Единственная контрольная работа по теме «Геометрия» контролирует усвоение учащимися содержания параграфа «Геометрические величины и их измерение». Содержание этого параграфа входит в государственный стандарт, поэтому этот материал должен быть изучен в полном объеме.

Уроки по изучению содержания остальных параграфов организуются следующим образом: 30% урока отводится на геометрический материал, а 70% — на повторение.

Характеристика деятельности учащихся

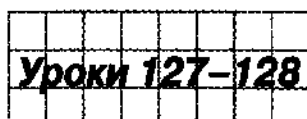
При изучении содержания четвертой главы учащиеся:

- *строят* определения геометрических понятий;
- *исследуют* свойства геометрических фигур;
- *выполняют простейшие построения* геометрических фигур;
- *сравнивают и выполняют* действия с величинами;

- используют формулы для решения геометрических задач;
- используют определения геометрических фигур для выполнения рисунков;
- выдвигают гипотезы;
- используют математическую терминологию в устной и письменной речи.

§ 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ НА ПЛОСКОСТИ (10 часов)

П. 4. 1. 1. ЧТО ТАКОЕ ГЕОМЕТРИЯ? РИСУНКИ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ (2 часа)



Основные содержательные цели

- 1) Сформировать представления о геометрии как науке, об определении плоских геометрических фигур.
- 2) Повторить и закрепить: понятие дроби, действия с рациональными числами, их свойства; решение уравнений и решение задач методом уравнений.

Первый пункт направлен на уточнение представлений учащихся о геометрических фигурах, формирование опыта работы с определениями геометрических фигур и понимание необходимости определенной последовательности введения определений известных им фигур. При работе с этим пунктом учитель должен понимать, что определения, которые используются при его изучении, не должны заучиваться шестиклассниками. Цель работы с этими определениями иная: учащиеся учатся работать с определениями геометрических фигур, выделять определяемое понятие и понятия, на которые они опираются, делать по определению рисунок (№ 324—331). Здесь можно организовать и другой вид работы — от чертежа учащиеся учатся переходить к определению (№332—336).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 127—128.

Основная структура открытия нового знания

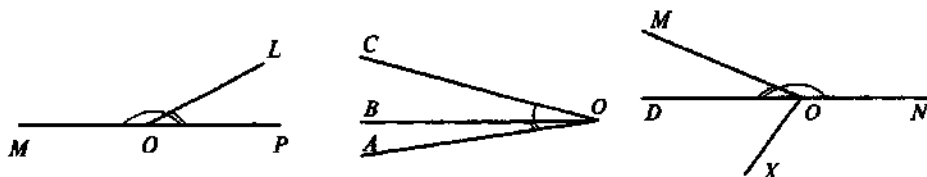
1. Новое знание.

Способ построения определений, составные части определения.

2. Актуализация знаний.

Понятие угла, использование знака равносильности при записи определения.

3. Задание на пробное действие.



Построить определение понятия смежного угла и установить, на какие понятия оно опирается.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить определение понятия смежного угла и установить, на какие понятия оно опирается.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения определения и установления, на какие понятия оно опирается.

6. Цель деятельности.

Узнать способ построения определения.

7. Эталон.

Алгоритм построения определений геометрических понятий

1. Установить, с помощью какого известного понятия можно определить новое понятие.
2. Перечислить свойства данного понятия и выделить среди них характеристические свойства.
3. Составить определение понятия (если требуется, записать его на математическом языке с помощью знака).

Цель урока: тренировать умение выявлять свойства геометрических фигур и формулировать определения, выполнять рисунки по определениям; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить: решение задач на дроби, решение задач методом уравнений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 127 (131)	Урок 128 (132)
К	№ 324—330	№ 331—336
П	№ 337—340	№ 341—342
Д	п. 4.1.1, № 243, 345, 346	п. 4.1.1, № 344, 347, 348
С	№ 349	№ 350

Решения и ответы

№ 324

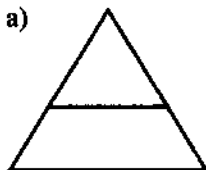
В формулировках нет характеристического свойства квадрата.

«Квадратом называется прямоугольник, все углы которого прямые».

№ 325

Задание выполняется у доски.

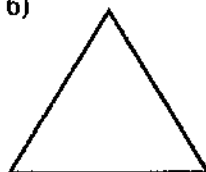
а)



Новое понятие: *средняя линия треугольника*.

Старые понятия: отрезок, треугольник.

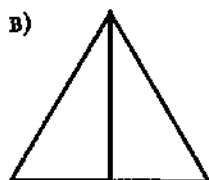
б)



Новое понятие: *треугольник*.

Старые понятия: точки, отрезок.

в)



Новое понятие: *медиана треугольника*.

Старые понятия: отрезок, треугольник, сторона треугольника.

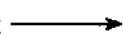
г)



Определяемое понятие: *отрезок*.

Старые понятия: прямая, точки.

Отрезок



Треугольник



№ 326

а)



Определяемое понятие: *дополнительные лучи*.

Старые понятия: луч, прямая.

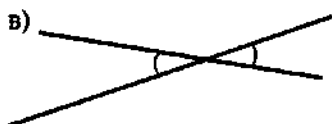
б)



Определяемое понятие: *луч*.

Старые понятия: прямая, точка.

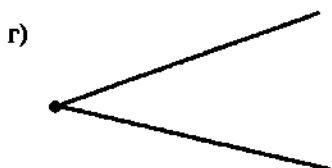
в)



Определяемое понятие: *вертикальные углы*.

Старые понятия: стороны угла, дополнительные лучи.

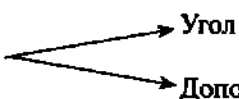
г)



Определяемое понятие: *угол*.

Старые понятия: луч.

Луч



Угол

Дополнительные лучи

Вертикальные углы

№ 327

а)



Определяемое понятие: *прямоугольный треугольник*.

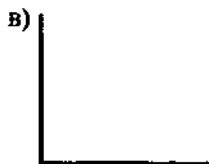
Старые понятия: треугольник, прямой угол.

б)

Новое понятие: *косинус угла треугольника*.

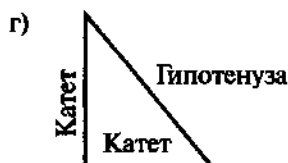
Старые понятия: прямоугольный треугольник, прилежащий катет, гипотенуза, отношение длин.

в)



Определяемое понятие: *прямой угол*.

Старое понятие: угол.



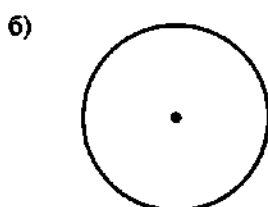
Определяемые понятия: *катет, гипотенуза*.
 Старые понятия: прямоугольный треугольник, прямой угол, стороны треугольника.

Прямой угол $\longrightarrow$ Прямоугольный треугольник $\longrightarrow$ Стороны
 в прямоугольном треугольнике $\longrightarrow$ Косинус угла

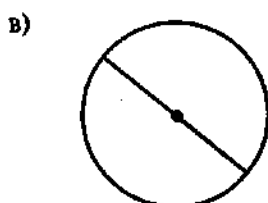
№ 328



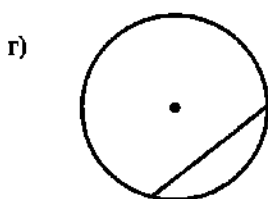
Новое понятие: *радиус окружности*.
 Старые понятия: отрезок, окружность.



Новое понятие: *окружность, центр окружности*.
 Старые понятия: точка, плоскость, расстояние.



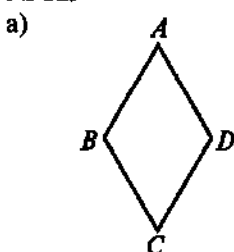
Новое понятие: *диаметр окружности*.
 Старые понятия: хорда, окружность, центр окружности.



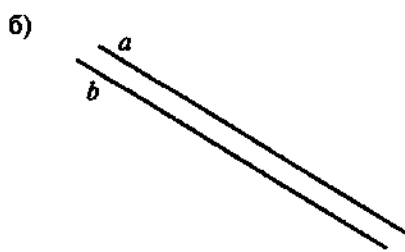
Новое понятие: *хорда*.
 Старые понятия: окружность, отрезок.

Окружность $\begin{cases} \nearrow \text{Радиус} \\ \searrow \text{Хорда} \end{cases}$ $\longrightarrow$ Диаметр

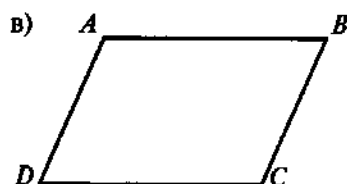
№ 329



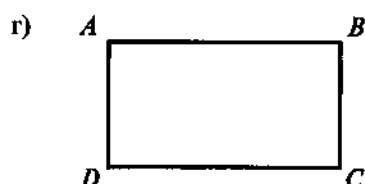
Новое понятие: *ромб*.
 Старое понятие: параллелограмм.



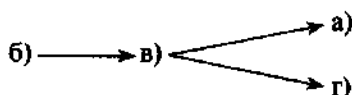
Новое понятие: *параллельные прямые*.
 Старые понятия: прямые не пересекаются.



Новое понятие: *параллелограмм*.
Старые понятия: четырехугольник,
параллельные прямые.



Новое понятие: **прямоугольник**.
Старые понятия: параллелограмм,
прямой угол.



№ 330

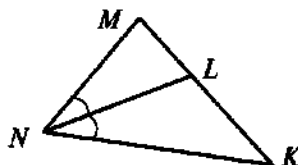
а) **Квадратом** называется **прямоугольник**, все стороны которого равны.

б) Квадратом называется ромб, у которого углы прямые.

в) Квадратом называется параллелограмм, у которого все стороны равны и все углы прямые.

№ 331

Биссектрисой треугольника называется отрезок, который исходит из вершины угла треугольника и делит угол треугольника на две равные части.



№ 335

Дуга окружности — часть окружности, состоящая из точек окружности, которые лежат между двумя ее точками.

Рисунок выполняется на доске и в тетрадях.

No 336

Сектор круга — часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой окружности.

П. 4. 1. 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР
(2 часа)

Уроки 129–130

Основные содержательные цели

1) Сформировать представления о свойствах плоских геометрических фигур.

2) Повторить и закрепить: понятие вписанной и описанной окружности, действия с рациональными числами, нахождение части от числа и числа по его части.

Второй пункт «Классификация геометрических фигур» дает учащимся представление о разбиении множества геометрических фигур на классы. Изучение этого пункта подготовлено курсом математики начальной школы: учащие-

ся уже знакомыми с понятиями «множество», «подмножество», с диаграммами Эйлера—Венна. Важно, чтобы в результате изучения материала пункта учащиеся понимали, что не всякие подмножества данного множества образуют классификацию. При выполнении заданий на классификацию важно показать учащимся значимость этой работы — как те или иные свойства, установленные для класса фигур, распространяются на подклассы.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуся учиться» по второму пункту предлагаются сценарии № 129—130.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Свойства геометрических фигур, позволяющие проводить классификацию геометрических фигур.

2. Актуализация знаний.

Типы углов.

3. Пробное действие.

Провести классификацию видов углов, построить диаграмму Эйлера—Венна.

4. Фиксация затруднения.

— У кого нет результата?

— Сформулируйте затруднение. (Я не смог провести классификацию видов углов и построить диаграмму Эйлера—Венна.)

— Покажите результаты, у кого они есть. Докажите, что выполнили задание правильно.

— Сформулируйте затруднение. (Я не смог доказать, что правильно провел классификацию видов углов и правильно построил диаграмму Эйлера—Венна.)

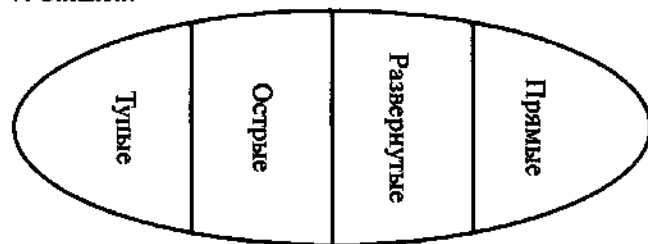
5. Фиксация причины затруднения.

— Мы раньше не проводили классификацию геометрических фигур.

6. Цель деятельности.

Определить, по каким свойствам геометрических фигур можно проводить классификацию.

7. Эталон.



Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников.

2. Актуализация знаний.

Понятие подмножеств.

3. Пробное действие.

Нарисовать диаграмму Эйлера—Венна, на которой показать взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог нарисовать диаграмму Эйлера–Венна, на которой показана взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников.

6. Цель деятельности.

Выяснить взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников.

7. Эталон.

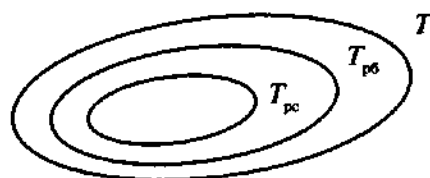
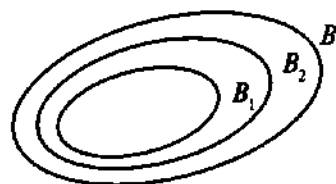
Понятие подкласса

Подмножества классов называют *подклассами*.

$$B_1 \subset B_2 \subset B$$

B_1 — подкласс B_2 и B

B_2 — подкласс B



Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 129 (133)	Урок 130 (134)
К	№ 351–355	№ 356–360
П	№ 361, 362, 365, 366	№ 363, 364, 367, 368
Д	п. 4.1.2, № 369, 371, 373	п. 4.1.1, № 370, 372, 374
С	№ 376	№ 375

Решения и ответы

№ 351

1) Y_o — множество острых углов

$\angle A = \alpha$ — острый $\stackrel{Df}{\Leftrightarrow} 0^\circ < \alpha < 90^\circ$

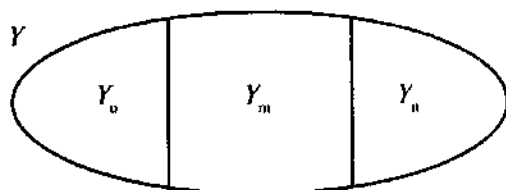
2) Y_m — множество тупых углов

$\angle B = \beta$ — тупой $\stackrel{Df}{\Leftrightarrow} 90^\circ < \beta < 180^\circ$

3) Y_n — множество прямых углов

$\angle C = \gamma$ — прямой $\stackrel{Df}{\Leftrightarrow} \gamma = 90^\circ$

4) Разбиение множества Y углов величиной α , где $0^\circ < \alpha < 180^\circ$, на подмножества Y_o , Y_m , Y_n является классификацией, так как каждый угол множества Y попадает ровно в одно из подмножеств Y_o , Y_m , Y_n .



$$Y_o = \{\angle A, \angle D, \angle K\}$$

$$Y_m = \{\angle B, \angle F\}$$

$$Y_n = \{\angle C, \angle E\}$$

5) Основанием классификации является величина угла α .

№ 352

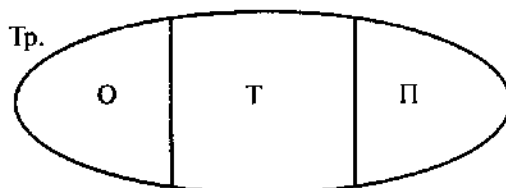
Задание выполняется фронтально.

а)



б) Треугольник может иметь три острых угла, один тупой и два острых, один прямой и два острых.

в) Остроугольные, тупоугольные, прямоугольные — классификация треугольников.



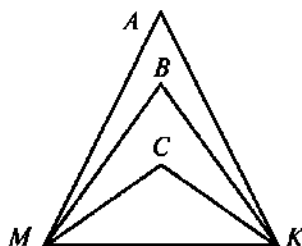
№ 353

а) $\triangle ABC$ — равнобедренный $\stackrel{Df}{\Leftrightarrow} AB = BC$

Определяемое понятие: равнобедренный треугольник.

Используемые понятия: треугольник, стороны треугольника, равные отрезки.

б)



Гипотеза 1. Вершины равнобедренных треугольников лежат на оси симметрии основания.

Гипотеза 2. Вершины равнобедренных треугольников лежат на прямой, перпендикулярной основанию и проходящей через его середину.

№ 354

а) $\triangle ABC$ — равносторонний $\stackrel{Df}{\Leftrightarrow} AB = BC = AC$

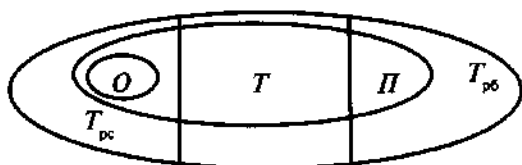
Определение опирается на понятия: треугольник, сторона треугольника, равные отрезки.

№ 356

а) Ответ на вопрос дается устно, рисунок выполняется у доски.

Равнобедренный треугольник может быть как остроугольным, так тупоугольным и прямоугольным.

б) Задание выполняется у доски.



Ответ на вопрос о возможных сочетаниях видов треугольников удобно дать в виде таблицы.

Треугольники	Остроугольные	Тупоугольные	Прямоугольные
Равносторонние	+		
Равнобедренные	+	+	+
Разносторонние	+	+	+

№ 357

а) *Гипотеза*: углы при основании равнобедренного треугольника равны.

б) *Гипотеза*: медиана к основанию равнобедренного треугольника является:

- высотой треугольника;
- биссектрисой;
- лежит на оси симметрии треугольника.

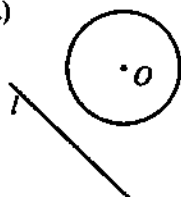
Сформулированные гипотезы можно распространить на равносторонние треугольники, так как все они являются равнобедренными треугольниками.

№ 359

Прямая может либо не иметь с окружностью общих точек, либо иметь с ней одну или две общие точки.

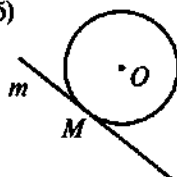
Указанное разбиение множества прямых на подмножества является классификацией, так как каждая прямая попадает ровно в одно подмножество.

а)



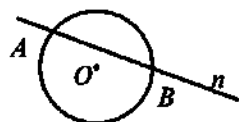
$$l \cap (O; R) = \emptyset$$

б)



$$m \cap (O; R) = \{M\}$$

в)

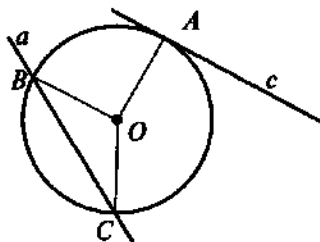


$$n \cap (O; R) = \{A, B\}$$

Основанием классификации является число общих точек прямой и окружности.

№ 360

Гипотеза: радиус, проведенный в точку касания прямой и окружности, перпендикулярен касательной. Данную гипотезу нельзя распространить на секущие к окружности.



Уроки 131–137

1) Сформировать умение строить фигуры с помощью циркуля и линейки; продолжить исследования свойств геометрических объектов. Поставить проблему недостаточности наблюдений и построений для доказательства их свойств.

2) Повторить и закрепить: понятие логического следования; понятие дроби, действия с рациональными числами, их свойства; решение уравнений и решение задач методом уравнений; решение задач на дроби, проценты, одновременное движение и движение по реке.

Среди заданий к пункту основными являются задания на построение треугольников по трем сторонам (№ 378), по двум сторонам и углу между ними (№ 383) и по стороне и двум углам, прилежащим к ней (№ 381). Построение, если это по силам учащимся, желательно сопровождать краткой математической записью. Важным для общего развития учащихся является упражнение № 384, где формулируется гипотеза о признаках равенства треугольников в результате анализа упражнений № 378—383. Полезно включить в работу упражнения № 242 (2), 251 (6 кл., ч. I) и № 401, 403 (6 кл., ч. III).

Упражнения № 385—388 в данном пункте нужно рассматривать как тренировочные упражнения на построение биссектрисы угла (№ 386), деление отрезка пополам (№ 387) и т. д. Гипотезы, выдвигаемые в результате практических работ, предлагаемых в этих упражнениях, будут обсуждаться в следующем пункте. Естественно, что выполнение указанных заданий требует повторения определений медианы, биссектрисы и высоты треугольника. Это можно сделать, обратившись к заданиям № 223, 236 (6 кл., ч. II), № 55, 331 (6 уд., ч. III).

Очевидно, что при построении фигур по предложенным алгоритмам у учащихся может возникнуть вопрос, будут ли полученные фигуры удовлетворять заданным свойствам. Для ответа на него на данном этапе обучения предполагается использование измерений и кальки. В более подготовленных классах уже здесь можно опираться на простейшие логические выводы.

Применение алгоритмов построений осуществляется в пункте 4 «Замечательные точки в треугольнике». Построение замечательных точек организуется как самостоятельная исследовательская деятельность учащихся в форме индивидуальной работы или работы в группах.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по третьему и четвертому пунктам предлагаются сценарии № 131—137.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Алгоритм построения отрезка, равного данному отрезку.

Алгоритм построения треугольника, равного данному треугольнику

2. Актуализация знаний.

Определение координат точек, расположенных на координатной плоскости, координаты симметричных точек.

3. Задание на пробное действие.

Построить в тетрадах отрезок, равный отрезку BA , используя циркуль и линейку. Представить, что на линейке нет делений.

4. Фиксация затруднения.

— Мы не сможем выполнить задание с заданным условием, не сможем доказать, что выполнили построение правильно, т. е. не сможем предъявить эталон построения отрезка равного данному отрезку с помощью циркуля и линейки без делений.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения отрезка равного данному отрезку с помощью циркуля и линейки без делений.

6. Цель деятельности.

Построить способ построения отрезка равного данному отрезку с помощью циркуля и линейки без делений.

7. Эталон.

Алгоритм построения отрезка, равного данному отрезку

1. Построить прямую, обозначить ее.
2. Отметить на прямой произвольную точку, обозначить ее.
3. Провести окружность с центром в выбранной точке и радиусом, равным длине данного отрезка.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружности с прямой.
5. Отрезок, соединяющий две построенные точки, — искомый.

Алгоритм построения треугольника, равного данному треугольнику

1. Построить прямую, обозначить ее.
2. На прямой взять произвольную точку, обозначить ее.
3. На прямой от взятой точки построить отрезок, равный любой стороне треугольника, обозначить второй конец отрезка.
4. Провести окружности с центрами в концах построенного отрезка и радиусами, равными длине двух других сторон треугольника.
5. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
6. Треугольник, вершинами которого являются концы отрезка и точка пересечения окружностей, — искомый.

1. Новое знание.

Алгоритм построения угла, равного данному углу.

2. Актуализация знаний.

Понятия вертикальных, смежных углов.

3. Задание на пробное действие.

Построить угол $\angle B_1O_1D_1$, равный углу $\angle BOD$, с помощью циркуля и линейки.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить угол, равный данному углу, циркулем и линейкой.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет способа построения угла, равного данному углу, с помощью циркуля и линейки.

6. Цель деятельности.

Сформулировать способ построения угла, равного данному углу, с помощью циркуля и линейки.

7. Эталон.

Алгоритм построения угла, равного данному углу

1. Построить произвольный луч.
2. Построить две равные окружности произвольного радиуса и окружность с центрами в начале луча и в вершине данного угла.
3. Найти и обозначить точки пересечения окружностей с лучом и со сторонами угла.
4. Построить окружность с центром в точке пересечения луча и окружности и радиусом, равным расстоянию между точками, построенными на сторонах угла.
5. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
6. Провести новый луч из начала луча через построенную точку пересечения окружностей.
7. Угол, образованный двумя построенными лучами, — искомый.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Алгоритм построения биссектрисы угла.

Алгоритм построения середины отрезка.

2. Актуализация знаний.

Понятие биссектрисы.

3. Задание на пробное действие:

Построить биссектрису угла с помощью циркуля и линейки.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить биссектрису угла.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения биссектрисы угла.

6. Цель деятельности.

Сформулировать способ построения биссектрисы угла.

7. Эталон.

Алгоритм построения биссектрисы угла

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в вершине угла.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности со сторонами угла.
3. Построить окружности с центрами в построенных точках и тем же радиусом.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
5. Провести луч с началом в вершине угла через точку пересечения окружностей, — искомая биссектриса угла.

Алгоритм построения середины отрезка

1. Построить две равные окружности с центрами в концах отрезка и радиусом, большим половины отрезка.
2. Обозначить точки пересечения окружностей.
3. Провести прямую через точки пересечения окружностей.
4. Обозначить точку пересечения прямой и отрезка, — искомая точка.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Алгоритмы построения перпендикуляра к прямой.

2. Актуализация знаний.

Взаимное расположение прямых, понятие перпендикулярных прямых.

3. Задание на пробное действие.

Решить задачу:

Дано:

a — прямая

$B \in a$

$b \perp a$

Построить:

прямую b .

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить через точку на прямой прямую, перпендикулярную данной.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет способа построения прямой, перпендикулярной данной и проходящей через точку на прямой.

6. Цель деятельности.

Сформулировать способ построения прямой, перпендикулярной данной прямой и проходящей через точку на прямой.

7. Эталон.

Алгоритм построения перпендикуляра, проходящего через точку на прямой

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в данной точке.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности с прямой.
3. Построить две равные окружности с центрами в построенных на прямой точках и радиусом больше половины отрезка, образованного этими точками.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
5. Провести прямую через данную точку прямой и точку пересечения окружностей, — искомая прямая.

Алгоритм построения перпендикуляра, проходящего через точку, не лежащую на прямой

1. Построить окружность с центром в данной точке и радиусом больше расстояния от данной точки до прямой.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности с прямой.
3. Построить две равные окружности с центрами в построенных на прямой точках и радиусом больше половины отрезка, образованного этими точками.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
5. Провести прямую через данную точку, не лежащую на прямой, и точку пересечения окружностей, — искомая прямая.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Построение окружности, описанной около треугольника.

2. Актуализация знаний.

Виды углов и треугольников, понятие окружности, алгоритмы построения середины отрезка и перпендикуляра к прямой через точку, лежащую на прямой.

3. Задание на пробное действие.

Построить окружность, описанную около треугольника ABC .

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить окружность, описанную около треугольника.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия окружности, описанной около треугольника, нет способа построения окружности, описанной около треугольника.

6. Цель деятельности.

Узнать определение описанной окружности около треугольника и сформулировать способ построения окружности, описанной около треугольника.

7. Эталон.

Определение описанной окружности около треугольника

Окружность, проходящая через все вершины треугольника, называется *описанной около него*.

Местоположение центра описанной окружности

Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре описанной окружности.

Алгоритм построения описанной окружности около треугольника

1. Разделить две стороны пополам.
2. Через середины сторон провести перпендикуляры к сторонам треугольника.
3. Провести окружность с центром в построенной точке и радиусом, равным расстоянию от построенной точки до любой вершины треугольника.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Построение окружности, вписанной в треугольник.

2. Актуализация знаний.

Понятие биссектрисы, алгоритмы построения биссектрис и перпендикуляра к прямой через точку, не лежащую на прямой.

3. Задание на пробное действие.

Построить окружность, вписанную в треугольник ABC .

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить окружность, вписанную в треугольник.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия окружности, вписанной в треугольник, нет способа построения окружности, вписанной в треугольник.

6. Цель деятельности.

Узнать определение вписанной окружности в треугольник и сформулировать способ построения окружности, вписанной в треугольник.

7. Эталон.

Определение вписанной окружности

Окружность называется *вписанной в треугольник*, если стороны треугольника являются касательными к окружности.

Центр вписанной окружности

Биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке — центра вписанной окружности.

Алгоритм построения вписанной окружности

1. Построить две биссектрисы треугольника.
2. Из точки пересечения провести перпендикуляр на одну из сторон треугольника.
3. Провести окружность с центром в построенной точке и радиусом, равным длине перпендикуляра.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие ортоцентра, центра тяжести, свойства центра тяжести, алгоритмы построения ортоцентра и центра тяжести треугольника.

2. Актуализация знаний.

Понятия высоты и медианы треугольника, алгоритмы построения перпендикуляра к прямой через точку, не лежащую на прямой, и деления отрезка пополам.

3. Задание на пробное действие.

Построить ортоцентр треугольника ABC , если треугольник ABC — тупоугольный.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить ортоцентр треугольника ABC .

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет понятия ортоцентра треугольника и способа построения ортоцентра треугольника ABC .

6. Цель деятельности.

Узнать, что такое ортоцентр треугольника, и сформулировать способ его построения.

7. Эталон.

Высоты треугольника пересекаются в одной точке — *ортоцентре* треугольника.

Открытый учащимися эталон дополняется учителем эталонами о пересечении медиан треугольника в подводящем диалоге или с использованием текста учебника.

Медианы треугольника пересекаются в одной точке.

Точка пересечения медиан треугольника делит медианы в отношении $2:1$, считая от вершины треугольника.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 131 (135)	Урок 132 (136)	Урок 133 (137)
К	№ 377 (а, б), 378, 379	№ 377 (в), 380—384	№ 377 (г, д), 385, 386
П	№ 389 (а, б), 390	№ 389 (в), 391, 392	№ 393—396
Д	п. 4.1.3. (зад. 1 и 2), № 401, 402, 411	п. 4.1.3. (зад. 3), № 403, 408, 409 (А)	п. 4.1.3. (зад. 4 и 5), № 404, 405, 409 (В)
С	№ 412	№ 413	№ 414

Урок №	Урок 134 (138)	Урок 135 (139)
К	№ 377(е), 387, 388	№ 416
П	№ 397—400	№ 420—423, 429, 430
Д	п. 4.1.3. (зад. 6), № 406, 407, 410	п. 4.1.3. (зад. 1), № 438, 442, 446
С	№ 415	№ 447

Урок №	Урок 136 (140)	Урок 137 (141)
К	№ 417	№ 418
П	№ 424—426, 431—434	№ 435—437
Д	п. 4.1.4. (зад. 2), № 439, 443, 445	п. 4.1.4. (зад. 2), № 440, 441, 444
С	№ 448	№ 449

Решения и ответы

№ 378

Задача сводится к построению треугольника, равного данному. Она имеет единственное решение, если $c < a + b$, где c — длина наибольшей стороны треугольника.

№ 379

Пусть a, b, c — длины сторон треугольника. Тогда, по условию,

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 9 \text{ см} \\ a + b + c = 24 \text{ см} \end{array} \right\} \Rightarrow c = 15 \text{ см} \Rightarrow c > a + b$$

Ответ: треугольник с указанными данными не существует.

№ 381

Вариант математической записи построения:

1)

- 1) m ;
- 2) $[AC] \subset m, AC = b$;
- 3) строим углы A и C по алгоритму построения углов;
- 4) вторые стороны углов пересекаются в точке B ;
- 5) $\triangle ABC$ — искомый.

2)

- 1) $m, A \in m$;
- 2) $AC = b, [AC] \subset m$;
- 3) $\angle CAB = \angle A$;
- 4) $\angle ACB = \angle C$;
- 5) $\triangle ABC$ — искомый треугольник.

№ 382

1) Это задание лучше выполнить после № 378, 381, 383.

1) l

2) $[AC] \subset l; AC = b$

3) $\angle BAC = \alpha$

4) $[AB] \cap \text{Окр.}(C; a) = \{B_1; B_2\}$

$\triangle AB_1C$ и $\triangle AB_2C$

Вывод. Треугольник по двум сторонам и углу, прилежащему к одной из сторон, однозначно построить не всегда возможно. Число решений зависит от числа точек пересечения окружности и прямой. Так, в задаче № 382 (1) два решения, а в задаче № 382 (2) — одно. Если же окружность не пересекается с прямой, то треугольник по указанным элементам построить нельзя.

№ 383

1)

1) $m, B \in m;$

2) $\angle B;$

3) $[BC], BC = a;$

4) $[BA], BA = c;$

5) $[AC];$

6) $\triangle ABC$ — искомый треугольник.

2)

1) $m, B \in m;$

2) $\angle CBA = \angle B;$

3) $BC = a, [BC] \subset m;$

4) $BA = c, [BA] \subset [BA];$

5) $[AC];$

6) $\triangle ABC$ — искомый треугольник.

Двумя сторонами и углом между ними треугольник определяется однозначно.

№ 384

Гипотеза. Равенство двух треугольников однозначно следует из равенства следующих элементов:

а) трех пар сторон;

б) двух пар сторон и пары углов между ними;

в) одной пары сторон и двух пар углов, прилежащих к равным сторонам.

Получаем три признака равенства треугольников:

а) по трем сторонам;

б) по двум сторонам и углу между ними;

в) по стороне и двум прилежащим к ней углам.

№ 385

Гипотеза. Три биссектрисы пересекаются в одной точке.

№ 386

Гипотеза. Три серединных перпендикуляра пересекаются в одной точке.

№ 387

Гипотеза. Три медианы пересекаются в одной точке.

№ 388

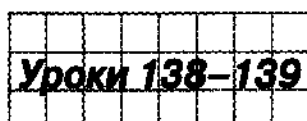
Гипотеза. Три высоты пересекаются в одной точке.

№ 416—419

Данные задания содержат практические работы, которые предполагается провести в классе. В процессе их выполнения учащиеся открывают соответствующие закономерности и тренируют навыки геометрических построений.

§ 2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ (6 часов)

П. 4. 2. 1. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФИГУРЫ И ИХ ИЗОБРАЖЕНИЕ (2 часа)



Основные содержательные цели

- 1) Сформировать представление о пространственных геометрических фигурах (параллелепипед, куб, цилиндр, конус, пирамида, шар и др.) и приемы их изображения.
- 2) Тренировать умение изображать пространственные геометрические фигуры, формировать понятие проекции.
- 3) Повторить и закрепить: высказывания, понятие логического следования, решение задач на совместную работу; основное свойство гроби.

В первом пункте учащиеся вспоминают, какие пространственные фигуры они знают, учатся изображать пространственные геометрические фигуры на клетчатой бумаге. Все задания, связанные с изображением пространственных фигур, формулируются следующим образом: «Перенеси рисунок в тетрадь...». В учебнике эти рисунки расположены на фоне клетки.

С учащимися можно выполнить задания на переход от пространственного изображения фигур к ее проекциям (№ 455, 456) и, наоборот, восстановить фигуру по ее проекциям (№ 457). При выполнении этих заданий учащиеся должны пользоваться реальными моделями. Об этом говорят следующие формулировки: «Сложи фигуру из кубиков».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 138–139.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

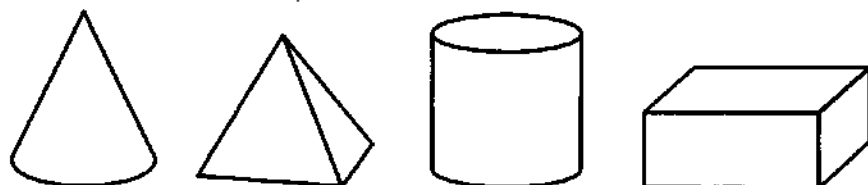
Понятие плоских фигур, понятие геометрических тел, правило изображение геометрических тел.

2. Актуализация знаний.

Классификация геометрических фигур.

3. Задание на пробное действие.

Используя штриховую линию, покажите правильное изображение геометрических тел.



4. Фиксация затруднения.

— Я не смог, используя штриховую линию, показать правильное изображение геометрических тел.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа использования штриховки при изображении геометрических фигур.

6. Цель деятельности.

Узнать, как правильно изображать геометрические тела.

7. Эталон.

Понятие плоских фигур

Плоскими фигурами называются геометрические фигуры, все точки которых расположены в одной плоскости.

Понятие геометрических тел

Пространственными фигурами (геометрическими телами) называются геометрические фигуры, все точки которых не могут быть расположены ни в одной из плоскостей.

Правила изображения пространственных фигур (тел)

1. Линии, которые скрыты от глаз наблюдателя, изображаются штриховыми.
2. На рисунке сохраняется параллельность прямых.
3. На рисунке сохраняется отношение параллельных отрезков.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

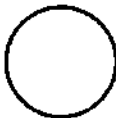
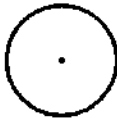
Понятие проекции.

2. Актуализация знаний.

Изображение фигур в пространстве, понятие сечения.

3. Задание на пробное действие.

— Используя таблицу, догадайтесь, проекции каких фигур в ней изображены.

Вид спереди			
Вид сверху			

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, проекции каких фигур изображены в таблице.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятия проекции.

6. Цель деятельности.

Узнать, что такое проекции.

7. Эталон.

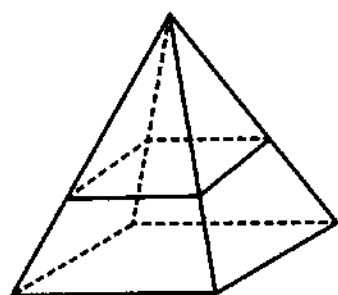
Проекциями фигуры называются изображения ее вида спереди, слева и сверху.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 138 (141)	Урок 139 (142)
К	№ 450—453	№ 454—457
П	№ 458—460, 464—466	№ 461—463, 467, 468
Д	п. 4.2.1, № 469, 471, 472	№ 4470, 473, 474
С	№ 475	№ 476

Решения и ответы

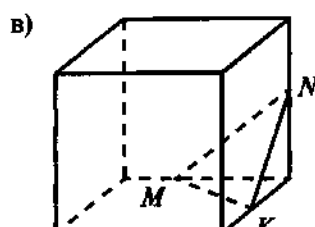
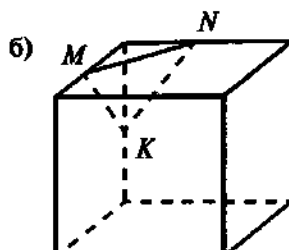
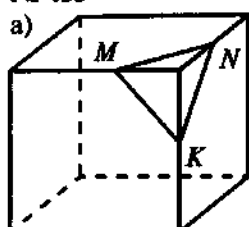
№ 452



В задании идет речь об усеченных пирамидах. Полезно показать учащимся, что усеченная пирамида получается отсечением от полной пирамиды ее части плоскостью, параллельной основанию. Аналогично получается усеченный конус.

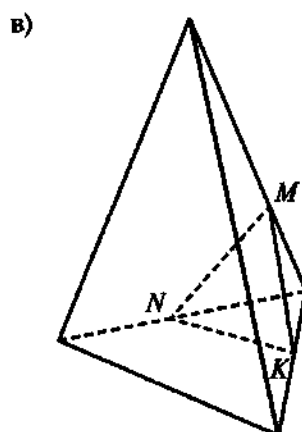
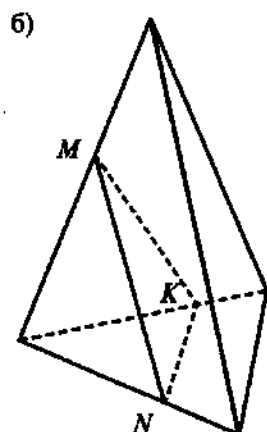
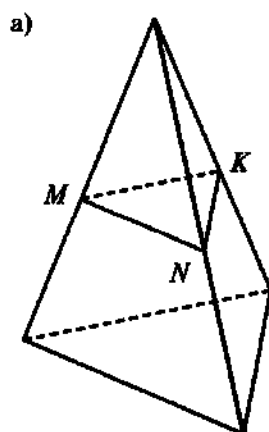
Усеченные пирамиды ограничивают треугольник, четырехугольник.

№ 453



№ 454

Сечение можно демонстрировать с помощью моделей из пластилина, которые пересекаются плоскостью пластмассового ножа, или с помощью каркасных моделей.



	Вид спереди	Вид слева	Вид сверху
а)			
б)			
в)			
г)			

П. 4. 2. 2. МНОГОГРАННИКИ (2 часа)



Основные содержательные цели

- 1) Сформировать представление о многогранниках и его элементах.
- 2) Тренировать умение изображать многогранники и определять их свойства.
- 3) Повторить и закрепить: понятие отношения, несократимой дроби, решение задач методом пропорции; понятие масштаба, действия с рациональными числами.

В пункте «Многогранники» с учащимися уточняются их представления о кубе, прямоугольном параллелепипеде, пирамиде; их вершине, ребре и грани. Учащиеся знакомятся с определением многогранника.

При работе с пространственными фигурами учащиеся используют их развертки (№ 482—483, 486—489; 518). Развертки дают возможность учащимся самостоятельно изготавливать модели геометрических фигур из бумаги. В конце учебного года, когда учащиеся устают, задания на изготовление моделей всегда вызывает их интерес.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 140—141.

Основная структура открытия нового знания

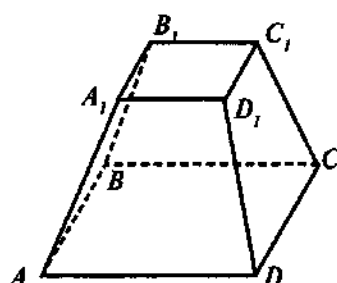
1. Новое знание.

Понятие многогранника, элементы многогранника, понятие пирамиды, тетраэдра.

2. Актуализация знаний.

Понятие куба, элементы куба.

3. Задание на пробное действие.



Можно ли утверждать, что данная пространственная фигура является многогранником?

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу утверждать, что пространственная фигура является многогранником.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет определения многогранника.

6. Цель деятельности.

Определить, какие тела называются многогранниками.

7. Эталон.

Понятие многогранника

Многогранник — геометрическое тело, поверхность которого состоит из граней, то есть частей плоскости, ограниченных многоугольниками.

Элементы многогранника

Вершины, ребра, грани.

Понятие пирамиды

Пирамида — многогранник, у которого одна грань — многоугольник (основание), а остальные грани — треугольники с общей вершиной.

Понятие тетраэдра

Тетраэдр — пирамида, все грани которой являются треугольниками.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

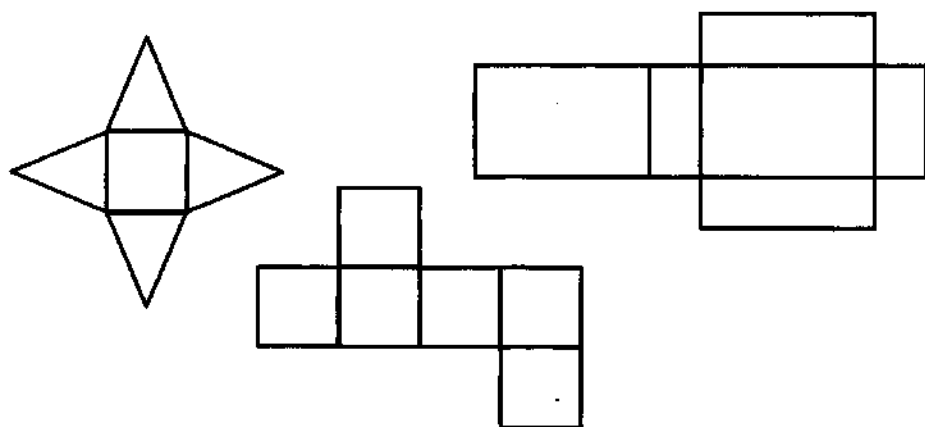
Понятие развертки.

2. Актуализация знаний.

Понятие многогранника, его элементов, понятие прямоугольного параллелепипеда, куба.

3. Задание на пробное действие.

Определить, что изображено на рисунке:



4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, что изображено на рисунке.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет понятий, необходимых для ответа на вопрос.

6. Цель деятельности.

Узнать, как называется то, что изображено на рисунке.

7. Эталон.

Понятие развертки

Разверткой многогранника называется его поверхность, разрезанная по некоторым ребрам и развернутая на плоскости.

Формулы

$S_{\text{поп.}} = 2(ab + bc + ac)$ — площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

$S_{\text{поп.}} = 6a^2$ — площадь поверхности куба.

$V = abc$ — объем прямоугольного параллелепипеда.

$V = a^3$ — объем куба.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 140 (143)	Урок 141 (144)
К	№ 477—483	№ 484—490
П	№ 496, 497	№ 498, 499
Д	п. 4.2.2, № 500, 502	№ 501, 503, 504 (а)
С	№ 507	

Решения и ответы

№ 477

- а) Прямоугольный параллелепипед, пирамида, куб.
в) Вершина — точка, в которой сходятся ребра;
ребра — общие стороны граней;
грани — многоугольники.

№ 478

- а) Нет.
б) Вершин — 4; ребер — 6; граней — 4 (у тетраэдра).

№ 479

- а) Вершин — 5 (A, B, C, D, S);
ребер — 8 ($AB, BC, CD, DA, SA, SB, SC, SD$);
граней — 5 ($ABCD, ASB, BSC, CSD, DSA$).
Невидимые: нижняя, задняя, левая грани.
б) Вершин — 6 (A, B, C, D, E, S);
ребер — 10 ($AB, BC, CD, DE, AE, SA, SB, SC, SD, SE$);
граней — 6 ($ABCDE, ASE, ASB, BSC, CSD, DSE$);
боковых граней — 5 (ASE, ASB, BSC, CSD, DSE).
Невидимые: нижняя, ASB, BSC, CSD .

№ 480

- а) У семиугольной пирамиды 7 боковых ребер, всего 14 ребер;
б) У n -угольной пирамиды $2n$ ребер, т. е. четное число, значит, 999 ребер у пирамиды быть не может.

в) $2n = 100$, $n = 50$. Значит, 100 ребер имеет 50-угольная пирамида;

г) У основания $725 - 1 = 724$ вершины.

№ 481

а) У k -угольной пирамиды $k + 1$ вершина, ребер — $2k$, граней — $k + 1$.

б) Если у пирамиды a граней, то у нее a вершин. Из них в основании $a - 1$ вершин. Значит, всего $2(a - 1)$.

№ 483

Развертками пирамиды могут быть заготовки б, д и е. Заготовка а не может быть разверткой пирамиды, так как соприкасающиеся при моделировании боковые ребра не равны.

Заготовка в не является разверткой, так как одна из боковых граней не имеет треугольной формы.

Заготовка г не является разверткой пирамиды, так как в одной из вершин основания 4 ребра, а не 3, как должно быть.

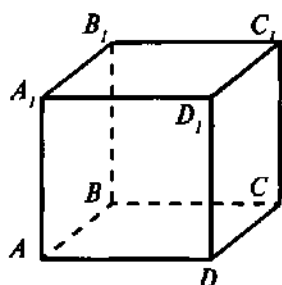
№ 484

а) Из одной вершины прямоугольного параллелепипеда выходят три ребра, три грани сходятся в одной вершине.

б) У прямоугольного параллелепипеда 12 ребер, 8 вершин, 6 граней.

в) Если красить одним цветом равные ребра, то потребуется 3 цвета; столько же цветов нужно, чтобы покрасить в один цвет равные грани.

№ 485



а) Невидимые: вершина B ; ребра AB , BC , BB_1 ; грани $ABCD$, AA_1B_1B , BB_1C_1C .

б) Прямоугольный параллелепипед имеет три измерения: длина, ширина, высота.

в) Равные грани: $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$; AA_1D_1D и BB_1C_1C ; AA_1B_1B и DD_1C_1C . Три пары равных граней.

№ 487

С точкой A совместятся точки K , E ; с точкой D — точка B ; с точкой N — точка S .

№ 490

б) $G + B - P = 2$.

№ 491

а) 96.

б) $V = abc$; $S = 2(ab + ac + bc)$.

в) $V = a^3$; $S = 6a^2$.

№ 492

а) $7 \cdot 4 + 9 \cdot 4 + 14 \cdot 4 = (7 + 9 + 14) \cdot 4 = 120$ (см) = 1 м 20 см

Ответ: проволоки длиной 1 м не хватит.

б) $S = 2(ab + ac + bc)$

$2(3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5) = 2(12 + 15 + 20) = 2 \cdot 47 = 94$ (см²) — площадь поверхности;

$12 \cdot 8 = 96$ (см²) — площадь листа.

Ответ: листа будет достаточно.

№ 493

1) $L_1 = 12 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 4 = 48 + 20 + 28 = 96$ (дм);

$V_1 = 12 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ (дм³);

$S_1 = 2(12 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 5 \cdot 7) = 2(60 + 84 + 35) = 2 \cdot 179 = 358$ (дм²).

$$2) L_2 = 12 \cdot 8 = 96 \text{ (дм)};$$

$$V_3 = 8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512 \text{ (дм}^3\text{)};$$

$$S_2 = 6 \cdot 8^2 = 6 \cdot 8 \cdot 8 = 384 \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Суммы длин ребер равны.

Объем прямоугольного параллелепипеда меньше объема куба.

Поверхность прямоугольного параллелепипеда меньше поверхности куба.

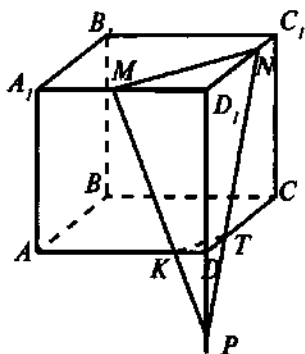
No 494

Точки 1 и 6 лежат в передней грани, где лежат данные точки A и B , значит, они являются точками пересечения прямой с продолжениями ребер куба. Точки 2, 3, 4 и 5 не принадлежат плоскости, содержащей переднюю грань куба. Значит, они не принадлежат и прямой AB .

№ 495

а) $[MK] \subset AA_1D_1D$; $[MN] \subset A_1B_1C_1D_1$. Значит, отрезок KN граням куба не принадлежит.

6)



П. 4. 2. 3. ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ (2 часа)

Уроки 142–143

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о телах вращения.

2) Повторить и закрепить: понятие отношения, решение задач на пропорциональное деление; понятие функциональной зависимости и упрощение выражений.

Помимо многогранников учащиеся знакомятся с фигурами вращения — цилиндром, шаром и конусом. Этому посвящен третий пункт — «Тела вращения». Чтобы учащиеся выделяли среди пространственных фигур тела вращения, в учебнике предлагается практическая работа № 511, которая показывает шестиклассникам образование таких геометрических фигур путем вращения.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуcь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 142—143.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие тела вращения: цилиндра, конуса; понятие разверток цилиндра и конуса.

2. Актуализация знаний.

Окружность, круг, прямоугольник, треугольник.

3. Задание на пробное действие.

Объяснить, помощью вращения каких плоских фигур получается цилиндр и конус.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу сказать, с помощью вращения каких плоских фигур получается цилиндр и конус.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, с помощью вращения каких плоских фигур получается цилиндр и конус.

6. Цель деятельности.

Узнать, с помощью вращения каких плоских фигур получается цилиндр и конус.

7. Эталон.

Понятие тела вращения

Тела вращения — геометрические тела, полученные в результате вращения некоторой плоской фигуры вокруг прямой (оси вращения).

Понятие цилиндра

Цилиндр — геометрическое тело, полученное в результате вращения прямоугольника вокруг своей стороны.

Понятие конуса

Конус — геометрическое тело, полученное в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг своего катета.

Развертка цилиндра

Развертка цилиндра — два круга (основания) и прямоугольник (боковая поверхность).

Развертка конуса

Развертка конуса — круг (основание) и сектор круга (боковая поверхность).

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

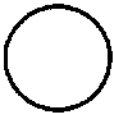
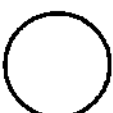
Понятие шара, сферы; элементы шара.

2. Актуализация знаний.

Тела вращения.

3. Задание на пробное действие.

— К какой фигуре относятся данные проекции?

Вид спереди	
Вид сверху	

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, к какой фигуре относятся данные проекции.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, к какой фигуре относятся данные проекции.

6. Цель деятельности.

Узнать, к какой фигуре относятся данные проекции.

7. Эталон.**Понятие шара**

Шар — геометрическое тело, полученное в результате вращения круга вокруг диаметра.

Элементы шара

Элементы шара — радиус, диаметр, центр.

Понятие сферы

Сфера — поверхность шара.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 142 (145)	Урок 143 (146)
К	№ 491—495	№ 509—513
П	№ 519, 520	№ 521—523
Д	№ 504 (б), 505, 506	п. 4.2.3, № 528, 531, 533
С	№ 508	№ 535

Решения и ответы**№ 512**

	Фигура	Вид спереди	Вид слева	Вид сверху
а)	Цилиндр			
б)	Конус			
в)	Шар			

№ 514

а) Через любую точку M сферы можно провести бесконечное множество больших окружностей, представив точку M в виде «полюса».

б) Две большие окружности всегда пересекаются, так как большие круги всегда имеют общую точку — центр шара O .

Если же хотя бы одна из окружностей не является большой, то они могут и не пересекаться.

Учащиеся выполняют действия с именованными числами (№ 542).

Учащиеся решают текстовые задачи на нахождение длины, площади и объема (№ 540—541, 543—547).

В этом пункте учащиеся знакомятся с новыми формулами, выражающими зависимость между величинами в круге и шаре. Задание № 513 предыдущего пункта готовило учащихся к введению числа «пи». Среди данных формул обязательными для усвоения являются формулы нахождения длины окружности и площади круга (№ 549 (1,2,3)). Изучение формул для шара носит ознакомительный характер (№ 549 (4), 550).

При выполнении № 551—552 учащиеся должны использовать вырезанные из бумаги модели фигур.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуся учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 144—146.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие величины, геометрической величины, таблица для систематизации знаний по величинам; формула нахождения длины окружности.

2. Актуализация знаний.

Повторить общий принцип измерения величин, зависимость результата измерения от выбора единицы измерения; систематизировать представления об измерении геометрических величин — длина, повторить известные формулы нахождения периметра прямоугольника, квадрата.

3. Задание на пробное действие.

Записать формулу для решения задачи:

«Диаметр окружности равен 10 см. Какова длина окружности?»

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог записать формулу для нахождения длины окружности.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем формулу для нахождения длины окружности.

6. Цель деятельности.

Узнать формулу для нахождения длины окружности.

7. Эталон.

Понятие величины

Величина — количественная характеристика предмета или явления.
Величина может быть измерена и выражена числом.

Понятие геометрической величины

Величины, характеризующие свойства геометрических фигур, называются **геометрическими величинами**.

Таблица для систематизации знаний по величинам

Величины	Обозначения	Единицы измерения величин
Длина	l	мм, см, дм, м, км

Понятие периметра

Периметр — сумма длин сторон геометрической фигуры.

Формула периметра прямоугольника и квадрата

$$P_{\text{пр.}} = (a + b) \cdot 2; \quad P_{\text{кв.}} = 4a$$

Формулы длины окружности

$$C = 2\pi r = \pi d$$

C — длина окружности; r — радиус окружности; d — диаметр окружности; $\pi \approx 3,14$

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Таблица для систематизации знаний по величинам; формулы площади круга, формула площади сферы, формула объема шара.

2. Актуализация знаний.

Уточнить общий принцип измерения величин, зависимость результата измерения от выбора единицы измерения; систематизировать представления об измерении геометрических величин — площадь, объем; повторить известные формулы нахождения площади прямоугольника, квадрата, площади поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба; формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба.

3. Задание на пробное действие.

Записать формулу для решения задачи:

«Радиус окружности равен 10 см. Найти площадь круга».

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог записать формулу для нахождения площади круга.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем формулу для нахождения площади круга.

6. Цель деятельности.

Узнать формулу для нахождения площади круга.

7. Эталон.

Таблица для систематизации знаний по величинам

Величины	Обозначения	Единицы измерения величин
Длина	l	мм, см, дм, м, км
Площадь	S	км ² , га, а, м ² , дм ² , см ² , мм ²
Объем	V	км ³ , м ³ , дм ³ (л), см ³ , мм ³

Формулы площади прямоугольника и квадрата, поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба

$$S_{\text{пр.}} = ab;$$

$$S_{\text{кв.}} = a^2$$

$$S_{\text{пов. пр. пар.}} = 2(ab + bc + ac);$$

$$S_{\text{пов. куба}} = 6a^2$$

Формула объема прямоугольного параллелепипеда, куба

$$V_{\text{пр. пар.}} = abc = Sc;$$

$$V_{\text{куб.}} = a^3$$

Формула площади круга

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

S — площадь круга, r — радиус круга, d — диаметр окружности; $\pi \approx 3,14$

Формула площади сферы

$$S = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

S — площадь круга, r — радиус круга, d — диаметр окружности; $\pi \approx 3,14$

Формула объема шара

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

V — объем шара, r — радиус шара; $\pi \approx 3,14$

Цели урока № 146: тренировать умение решать задачи на нахождение величин: периметра, площади, объема, тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить: понятие высказывания, понятие смешанного числа.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 144 (147)	Урок 145 (148)	Урок 146 (149)
К	№ 536—541	№ 542—547	№ 548—553
П	№ 555, 556	№ 557, 558	№ 553, 554
Д	п. 4.3.1, № 560, 562, 565	№ 561, 563, 564	№ 565, 566, 567
С	№ 568	№ 569	№ 570

Решения и ответы

№ 536

а) $AB = 12e_1 = 4e_2 = 2e_3$

б) $S(ABCD) = 40e_1 = 6e_2 = 5e_3$

в) $V(ABCD A_1 B_1 C_1 D_1) = 48e_1 = 6e_2 = 3e_3$

При увеличении мерки результат измерения уменьшается, при уменьшении мерки результат измерения увеличивается.

№ 537

а) см; б) л; в) га; г) м³; д) м²; е) км; ж) см.

№ 538

а) 1 дм = 100 см = 0,0001 км = 0,1 м;

б) 1 а = 0,01 га = 100 м² = 0,0001 км²;

в) 1 см³ = 1000 мм³ = 0,0000001 м³ = 0,001 дм³ = 0,001 л.

№ 539

а) 2 м 45 см = 245 см;

2 м² 45 см² = 20 045 см²;

2 м³ 45 см³ = 2 000 045 см³.

б) 2 м 45 см = 2,45 м;

2 м² 45 см² = 2,0045 м²;

2 м³ 45 см³ = 2,000045 м³.

в) 2 м 45 см = 24,5 дм;

2 м² 45 см² = 200,45 дм²;

2 м³ 45 см³ = 2000,045 дм³.

№ 540

а) $9 \cdot 7 - 2 \cdot 4 = 63 - 8 = 55 \text{ (см}^2\text{)};$

б) $(3 + 4) \cdot (2 + 2 + 3) - (4 \cdot 2) \cdot 2 = 7 \cdot 7 - 16 = 49 - 16 = 33 \text{ (м}^2\text{)};$

в) $(8 + 8 + 12) \cdot (9 + 7 + 9) - 4 \cdot 9 \cdot 8 = 28 \cdot 25 - 288 = 700 - 288 = 412 \text{ (мм}^2\text{)}$

№ 541

а) Пусть ширина прямоугольника x см, тогда $(x + 16)$ см. По условию периметр прямоугольника $22,4 \text{ дм} = 224 \text{ см}$, составим уравнение:

$$2(x + x + 16) = 224$$

$$2x + 16 = 112$$

$$2x = 96$$

$$x = 48$$

$4,8 \text{ дм}$ — ширина прямоугольника;

$4,8 + 1,6 = 6,4 \text{ (дм)}$ — длина;

$4,8 \cdot 6,4 = 30,72 \text{ (дм}^2\text{)}$ — площадь прямоугольника;

$22,4 : 4 = 5,6 \text{ (дм)}$ — сторона квадрата;

$5,6 \cdot 5,6 = 31,36 \text{ (дм}^2\text{)}$ — площадь квадрата;

$$31,36 - 30,72 = 0,64 \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Ответ: площадь прямоугольника меньше площади квадрата на $0,64 \text{ дм}^2$.

б) $6 \cdot 1,2 = 7,2 \text{ (м)}$ — периметр прямоугольника;

$6 : 4 = 1,5 \text{ (м)}$ — длина стороны квадрата;

$1,5 \cdot 1,5 = 2,25 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь квадрата.

Пусть ширина прямоугольника x м, тогда его длина — $5x$ м. Известно, что периметр прямоугольника $7,2 \text{ м}$. Составим уравнение:

$$2(x + 5x) = 7,2$$

$$6x = 3,6$$

$$x = 0,6$$

$0,6 \text{ м}$ — ширина;

$5 \cdot 0,6 = 3 \text{ (м)}$ — длина;

$0,6 \cdot 3 = 1,8 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь прямоугольника;

$$(1,8 : 2,25) \cdot 100\% = 80\%;$$

$$100\% - 80\% = 20\%.$$

Ответ: площадь прямоугольника на 20% меньше площади квадрата.

№ 542

а) $4,1 \text{ м} - 3,7 \text{ дм} + 72,6 \text{ см} = 410 \text{ см} - 37 \text{ см} + 72,6 \text{ см} = 445,6 \text{ см} = 4 \text{ м } 45 \text{ дм } 6 \text{ см};$

б) $10,2 \text{ дм} + 8,4 \text{ см} - 0,125 \text{ м} = 102 \text{ см} + 8,4 \text{ см} - 12,5 \text{ см} = 97,9 \text{ см} = 97 \text{ дм } 9 \text{ см};$

в) $1,64 \text{ км} \cdot 30,5 - 25 \text{ км } 20 \text{ м} = 50,02 \text{ км} - 25,02 \text{ км} = 25 \text{ км};$

г) $3 \text{ дм}^2 2 \text{ см}^2 + 35,4 \text{ см}^2 : 0,05 = 3 \text{ дм}^2 2 \text{ см}^2 + 708 \text{ см}^2 = 3 \text{ дм}^2 710 \text{ см}^2 = 10 \text{ дм}^2 10 \text{ см}^2;$

д) $1,5 \text{ м}^3 - 1,5 \text{ дм}^3 + 51 \text{ 500 см}^3 = 1 \text{ 500 000 см}^3 - 1500 \text{ см}^3 + 51 \text{ 500 см}^3 =$
 $= 1 \text{ 550 000 см}^3 = 1550 \text{ дм}^3 = 1,55 \text{ м}^3;$

е) $28,8 \text{ а} : 0,48 + 5,6 \text{ га} \cdot 0,25 = 60 \text{ а} + 1,4 \text{ га} = 60 \text{ а} + 140 \text{ а} = 200 \text{ а} = 2 \text{ га}.$

№ 543

а) $36 \text{ см} = 3,6 \text{ дм}; 12 \text{ дм } 5 \text{ см} = 12,5 \text{ дм};$

$$3,6 \cdot 8 \cdot 12,5 = 360 \text{ (дм}^3\text{)};$$

б) $36 \text{ см} = 0,36 \text{ м}; 8 \text{ дм} = 0,8 \text{ м}; 12 \text{ дм } 5 \text{ см} = 1,25 \text{ м};$

$$0,36 \cdot 0,8 \cdot 1,25 = 0,36 \text{ (м}^3\text{)};$$

в) $8 \text{ дм} = 80 \text{ см}; 12 \text{ дм } 5 \text{ см} = 125 \text{ см};$

$$36 \cdot 80 \cdot 125 = 360 \text{ 000 (см}^3\text{)}.$$

№ 544

а) $53 = 125 \text{ (дм}^3\text{)}$ — объем куба;

$$15 \text{ см} \cdot 100 \text{ см} \cdot 80 \text{ см} = 120 \text{ 000 (см}^3\text{)} = 120 \text{ дм}^3. \text{ Объем куба больше.}$$

$5 \cdot 5 \cdot 6 = 150$ (дм³) — площадь поверхности куба;
 $2(15 \cdot 100 + 15 \cdot 80 + 100 \cdot 80) = 2(1500 + 1200 + 8000) = 21\,400$ (см²) = 214 дм².
 Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда больше.

б) $4^3 = 64$ (см³) — объем куба;
 $2 \text{ см} \cdot 3 \text{ см} \cdot 2,5 \text{ см} = 15$ (см³). Объем куба больше.
 $4 \cdot 4 \cdot 6 = 144$ (см²) — площадь поверхности куба;
 $2(2 \cdot 3 + 2 \cdot 2,5 + 3 \cdot 2,5) = 2(6 + 5 + 7,5) = 2 \cdot 18,5 = 37$ (см²).
 Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда больше.

№ 545

- 1) $5 \cdot 1,2 = 6$ (см) — высота;
 - 2) $240 : (5 \cdot 6) = 8$ (см) — длина;
 - 3) $8 - 3 = 5$ (см) новая длина;
 - 4) $5 \cdot 5 \cdot 6 = 150$ (см³) — объем;
 - 5) $(150 : 240) \cdot 100\% = 62,5\%$;
 - 6) $100\% - 62,5\% = 37,5\%$.
- Ответ: объем уменьшился на 37,5%.

№ 546

$$(40 \cdot 40 \cdot 40) : 4 = 16\,000 \text{ (см}^3\text{)}.$$

№ 547

$$\begin{aligned} \text{а) } S_1 &= 45 \cdot 32 + 50 \cdot 32 \cdot 2 + 45 \cdot 50 \cdot 2 \\ S_2 &= 50 \cdot 32 + 45 \cdot 32 \cdot 2 + 45 \cdot 50 \cdot 2 \end{aligned}$$

Слагаемые $45 \cdot 50 \cdot 2$ одинаковые. Поэтому для ответа на вопрос достаточно сравнить суммы:

$$45 \cdot 32 + 50 \cdot 32 \cdot 2 \text{ и } 50 \cdot 32 + 45 \cdot 32 \cdot 2.$$

Разделим оба выражения на 32:

$$45 + 100 \text{ и } 50 + 90$$

$$154 > 140 \Leftrightarrow S_1 > S_2$$

Ответ: больше стекла потребовалось на изготовление первого аквариума.

$$\begin{aligned} \text{б) } V_1 &= 45 \cdot 32 \cdot (50 - 10) \\ V_2 &= 50 \cdot 32 \cdot (45 - 5) \\ 45 \cdot 32 \cdot 40 \text{ и } 50 \cdot 32 \cdot 40 \\ 45 < 50 &\Leftrightarrow V_1 < V_2 \end{aligned}$$

Ответ: больше воды во втором аквариуме.

№ 548

а) $40 \text{ см}^2 < 4 \text{ дм}^2$;	б) $9000 \text{ дм}^3 = 9 \text{ м}^3$;
$500 \text{ мм}^2 = 5 \text{ см}^2$;	$700 \text{ см}^3 < 7 \text{ дм}^3$;
$8000 \text{ дм}^2 > 8 \text{ м}^2$;	$20\,000 \text{ мм}^3 > 2 \text{ см}^3$;
$10\,000 \text{ м}^2 = 1 \text{ га}$.	$600\,000 \text{ см}^3 > 6 \text{ м}^3$.

№ 549

1) Дано:	Решение:
$R = 5 \text{ см}$	$C = 2\pi R$
Найти:	$2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4$ (см)
$C = ?$	

$$\begin{aligned} 2) C &= 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ (м)} \\ 1200 : 2,4 &= 500 \text{ (об.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) V &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (1,5)^3 = 14,13 \text{ (дм}^3\text{)} \approx 14,1 \text{ (дм}^3\text{)} \\ S &= 4 \cdot 3,14 \cdot (1,5)^2 = 28,26 \text{ (дм}^2\text{)} = 28,3 \text{ (дм}^2\text{)} \end{aligned}$$

№ 550

$$S_{\text{ш}} = 4\pi r^2$$

$$S_{\text{кр}} = \pi r^2$$

$$4\pi r^2 : \pi r^2 = 4 \text{ (раз).}$$

Ответ: площадь поверхности шара в 4 раза больше площади круга.

№ 551

$$S(A) = 16 \text{ кв. ед.}$$

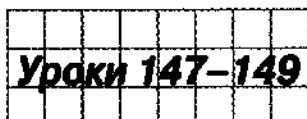
$$S(B) = 16 \text{ кв. ед.}$$

$$S(C) = 16 \text{ кв. ед.}$$

№ 552

$$S = ah.$$

П. 4. 3. 2. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВ. ТРАНСПОРТИР (3 часа)



Уроки 147–149

Основные содержательные цели

- 1) Уточнить общий принцип измерения величин, зависимость результата измерения от выбора единицы измерения.
- 2) Систематизировать представления об измерении геометрических величин — мера угла.
- 3) Повторить и закрепить: приемы измерения углов с помощью транспортира, запись, чтение и преобразование выражений; понятие логического следования; действия с рациональными числами; решение уравнений.

Второй пункт «Измерение углов. Транспортир» направлен на уточнение представлений об общем принципе измерения величин и зависимости результата измерения от выбора единицы измерения (через измерение углов).

При выполнении заданий № 573–575 учащиеся тренируются применять алгоритм измерения углов.

При выполнении заданий № 576–579, 584 учащиеся тренируются применять алгоритм построения углов.

Материал пункта не содержит новых теоретических сведений для учащихся. Учителю надо иметь в виду, что к этому времени учащиеся должны уже достаточно уверенно и измерять, и строить углы по указанной мере. И все же надо признать, что не все дети безошибочно выполняют указанные действия с углами. Поэтому важно организовать работу так, чтобы каждый учащийся имел возможность выявить и откорректировать свои затруднения в выполнении этих значимых для дальнейшего изучения геометрии операций.

При изучении данного пункта можно повторить и систематизировать знания учащихся о видах углов, о свойствах углов (№ 572, 582–583).

При выполнении заданий № 579–580 учащиеся помимо закрепления знаний об углах повторяют способы решения задач на дроби и с помощью уравнения.

Задания № 585–586 позволяют вспомнить с учащимися понятие круговой диаграммы.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» во втором пункте предлагаются сценарии № 147–149.

Цели уроков № 147–149: повторить способы сравнения углов, единицу измерения углов, алгоритм измерения углов с помощью транспортира;

тренировать умение строить углы, тренировать способность к рефлексии собственной деятельности;

повторить и закрепить: действия с рациональными числами, модуль числа; понятие логического следования, координатной плоскости, упрощение выражений;

решение уравнений, понятие отношения.

Цели урока № 150: тренировать умение выполнять различные действия с рациональными числами, именованными числами, решать задачи на измерение, построение геометрических фигур на плоскости и в пространстве;

формировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности;

повторить и закрепить решение задач на проценты.

**Номера заданий, из которых предлагается
осуществлять отбор заданий для урока**

Урок №	Урок 147 (150)	Урок 148 (151)	Урок 149 (152)
К	№ 571–578	№ 579–583	№ 584–588
П	№ 589, 590	№ 591–593	№ 594–596
Д	п. 4.3.2, № 597, 598, 603	№ 599, 600, 602	№ 601, 604, 605
С	№ 606	№ 607	

Решения и ответы

№ 571

$$\angle AOB = 4e_1 = 2e_2 = 1\frac{1}{3}e_3 = \frac{2}{3}e_4.$$

№ 572

- а) прямой угол — 90° ;
- б) острый угол — меньше 90° ;
- в) тупой угол — больше 90° ;
- г) развернутый угол — 180° ;
- д) 75° ;
- е) 150° .

№ 573

Вершина угла не совпадает с центром транспортира.

Вторая сторона угла не совмещена с нулевой отметкой.

Не по той шкале проводится измерение.

№ 574

а) $\angle AOC = 27^\circ$; $\angle AOD = 65^\circ$; $\angle AOE = 97^\circ$; $\angle AOF = 140^\circ$; $\angle AOK = 156^\circ$

б) $\angle BOK = 24^\circ$; $\angle BOF = 40^\circ$; $\angle BOE = 83^\circ$; $\angle BOD = 115^\circ$; $\angle BOC = 154^\circ$

в) $\angle COD = 39^\circ$; $\angle EOF = 43^\circ$; $\angle FOK = 16^\circ$; $\angle EOC = 61^\circ$; $\angle DOK = 90^\circ$;
 $\angle COF = 114^\circ$.

№ 579

а) $\frac{2}{9} \cdot 180^\circ = 40^\circ$

б) $90^\circ : 0,75 = 67,5^\circ$

№ 580

а) $x + x + 28 = 180$

$2x = 152$

$x = 76$

$76 + 28 = 98$

б) $x + 5x = 180$

$6x = 180$

$x = 30$

$30 \cdot 5 = 150$

в) $x + 0,25x = 180$

$1,25x = 180$

$x = 144$

$144 \cdot 0,25 = 36$

г) $x + 1,4x = 180$

$2,4x = 180$

$x = 75$

$75 \cdot 1,4 = 105$

д) $x + 0,8x = 180$

$1,8x = 180$

$x = 100$

$100 \cdot 0,8 = 80$

№ 581

а) $\angle AOB = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$

111

б) $\angle AOB = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$

2211

в) $\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ - 28^\circ \cdot 2 = 34^\circ$

3411

г) $\angle AOB = 90^\circ - 24^\circ - 16^\circ = 50^\circ$

5010

д) $\angle MOB = (90^\circ - 2 \cdot 25^\circ) : 2 = 20^\circ$

10010

$\angle AOB = 25^\circ + 20^\circ = 45^\circ$

е) $\angle AOB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

2322

§ 4. СИММЕТРИЯ ФИГУР (8 часов)

Для успешной работы с содержанием данного параграфа нужно понимать его задачи. Целью изучения данного параграфа является, конечно, не формирование умения строить точки, симметричные данным (недаром после изучения параграфа не предполагается выполнение контрольной работы). С помощью содержания этого параграфа учащиеся учатся «видеть» красоту геометрии. Знакомство с видами симметрии, правильными многоугольниками, многогранниками является средством демонстрации этой красоты (построение бордюров, орнаментов с применением различных видов симметрии, построение паркетов из правильных многоугольников). Кроме того, в ходе практических построений развивается мелкая моторика и прививается навык геометрических построений с использованием инструментов (циркуля, линейки, угольника).

В начальной школе учащиеся рассматривали понятия преобразования фигур, симметрии, симметричных фигур. В 6 классе у учащихся формируется представление о видах симметрии: осевой, поворотной, центральной и переносной (параллельном переносе). Это представление формируется с опорой на *практическо-исследовательскую* деятельность учащихся в два этапа. Первый этап — через описание практического получения симметричных фигур (пункт «Красота и симметрия»), второй этап — через определения симметричных точек (пункт «Преобразования плоскости. Равные фигуры»).

В течение изучения четвертого параграфа учащимся предоставляется возможность выполнить практические работы. Выполнение практических работ дает возможность учащимся, которые не имели возможности быть успешными при изучении предыдущих тем, проявить себя при рисовании различных бордюров (№ 619), паркетов (№ 703), склеивании моделей многогранников (№ 719).

Уроки 153–154

1) Сформировать представления о видах симметрии фигур и об их проявлении в разных областях действительности; сформировать понятие поворотной симметрии, переносной симметрии.

2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами, понятие высказывания, понятие степени числа; понятие модуля числа, решение текстовых задач методом уравнений.

В первом пункте учащиеся знакомятся с видами симметрии через описание практического получения симметричных фигур. Так, представление об осевой симметрии учащиеся могут получить перегибанием листа бумаги (№ 609). Об остальных видах симметрии учащиеся могут получить представление с помощью кальки, на которой обводится заданная фигура. В начальной школе учащиеся уже использовали кальку для сравнения фигур. Поворотную симметрию учащиеся могут представить с помощью поворота на определенный угол кальки, закрепленной в некоторой точке (учащиеся могут зафиксировать точку поворота ножкой циркуля). С центральной симметрией учащиеся знакомятся как с частным видом поворотной — поворотом на 180° .

С еще одним видом симметрии — параллельным переносом — учащиеся могут познакомиться, сдвинув кальку с копией фигуры в определенном направлении. При этом учащиеся естественным образом сами откроют понятие вектора, как направленного отрезка. Для этого учителю достаточно дать задание: «Покажите знаково передвигание фигуры, ее путь?» Жизненный опыт подскажет детям, что направление сдвига нужно зафиксировать стрелкой. Если учащиеся зафиксируют только отрезок, задается наводящий вопрос: «Отражает ли отрезок, в каком направлении двигалась фигура? Какой знак покажет, не только то расстояние, на которое она переместилась, но и в каком направлении?». После таких вопросов учащиеся однозначно выйдут на направленный отрезок. Учителю останется только ввести новый термин — вектор. Практический опыт показывает, что шестиклассники, не смотря на опасения учителей, без труда усваивают понятие вектора, как направленного отрезка. Введение этого понятия в 6 классе является целесообразным и с точки зрения межпредметных связей (учащиеся начинают изучать физику с 7 класса, а на уроках геометрии понятие вектора вводится традиционно только в 8 классе).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии № 153—154.

1. Новое знание.

Понятие: «осевая симметрия».

2. Актуализация знаний.

Понятие противоположных чисел, их расположение на числовой прямой, расположение симметричных точек на координатной плоскости, понятие симметрии.

3. Задание на пробное действие.

Определить, являются ли две фигуры симметричными относительно прямой:



4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, являются ли две фигуры симметричными относительно прямой.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа определения симметричности фигур относительно прямой.

6. Цель деятельности.

Вспомнить, какие фигуры называются симметричными относительно прямой, определить способ, который можно использовать при определении симметричности фигур относительно прямой.

7. Эталон.

Понятие симметричности

Симметричность — правильность, упорядоченность, повторяемость, гармония.

Понятие асимметричности

Асимметричность — неправильность, нарушение порядка.

Понятие осевой симметрии

Осевая симметрия означает, что при перегибании плоскости по некоторой прямой l совмещаются либо две половинки одной фигуры, либо две фигуры — F_1 и F_2 .

Прямая l — ось симметрии.

Фигуры F_1 и F_2 (либо фигура F) симметричны относительно прямой l .

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

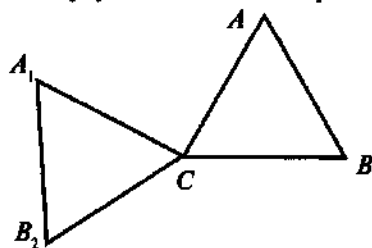
Понятие поворотной симметрии, переносной симметрии.

2. Актуализация знаний.

Понятие симметрии, свойства симметричных фигур.

3. Задание на пробное действие.

Будут ли треугольники симметричными?



4. Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, будут ли треугольники симметричными.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем, какие виды симметрии есть.

6. Цель деятельности.

Выяснить, существуют ли другие виды симметрии.

7. Эталон.

Понятие поворота

Поворот означает, что при повороте плоскости вокруг точки O на угол α фигура F_1 переходит в фигуру F_2 .

Фигура F_2 — результат поворота фигуры F_1 на угол α .

Понятие центральной симметрии

Центральной симметрией называется поворот на 180° .

Точка O — центр симметрии.

Фигуры F_1 и F_2 — центрально-симметричны относительно точки O .

Понятие параллельного переноса

Параллельный перенос означает, что при перемещении плоскости на вектор $\vec{d}$ фигура F_1 переходит в фигуру F_2 .

Фигура F_2 — результат параллельного переноса фигуры F_1 на вектор $\vec{d}$.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 153 (155)	Урок 154 (156)
К	№ 608—612, 619	№ 613—618
П	№ 620, 621, 625, 626	№ 622—624, 627
Д	п. 4.4.1, № 628, 630, 631	№ 629, 632, 633
С	№ 634	№ 635

Решения и ответы

№ 610

На рисунках б) и в) фигуры симметричны.

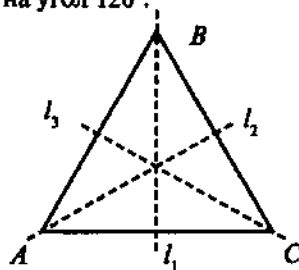
№ 612

На рисунках а) б) в) прямая не является осью симметрии, на остальных — является.

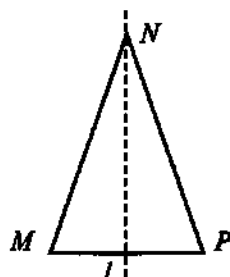
№ 616

В тетрадях учащиеся выполняют рисунки и делают записи:

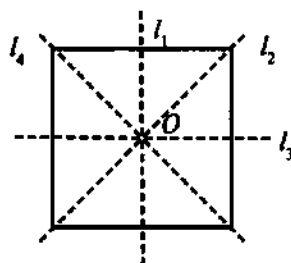
а) Равносторонний треугольник ($AB = BC = AC$) имеет три оси симметрии — l_1, l_2, l_3 , и центр поворота O на угол 120° .



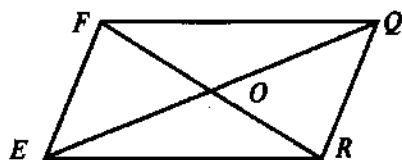
б) Равнобедренный треугольник ($MN = NP$, $MN = MP$) имеет одну ось симметрии l .



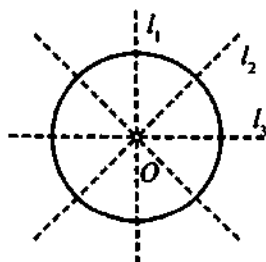
в) Квадрат имеет четыре оси симметрии l_1, l_2, l_3, l_4 , центр симметрии O и центр поворота O на угол, кратный 90° .



г) Параллелограмм, не являющийся ни ромбом, ни прямоугольником, имеет единственный центр симметрии O .



д) Окружность ($O; R$) имеет бесконечное множество осей симметрии $l_1, l_2, l_3, \dots$, которые все проходят через точку O — центр окружности. Точка O , кроме того, является центром симметрии и центром поворота на любой произвольный угол.



Окружность — самая симметричная из фигур.

№ 617

Плоскостями симметрии обладают тела, изображенные на рисунках а), б), в), г), д). Симметрию можно назвать «зеркальной».

П. 4. 4. 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ. РАВНЫЕ ФИГУРЫ (3 часа)

Уроки	155	–	157						

Основные содержательные цели

- 1) Сформировать умение преобразовывать плоскости и строить равные фигуры, используя осевую симметрию, поворотную симметрию, переносную симметрию.
- 2) Повторить и закрепить: действия с десятичными дробями, решение уравнений, решение задач на движение по реке; понятие высказывания, алгебраические дроби.

Во втором пункте «Преобразования плоскости. Равные фигуры» уже рассматриваются определения симметричных точек (для каждого вида симметрии). Работа с данным пунктом должна быть построена по следующему плану: сначала учащиеся на практике получают симметричные точки, затем анализируют расположение полученных точек, самостоятельно строят определение и только после этого сравнивают свое определение с определением из учебника. (Для этого в учебнике предлагаются № 636 — на осевую симметрию; № 642 — на поворотную симметрию; предложив учащимся поворот на 180° , можно на этом же задании спровоцировать выдвижение гипотезы об определении центральной симметрии.) Реализация данного плана учитывает возрастные особенности детей и дает возможность самостоятельного открытия учащимися новых знаний.

После введения определений симметричных точек учащиеся могут строить фигуры, симметричные данным, не прибегая к перегибанию листа, вырезанию фигур. Они строят точки, симметричные вершинам данной фигуры, с помощью чертежных инструментов.

При построении фигур, симметричных данным, учащиеся знакомятся с применением чертежного треугольника и линейки для проведения перпендикуляра к прямой (№ 637) и проведения параллельных прямых (№ 650). Учащиеся используют эти приемы для построения фигур, симметричных данным, на бумаге без клеток.

Из курса начальной школы учащиеся знают, что фигуры равны, если они совпадают при наложении. Все виды симметрии, рассмотренные учащимися, дают им в руки мощное средство обоснования равенства фигур (№ 643 (в)). С учащимися нужно сформулировать важное свойство: в результате симметрии получаются равные фигуры. С более подготовленными учащимися можно рассмотреть применение данного свойства: для того, чтобы обосновать равенство фигур, достаточно показать, что они получаются друг из друга в результате одного из видов симметрии. Возможность использовать симметрию для установки разнообразных геометрических фактов позволит учащимся решать целый ряд новых задач (№ 655, 656).

Задачи № 657— 658 представляют собой геометрическую задачу на минимум. Для решения этой задачи полезно с учащимися сначала рассмотреть вспомогательную задачу, где данные точки расположены по разные стороны от прямой. При решении задач данного уровня сложности учитель должен реализовывать принцип минимакса и понимать, что отбирать данные задания для выполнения их на уроке следует только для хорошо подготовленных учащихся, талантливых и проявляющих к изучению предмета повышенный интерес.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учуся учиться» по второму пункту предлагаются сценарии № 155—157.

Основная структура открытия нового знания

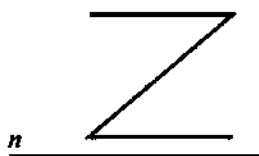
1. Новое знание.

Умение преобразовывать плоскости и строить равные фигуры, используя осевую симметрию.

2. Актуализация знаний.

Понятие симметрии, свойства симметричных фигур.

3. Задание на пробное действие.



Построить с помощью циркуля и линейки фигуру, симметричную латинской букве Z относительно прямой n .

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу построить с помощью циркуля и линейки фигуру, симметричную латинской букве Z относительно прямой n .

5. Фиксация причины затруднения.

Я не знаю способа построения с помощью циркуля и линейки фигуры, симметричной латинской букве Z относительно прямой n .

6. Цель деятельности.

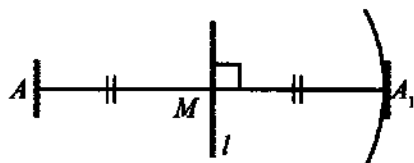
Сформулировать способ построения фигуры, симметричной данной относительно прямой, с помощью циркуля и линейки.

7. Эталон.

Понятие симметричных точек относительно прямой*

Точки A и A_1 называются *симметричными относительно прямой l* , если отрезок AA_1 перпендикулярен прямой l и делится ею пополам.

Построение точки, симметричной данной относительно прямой



1) $[AM] \perp l$, $[AM] \cap l = \{M\}$;

2) $AM = AM_1$.

Точка A_1 симметрична точке A относительно l .

Алгоритм построения симметричных точек относительно прямой

1. Провести через данную точку прямую, перпендикулярную оси симметрии.
2. От точки пересечения перпендикуляра с осью отложить отрезок, равный отрезку, соединяющему точку пересечения с данной точкой.

Урок 156. Преобразование плоскости. Равные фигуры

1. Новое знание.

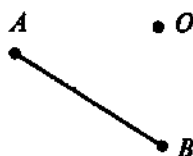
Способ преобразования плоскости, используя поворотную симметрию.

2. Актуализация знаний.

Понятие поворотной симметрии.

3. Задание на пробное действие.

Построить с помощью транспортира и линейки фигуру, симметричную отрезку, с помощью поворотной симметрии вокруг точки O на угол 60° :



4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить фигуру, симметричную отрезку с помощью поворотной симметрии вокруг точки O на угол 60° .

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения фигуры, симметричной данной, с помощью поворотной симметрии вокруг точки на данный угол.

6. Цель деятельности.

Вывести алгоритм построения фигуры, симметричной данной, с помощью поворота.

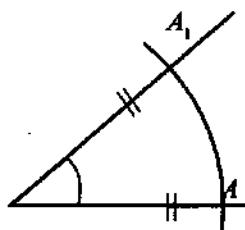
7. Эталон.

Понятие точек, получившихся с помощью поворота на данный угол*

Точка A_1 называется результатом поворота точки A вокруг центра O на угол α , если:

- 1) $OA = OA_1$; 2) $\angle AOA_1 = \alpha$.

Построение поворота точки вокруг центра на данный угол



- 1) $[OA]$;
2) $\angle AOA_1 = \alpha$ ($\alpha > 0$);
3) $OA_1 = OA$.

Точка A_1 является результатом поворота точки A вокруг точки O на угол α .

Если $\alpha > 0$, то угол откладывается против часовой стрелки, если $\alpha < 0$, то по часовой стрелке.

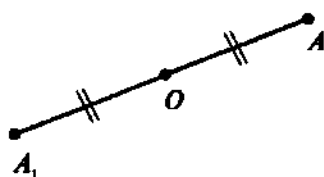
Алгоритм построения поворота точки вокруг центра на данный угол

1. Провести луч с началом в центре поворота и проходящий через данную точку.
2. Отложить от луча угол, равный величине угла поворота (при $\alpha > 0$ — против часовой стрелки, а при $\alpha < 0$ — по часовой стрелке).
3. На второй стороне угла отложить отрезок, равный длине отрезка от центра поворота до данной точки.

Определение точек, симметричных относительно точки

Точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O , если O является серединой отрезка AA_1 .

Построение точки, полученной с помощью центральной симметрии данной точки



- 1) $[AO)$;
 - 2) $OA_1 = OA$.
- Точка A_1 центрально-симметрична точке A относительно O .

Алгоритм построения точки, центрально-симметричной данной

1. Провести через данную точку и центр симметрии прямую.
2. От центра симметрии отложить отрезок, равный по длине расстоянию от данной точки до центра симметрии.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

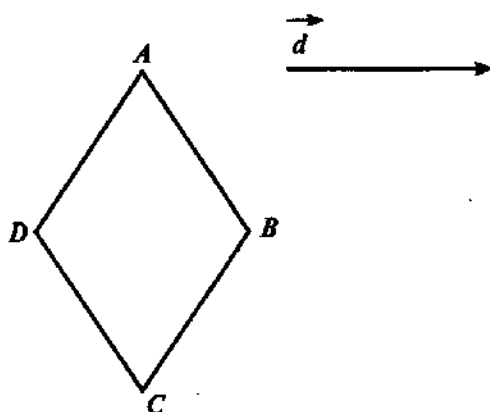
Способ преобразования плоскости, используя переносную симметрию.

2. Актуализация знаний.

Понятие переносной симметрии.

3. Задание на пробное действие.

Выполнить параллельный перенос на указанный вектор.



4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить фигуру, симметричную данной фигуре, с помощью параллельного переноса на данный вектор.

5. Фиксация причины затруднения.

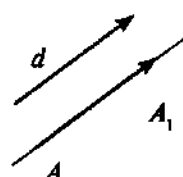
У нас нет способа построения фигуры, симметричной данной, с помощью параллельного переноса на данный вектор.

6. Цель деятельности.

Вывести алгоритм построения фигуры, симметричной данной, при переносной симметрии.

7. Эталон.

Точка A_1 называется результатом параллельного переноса точки A на вектор $\vec{d}$, если $\vec{AA_1} = \vec{d}$.



1) $(AA_1) \parallel d$; 2) $AA_1 = d$

Точка A_1 является результатом параллельного переноса точки A на вектор $\vec{d}$ (а именно в данном направлении на данное расстояние).

Алгоритм параллельного переноса точки

1. Провести через данную точку прямую, параллельную вектору переноса.
2. Отложить от данной точки отрезок, равный длине вектора переноса, в направлении, совпадающем с направлением вектора.

Свойство симметричных фигур

В результате всех преобразований симметрии получаются равные фигуры.

Определение равенства фигур

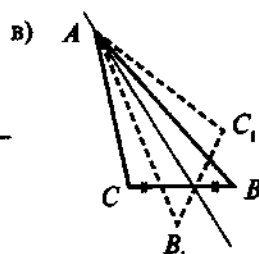
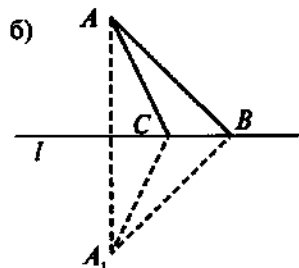
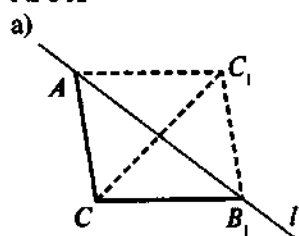
Для обоснования равенства фигур достаточно показать, что эти фигуры могут быть получены друг из друга в результате преобразований симметрии.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 155 (157)	Урок 156 (158)	Урок 157 (159)
К	№ 636—641	№ 642—647	№ 646—652
П	№ 659, 666 (а, б), 667	№ 660, 661, 666 (в, г), 668	№ 662—664, 669
Д	п. 4.4.1(1), № 672, 678, 682	п. 4.4.1(2), № 673, 677, 679	п. 4.4.1(3), № 674, 680, 681
С	№ 685 (а)	№ 685 (б)	№ 685 (в)

Решения и ответы

№ 641



Во всех трех случаях треугольник AC_1B_1 симметричен треугольнику ACB относительно прямой l .

№ 643 (в)

В результате двух указанных поворотов треугольник ABC займет исходное положение.

№ 645

Во всех заданиях этого номера построения выполняются циркулем и линейкой:

- 1) A, B, C
- 2) $\triangle ABC$
- 3) $[BA), [CA)$
- 4) $[BA) \cap \text{Окр.}(O; AB) = \{B_1\}$
 $[CA) \cap \text{Окр.}(O; AC) = \{C_1\}$
- 5) $[B_1C_1]$

$\triangle AB_1C_1$ симметричен $\triangle ABC$ относительно точки A .

№ 646

Точки симметричные точкам C, K, D, M относительно точки O : M, B, A, C соответственно. Отрезок OK симметричен относительно точки O отрезку BO , треугольник DOC симметричен треугольнику AOM , четырехугольник $DOBC$ симметричен четырехугольнику $AOKM$, ломаная $KOAB$ симметрична ломаной $BODK$, семиугольник $DKOMABC$ симметричен семиугольнику $ABOCDKM$.

№ 649 (в)

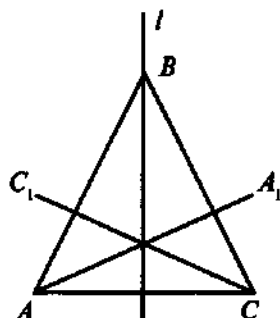
- 1) $[AC) \parallel [BB_1) \parallel [DD_1)$
- 2) $BB_1 = CC_1 = DD_1 = AO$
- 3) $OB_1C_1D_1$

$ABCD$ переходит в $OB_1C_1D_1$ при параллельном переносе на вектор $\vec{AO}$.

№ 655

Доказательство:

Рассмотрим симметрию относительно прямой l .



$$\text{а) } A \rightarrow C, B \rightarrow B \Rightarrow AB \rightarrow CB \Rightarrow AB = CB$$

Значит, $\triangle ABC$ — равнобедренный, ч. т. д.

$$\text{б) } \angle BAC \rightarrow \angle BCA \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$$

Следовательно, углы при основании $\triangle ABC$ — равны, ч. т. д.

$$\text{в) } AB \rightarrow CB \Rightarrow C_1 \rightarrow A_1 \Rightarrow CC_1 \rightarrow AA_1 \Rightarrow CC_1 = AA_1$$

Следовательно, медианы, проведенные к боковым сторонам $\triangle ABC$, равны, ч. т. д.

В пункте в) можно провести рассуждения, опираясь на предметную модель треугольника. Действительно, при перегибании плоскости чертежа по прямой l совместятся отрезки AB и BC , а значит, совместятся и их середины — A_1 и C_1 . Следовательно, при перегибании чертежа по прямой l совместятся AA_1 и CC_1 . Значит, $AA_1 = CC_1$, ч. т. д.

№ 657

Построение

Построим точку B_1 , симметричную точке B относительно l . Соединим прямой точки B_1 и A , а затем найдем точку C пересечения прямых l и AB_1 . Точка C — искомая.

Доказательство

Отметим на прямой l произвольную точку D , не совпадающую с точкой C . Тогда отрезки DB и DB_1 симметричны относительно l , а значит, они равны: $DB = DB_1$.

Длина стороны треугольника меньше суммы длин двух других сторон. Поэтому из $\triangle ADB$, имеет:

$$AD + DB = AD + DB_1 > AC + CB_1 = AC + CB.$$

Значит, длина ломаной ACB — наименьшая среди длин всех ломаных вида ADB , где $D \in l$.

П. 4.4.3. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ (2 часа)

Уроки 158–159

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятие правильного многоугольника, умение строить правильные многоугольники и определять их свойства; формировать умение изображать правильные многоугольники и определять их свойства.

2) Повторить и закрепить: решение уравнений, понятие высказывания, решение задач на проценты, понятие модуля; действия с рациональными числами, построение математической модели задач на движение.

В третьем пункте учащиеся знакомятся с правильными многоугольниками и со способами построения правильного шестиугольника, треугольника, восьмиугольника, квадрата. При знакомстве с этими способами шестиклассники, естественно, обходятся без формулы радиуса описанной окружности для правильного многоугольника. Для построения правильного шестиугольника используется идея его разбиения на 6 правильных треугольников и делается вывод о том, что длина его стороны равна радиусу описанной окружности. От шестиугольника переходят к треугольнику, соединяя вершины через одну. Для построения квадрата учащиеся проводят в окружности два взаимно перпендикулярных диаметра. От квадрата переходят к восьмиугольнику, деля образовавшиеся дуги пополам.

Способы построения правильных многоугольников учащиеся могут применить при построении различных паркетов (покрытия плоскости фигурами без зазоров и пресечений). Данная практическая работа формирует у учащихся эстетические потребности и ценности. Идея гармонии и симметрии является одним из средств предмета математики, которым обеспечивается достижение личностных результатов эстетической направленности. (№ 693 – 694).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по третьему пункту предлагаются сценарии № 158—159.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Понятие правильного многоугольника, способ построения правильных многоугольников.

2. Актуализация знаний.

Классификация геометрических фигур.

3. Задание на пробное действие.

Построить правильный шестиугольник, используя циркуль и линейку.

4. Фиксация затруднения.

— Я не смог построить правильный шестиугольник, используя циркуль и линейку.

5. Фиксация причины затруднения.

— У нас нет способа построения правильного шестиугольника с помощью циркуля и линейки.

6. Цель деятельности.

Сформулировать алгоритм построения правильного шестиугольника.

7. Эталон.

Определение правильного многоугольника

Выпуклые многоугольники, у которых все стороны и все углы равны, называются правильными многоугольниками.

Формула периметра правильного многоугольника

$$P = na$$

n — количество сторон, a — длина стороны.

Свойство правильных многоугольников

Вершины любого правильного многоугольника лежат на одной окружности.

Алгоритм построения правильного шестиугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. От любой точки окружности отложить последовательно шесть дуг радиусом, равным радиусу окружности.
3. Соединить точки.

Алгоритм построения правильного треугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. От любой точки окружности отложить последовательно шесть дуг радиусом, равным радиусу окружности.
3. Соединить точки через одну.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Способ изображения правильных многоугольников.

2. Актуализация знаний.

Виды правильных многоугольников, способы построения правильных многоугольников.

3. Задание на пробное действие.

Построить квадрат, вершины которого лежат на окружности.

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу построить квадрат, вершины которого лежат на окружности.

5. Фиксация причины затруднения.

У нас нет способа построения квадрата, вершины которого лежат на окружности.

6. Цель деятельности.

Сформулировать алгоритм построения квадрата, вершины которого лежат на окружности.

7. Эталон.

Алгоритм построения квадрата

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. Провести два перпендикулярных диаметра.
3. Последовательно соединить концы диаметров.

Алгоритм построения правильного восьмиугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. Провести два перпендикулярных диаметра.
3. Разделить образовавшиеся дуги пополам.
4. Последовательно соединить полученные точки.

Понятие «паркета»

Составить «паркет» — это значит покрыть плоскость геометрическими фигурами без зазоров и пересечений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 158 (160)	Урок 159 (161)
К	№ 686—690	№ 691—694
П	№ 695, 696, 699, 702	№ 697, 698, 700, 701
Д	п. 4.4.3, № 703, 705, 707	№ 704, 706, 708
С	№ 709	№ 710

Решения и ответы

№ 686

В результате практической работы с бумагой получились следующие фигуры:

а) правильный восьмиугольник, б) правильный шестиугольник.

№ 687

а) $4,5 \cdot 6 = 27$ (см)

Ответ: периметр правильного шестиугольника 27 см.

б) $9 : 5 = 1,8$ (см)

Ответ: сторона правильного пятиугольника 1,8 см.

№ 689

а) На рисунке дан правильный двенадцатиугольник.

$$360^\circ : 12 = 30^\circ$$

б) Провести окружность произвольного радиуса.

Последовательно отложить углы заданной величины.

Соединить точки.

$$360^\circ : 5 = 72^\circ$$

Построение проводится на доске.

№ 690

$$\alpha_8 = \frac{360^\circ - 90^\circ}{2} = 135^\circ$$

№ 691

$$\alpha = \frac{180(n-2)}{n}$$

Если $n = 3$, то $\alpha = 60^\circ$ Если $n = 4$, то $\alpha = 90^\circ$ Если $n = 5$, то $\alpha = 108^\circ$ Если $n = 6$, то $\alpha = 120^\circ$ Если $n = 9$, то $\alpha = 140^\circ$ Если $n = 12$, то $\alpha = 150^\circ$ Если $n = 15$, то $\alpha = 156^\circ$ Если $n = 20$, то $\alpha = 162^\circ$ **№ 692**

Использовать результат № 691.

а) $a_3 = 60^\circ$, $a_4 = 90^\circ$;

$$60^\circ \cdot 3 + 90^\circ \cdot 2 = 360^\circ$$

Из правильных треугольников и квадратов составить паркет можно.

б) $a_5 = 108^\circ$

$$108^\circ \cdot 5 < 360^\circ, 108^\circ \cdot 4 > 360^\circ$$

Из правильных пятиугольников паркет составить нельзя.

в) $a_3 = 60^\circ$, $a_6 = 120^\circ$

$$60^\circ \cdot 2 + 120^\circ \cdot 2 = 360^\circ \text{ или } 60^\circ \cdot 4 + 120^\circ = 360^\circ$$

Из правильных треугольников и шестиугольников паркет составить можно.

г) $a_8 = 135^\circ$

$$135^\circ \cdot 2 < 360^\circ, 135^\circ \cdot 3 > 360^\circ$$

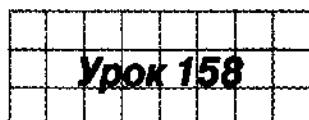
Из правильных восьмиугольников составить паркет нельзя.

№ 693

Из любых равных параллелограммов, а значит, и ромбов можно всегда составить паркет проведением двух семейств параллельных прямых. Расстояние между параллельными прямыми равны.

№ 694

Из двух равных произвольных треугольников можно всегда составить параллелограмм. Такие параллелограммы легко укладываются в паркет.

П. 4. 4. 4. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ (1 ЧАС)**Основные содержательные цели**

1) Сформировать представление о правильных многогранниках.

2) Повторить и закрепить: действия с рациональными числами, решение задач на пропорциональное деление и задач на движение.

При знакомстве с правильными многогранниками учащиеся не только закрепят основные понятия — вершина, ребро и грань, но увидят связь данного раздела математики с окружающим миром. Учитель должен показать учащимся, как закономерности, открытые математиками, связаны с симметрией живой и неживой природы (можно продемонстрировать своим ученикам различные кристаллы, иллюстрации форм вирусов и пр.). Подборка иллюстраций по теме «Правильные многоугольники и многогранники вокруг нас» и их комментирование с точки зрения математики может стать одной из форм проектной деятельности шестиклассников.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона по программе «Учусь учиться» по четвертому пункту предлагается сценарий № 160.

Основная структура открытия нового знания

1. Новое знание.

Представление о правильных многогранниках.

2. Актуализация знаний.

Виды правильных многоугольников, понятие многогранников.

3. Задание на пробное действие.

Записать выражение, состоящее из P , V , G , единое для всех правильных многогранников (где P — число ребер, V — число вершин, G — число граней).

4. Фиксация затруднения.

— Я не могу записать выражение, состоящее из P , V , G , единое для всех правильных многогранников.

5. Фиксация причины затруднения.

— Мы не знаем взаимосвязи между количеством ребер, вершин, граней.

6. Цель деятельности.

Найти взаимосвязь между количеством ребер, вершин, граней правильных многогранников.

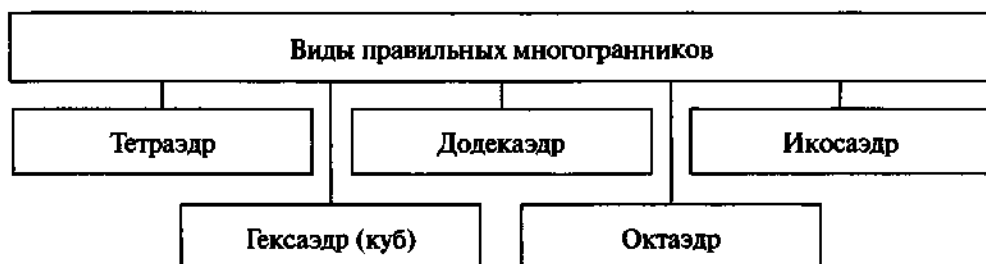
7. Эталон.

Понятие правильного многогранника

Правильными многогранниками называются многогранники, все грани которых являются равными правильными многоугольниками, а углы между гранями равны.

Правильные многогранники называются также **Платоновыми телами**.

Виды правильных многогранников



Формула Эйлера

$$G + V - P = 2$$

G — количество граней, V — количество вершин, P — количество ребер многогранника.

Понятие полуправильных многогранников

Полуправильные многогранники (Архимедовы тела) — многогранники, полученные из правильных многогранников с помощью операции «усечения», то есть отсечения углов плоскостями.

Понятие звездчатых многогранников

Звездчатые многогранники (тела Кеплера-Пуансо) — многогранники, полученные из правильных с помощью продолжения их граней и ребер.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 158 (161)
К	№ 711—714
П	№ 715—718
Д	п. 4.4.4, № 719—721
С	№ 722

Решения и ответы

№ 711

Правильные многогранники	Число ребер, сходящихся в одной вершине	Число граней, сходящихся в одной вершине
Тетраэдр	3	3
Гексаэдр	3	3
Октаэдр	4	4
Додекаэдр	3	3
Икосаэдр	2	5

Число ребер, сходящихся в вершине правильного многогранника, равно числу сходящихся в этой вершине граней.

№ 712

Правильные многогранники	Г	В	Р	Г + В - Р
Тетраэдр	4	4	6	2
Гексаэдр	6	8	12	2
Октаэдр	8	6	12	2
Додекаэдр	12	20	30	2
Икосаэдр	20	12	30	2

Известно, что центры граней гексаэдра являются вершинами октаэдра, и наоборот: центры граней октаэдра являются вершинами гексаэдра (куба). Отсюда число граней октаэдра равно числу вершин гексаэдра, и наоборот. По этой причине гексаэдр и октаэдр считаются взаимными телами.

Взаимными являются и додекаэдр с икосаэдром. Тетраэдр же взаимен сам с собой, то есть центры его граней есть вершины тетраэдра.

№ 713

На рисунках даны развертки: а) додекаэдра, б) октаэдра, в) икосаэдра, г) тетраэдра, д) гексаэдра.

Учащиеся, по желанию, смогут склеить по этим разверткам модели и раскрасить их так, как указано в № 722.

В конце учебного года основной образовательной задачей является повторение и систематизация материала, изученного за год. Но, чтобы повторение не было «скучным», его «приправляют» геометрическим материалом. Поэтому в течение изучения параграфа «Симметрия фигур» основное время урока отводится повторению ранее изученного материала. После завершения четвертой главы начинается итоговое повторение, в течение которого выполняются задания из пункта «Задачи на повторение».

В качестве заключения предлагается статья о том, как рассуждают, в рамках которой идет речь об аксиоматическом методе в математике, об индукции, о выдвижении гипотез и их доказательствах с помощью нового метода логического

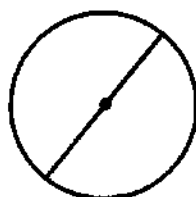
обоснования утверждений (дедукции). Этой статье можно посвятить последний урок в учебном году, в ходе которого рассказать детям о новых предметах, которые будут изучаться ими в 7 классе.

При работе с материалом четвертой главы может оказать помощь книга для учителя Е. С. Смирновой «Геометрическая линия в учебниках математики для 5—6 классов Г. В. Дорофеева и Л. Г. Петерсона».

Задачи для самопроверки

№ 723

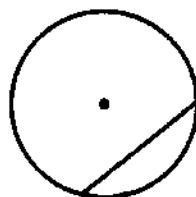
а)



Определяемое понятие: *диаметр*.

Старые понятия: хорда, центр, окружность.

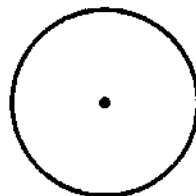
б)



Определяемое понятие: *хорда*.

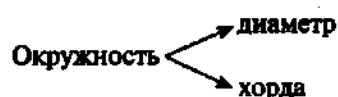
Старые понятия: окружность, отрезок.

в)



Определяемое понятие: *окружность*.

Старое понятие: расстояние.



№ 724

Угол, вписанный в окружность, — это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны его пересекают окружность.

№ 726

а) $-5x + 7 = 4x - 8$

$$-5x - 4x = -7 - 8$$

$$-9x = -15$$

$$x = 1\frac{2}{3}$$

Ответ: $\{1\frac{2}{3}\}$.

в) $3(5 - 2z) - 4(z + 6) = -5(2z + 3)$

$$15 - 6z - 4z - 24 = -10z - 15$$

$$-6z - 4z + 10z = -15 - 15 + 24$$

$$0 \cdot z = -6$$

Ответ: $\emptyset$.

б) $2(\frac{y}{7} - 3) + 1,5 = y + \frac{5}{14} \quad | \cdot 14$

$$28(\frac{y}{7} - 3) + 21 = 14y + 5$$

$$4y - 84 + 21 = 14y + 5$$

г) $-0,7x - 2(0,4x - 2,8) = -1,6 + 3(-0,5x + 2,4)$

$$-0,7x - 0,8x + 5,6 = -1,6 - 1,5x + 7,2$$

$$-0,7x - 0,8x + 1,5x = -1,6 + 7,2 - 5,6$$

$$14y - 4y = -84 + 21 - 5$$

$$10y = -68$$

$$y = -6,8$$

Ответ: $\{-6,8\}$.

№ 727

Пусть скорость по течению реки x км/ч, скорость против течения реки $\frac{5}{6}x$ км/ч.

Скорость течения: $(x - \frac{5}{6}x) : 2 = \frac{1}{12}x$ (км/ч).

$$0,5x + \frac{5}{6}x \cdot 1\frac{1}{3} = 58$$

$$0,5x + \frac{10}{9}x = 58$$

$$9x + 20x = 1044$$

$$29x = 1044$$

$$x = 36$$

36 км/ч — скорость по течению;

$$\frac{5}{6} \cdot 36 = 30 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость против течения;}$$

$$\frac{1}{12} \cdot 36 = 3 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость плота;}$$

$$3 \cdot 2\frac{2}{3} = 8 \text{ (км).}$$

Ответ: плот проплывет расстояние 8 км.

№ 728

$$12 \text{ ч } 15 \text{ мин} - 11 \text{ ч } 35 \text{ мин} = 40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч}$$

$$1) 75 \cdot 1,28 = 96 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость автомобиля;}$$

$$2) 75 \cdot \frac{2}{3} = 50 \text{ (км)} \text{ — расстояние между машинами;}$$

$$3) 50 + 20 = 70 \text{ (км)} \text{ — проедет автомобиль;}$$

$$4) 96 - 75 = 21 \text{ (км/ч)} \text{ — скорость сближения;}$$

$$5) 70 : 21 = 3\frac{1}{3} \text{ (ч).}$$

Ответ: через $3\frac{1}{3}$ часа.

№ 729

$$a) a \cdot 0,2 + 1,5a \cdot 0,4 = 0,2a + 0,6a = 0,8a$$

$$\text{Если } a = 60, \text{ то } 0,8 \cdot 60 = 48.$$

Ответ: вся покупка стоит 48 рублей.

$$б) 1,1 \cdot 0,9b = 0,99b$$

$$\text{Если } b = 500, \text{ то } 0,99 \cdot 500 = 495.$$

Ответ: акция стала стоить 495 руб.

$$в) y : (x + y) \cdot 100\%$$

$$\text{Если } x = 480, y = 720, \text{ то } 720 : (720 + 480) \cdot 100\% = 60\%$$

Ответ: оставшийся путь составляет 60% от всего пути.

№ 730

$$a) \frac{-0,12 \cdot 0,5 + 0,12}{(-0,125 + \frac{3}{8}) : (-\frac{2}{3})^2} = 0,10(6)$$

$$1) -0,12 \cdot 0,5 = -0,06;$$

$$4) (-\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9};$$

$$2) -0,06 + 0,12 = 0,06;$$

$$5) \frac{1}{4} : \frac{4}{9} = \frac{9}{16};$$

$$3) -0,125 + 0,375 = 0,25;$$

$$6) \frac{3}{50} : \frac{9}{16} = \frac{3 \cdot 16}{50 \cdot 9} = \frac{8}{75}.$$

$$6) \frac{(1,47 : 1,4 - 1,5) \cdot (-3\frac{2}{3}) : (-2,7)}{[-\frac{7}{18} + \frac{5}{12} \cdot (-0,4)] : 4\frac{1}{6} + \frac{1}{30}} = 6,(1)$$

$$1) 1,47 : 1,4 = 1,05;$$

$$5) -\frac{7}{18} - \frac{1}{6} = -\frac{5}{9};$$

$$2) 1,05 - 1,5 = -0,45;$$

$$6) -\frac{5}{9} : 4\frac{1}{6} = -\frac{2}{15};$$

$$3) -0,45 \cdot -3\frac{2}{3} : (-2,7) = -\frac{11}{18};$$

$$7) -\frac{2}{15} + \frac{1}{30} = -\frac{1}{10};$$

$$4) \frac{5}{12} \cdot (-0,4) = -\frac{1}{6};$$

$$8) -\frac{11}{18} : (-\frac{1}{10}) = \frac{55}{9} = 6,(1).$$

№ 731

$$S = 2(5 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 4) = 148 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$V = 5 \cdot 6 \cdot 4 = 120 \text{ (м}^3\text{)}$$

№ 732

$$V = 20^3 - 8 \cdot 8 \cdot 20 = 800 - 320 = 480 \text{ (см}^3\text{)}.$$

№ 735

$$a) \frac{9x - 15}{0,4} = \frac{7 - 5x}{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{1}{3}(9x - 15) = 0,4(7 - 5x)$$

$$3x - 5 = 2,8 - 2x$$

$$5x = 7,8$$

$$x = 1,56$$

Ответ: {1,56}.

$$6) \frac{8y + 45}{15 - 4y} = \frac{5 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{7}{9}}$$

$$8y + 45 = 45 - 12y$$

$$20y = 0$$

$$y = 0$$

Ответ: {0}.

$$\begin{aligned} \text{в)} \left(1\frac{1}{9}z - 2\right) : \frac{3}{5} &= \left(4\frac{1}{6} + 8\frac{1}{3}z\right) : 4\frac{1}{2} \\ \left(1\frac{1}{9}z - 2\right) \cdot 4\frac{1}{2} &= \left(4\frac{1}{6} + 8\frac{1}{3}z\right) \cdot \frac{3}{5} \quad | \cdot 10 \\ \left(1\frac{1}{9}z - 2\right) \cdot 45 &= \left(4\frac{1}{6} + 8\frac{1}{3}z\right) \cdot 6 \\ 50z - 90 &= 25 + 50z \\ 0 \cdot z &= 115 \end{aligned}$$

Ответ: $\emptyset$.

№ 736

x — коэффициент пропорциональности.

Первый угол — $2,4x$.

Второй угол — $1\frac{5}{7}x$.

Третий угол — $2,4x - 15$.

Четвертый угол — $(2,4x - 15) \cdot 3$.

Развернутый угол равен 180° , составим уравнение:

$$2,4x + 1\frac{5}{7}x + 2,4x - 15 + (2,4x - 15) \cdot 3 = 180$$

$$13\frac{5}{7}x = 240$$

$$x = 17,5$$

$$1) 17,5 \cdot 2,4 = 42^\circ;$$

$$2) 1\frac{5}{7} \cdot 17,5 = 30^\circ;$$

$$3) 42^\circ - 15^\circ = 27^\circ;$$

$$4) 27^\circ \cdot 3 = 81^\circ$$

Ответ: искомые углы 42° ; 30° ; 27° ; 81° .

№ 737

$$40,8 = 2 \cdot 3 \cdot R;$$

$$R = 6,8 \text{ м}$$

$$D = 6,8 \cdot 2 = 13,6 \text{ (м)}.$$

$$S = 3 \cdot 6,82 = 138,72 \text{ (м}^2\text{)}.$$

№ 738

Производительность дрессировщика 1,5 слона в час.

Производительность его сына 0,5 слона в час.

Общая производительность $1,5 + 0,5 = 2$ (слона/ч).

$$3 : 2 = 1,5 \text{ (ч)}.$$

Ответ: три слона будут вымыты за 1,5 ч.

№ 739

$$\text{а)} (14 \text{ м } 2 \text{ см} - 9 \text{ дм } 64 \text{ мм}) : 6,4 + 0,36 \text{ м} = 2,4 \text{ м};$$

$$\text{б)} (3,24 \text{ а} \cdot 0,125 - 134 \text{ дм}^2 \cdot 40 \text{ см}^2) : 7,8 - 0,00045 \text{ га} = 0,52 \text{ м}^2;$$

$$\text{в)} (17,5 \text{ дм}^3 \cdot 400,8 - 3,216 \text{ м}^3 : 1,6) : 1,39 + 7 \cdot 200 \cdot 000 \text{ см}^3 = 10,8 \text{ м}^3.$$

№ 740

$$\text{а)} b + 2a + 2y + x + 2(b - x) = 3b = 2a + 2y - x;$$

$$\text{б)} c + d + m + n + (c - m) + (d - n) = 2c + 2d;$$

$$\text{в)} 2a + b + (b - c) + 2c + c = 2a + 2b + 2c.$$

№ 741

$$\text{а)} ab - xy;$$

$$\text{б)} c^2 - d^2;$$

$$\text{в)} \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2).$$

№ 742

а) $abx - b(a - y)(x - c)$;

б) $a^3 - ax^2$;

в) $\frac{1}{2}abc$.

Задачи на повторение (7 часов)

№ 744

Число, состоящее из 10 цифр, делится на 9 ($1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 0 = 45$); чтобы число разделилось на 36, оно должно делиться на 4, то есть число, состоящее из двух последних цифр, делится на 4:

1023457896

№ 745

$$-\frac{3}{7} > -\frac{5}{9}$$

№ 746

Ответ: логика

№ 747

1) нельзя;

3) $a < a + 2$;

5) $a > a - 2$;

7) нельзя;

2) нельзя;

4) $a < 2a$;

6) $a > a : 2$;

8) $(-a)^2 \geq -a^2$.

№ 748

	x	y^3	$a + b$	$m - n$
Противоположное	$-x$	$-y^3$	$-(a + b)$	$n - m$
Обратное	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y^3}$	$\frac{1}{a + b}$	$\frac{1}{m - n}$

№ 749

а) Сумма противоположных чисел равна 0. Истинно.

б) Существует рациональное число, не имеющее обратного; ложно, т.к. произведение взаимно обратных чисел равно 1.

$$\forall y \in Q : y \cdot \frac{1}{y} = 1$$

в) Число, противоположное a , отрицательно; ложно, т.к. если число отрицательное, то ему противоположное будет положительное.

$$\exists a \in Q : -a > 0$$

г) Существует рациональное число такое, что обратное ему равно противоположному; истинно, например, $b = -\frac{1}{2}$.

д) Истинно.

е) Истинно при $n \neq 0$.

№ 750

а) $\forall a \in Q : |-a| = |a|$, истинно. в) $\forall a, b \in Q : |ab| = |a| \cdot |b|$, истинно.

б) $\exists a \in Q : |a| = \left| \frac{1}{a} \right|$, ложно. г) $\exists a, b \in Q : |a - b| > |a| - |b|$, истинно.

№ 751

$$а) -1,6 + \left(-\frac{2}{9}\right) = -\left(1\frac{3}{5} + \frac{2}{9}\right) = -\left(1\frac{27}{45} + \frac{10}{45}\right) = -1\frac{37}{45};$$

$$б) -\frac{14}{15} - (-4,35) = -\frac{14}{15} + 4\frac{7}{20} = 4\frac{21}{60} - \frac{56}{60} = 3\frac{81}{60} - \frac{56}{60} = 3\frac{25}{60} = 3\frac{5}{12};$$

$$в) -\frac{3}{25} - 0,78 = 0,12 - 0,78 = -0,9;$$

$$г) 0,9 - 2\frac{1}{6} = \frac{9}{10} - 2\frac{1}{6} = \frac{27}{30} - 2\frac{5}{30} = -1\frac{35}{30} + \frac{27}{30} = -1\frac{4}{15};$$

$$д) -4,8 \cdot \left(-10\frac{2}{3}\right) = \frac{48}{10} \cdot \frac{32}{3} = \frac{256}{5} = 51,2;$$

$$е) 1\frac{1}{5} : (-0,18) = 1,2 : (-0,18) = -6\frac{2}{3};$$

$$ж) \left| -\frac{5}{6} \right| : |-1,25| = \frac{5}{6} : \frac{125}{100} = \frac{5 \cdot 100}{6 \cdot 125} = \frac{2}{3};$$

$$з) |-3,75| \cdot \left| -1\frac{1}{9} \right| = \frac{375}{100} \cdot \frac{10}{9} = 4\frac{1}{6}.$$

№ 752

$$(-2n)^6$$

$$\text{Если } n = -0,5, \text{ то } [-2 \cdot (-0,5)]^6 = 1.$$

$$(-2)^6 n^6$$

$$\text{Если } n = -0,5, \text{ то } [-2 \cdot (-0,5)]^6 = -2 \cdot 0,15615 = -0,3123.$$

$$(-2)^6 n$$

$$\text{Если } n = -0,5, \text{ то } (-2)^6 \cdot (-0,5) = -32.$$

№ 753

$$а) \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125}; \quad г) 8,1 : \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 = -2,4;$$

$$б) (-0,1)^5 = -0,00001; \quad д) -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = -\frac{3}{8};$$

$$в) (-0,5)^2 \cdot 0,04 = 0,1; \quad е) -0,1 + (-0,1)^2 + (-0,1)^3 = -0,1 + 0,01 - 0,001 = -0,091.$$

№ 754

$$а) \frac{18}{54} = \frac{1}{3}; \quad г) \frac{3mn}{12n^2} = \frac{m}{4n};$$

$$б) \frac{96}{420} = \frac{8}{35}; \quad д) \frac{10a^2bc}{45ab^2} = \frac{2ac}{9b^2};$$

$$в) \frac{2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{5}{12}; \quad е) \frac{2x + x^2}{4x^2} = \frac{2 + x}{4x}.$$

№ 755

$$а) -5\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{7} : (-1,8) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{21 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 4}{4 \cdot 7 \cdot 18 \cdot 25} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

$$\begin{aligned} б) \frac{-0,7 \cdot 0,06 \cdot (-1,2)}{0,024 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot 5,6} &= \frac{0,7 \cdot 10 \cdot 0,06 \cdot 100 \cdot 1,2 \cdot 10 \cdot (6)}{0,024 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 5,6 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 6}{24 \cdot 1 \cdot 56} = \\ &= -\frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 1} = -\frac{9}{4} = -2\frac{1}{4} = -2,25; \end{aligned}$$

$$в) \frac{1}{\left[-\frac{9}{14} : \left(-5\frac{1}{7}\right) + 9,31 : (-24,5)\right] : (-0,5)^2 - 0,08} = -1,1$$

$$1) -\frac{9}{14} : \left(-5\frac{1}{7}\right) = \frac{9}{14} : \frac{36}{7} = \frac{9 \cdot 7}{14 \cdot 36} = \frac{1}{8};$$

$$2) 9,31 : (-24,5) = -93,1 : 245 = -0,38;$$

$$3) 0,125 - 0,38 = -0,255;$$

$$4) -0,5 \cdot (-0,5) = 0,25;$$

$$5) -0,255 : 0,25 = -1,02;$$

$$6) -1,02 - 0,08 = -1,1.$$

$$r) \frac{[-2,75 \cdot 2\frac{2}{11} - 1\frac{7}{8} \cdot (-3,2)] : (2\frac{9}{40} - 0,275)}{2,47 : 0,26 - (-5\frac{3}{11} : 5\frac{3}{11})^2} = 0$$

$$1) -2\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{11} = -\frac{11 \cdot 24}{4 \cdot 11} = -\frac{24}{4} = -6;$$

$$2) -1\frac{7}{8} \cdot (-3\frac{1}{5}) = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{5} = \frac{15 \cdot 16}{8 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 6;$$

$$3) -6 + 6 = 0;$$

$$4) 2,225 - 0,275 = 1,95;$$

$$5) 0 : 1,95 = 0;$$

$$6) 2,47 : 0,26 = 247 : 26 = \frac{247}{26} = 9\frac{13}{26} = 9\frac{1}{2} = 9,5;$$

$$7) -5\frac{3}{11} : 5\frac{3}{11} = -1;$$

$$8) (-1)^2 = 1;$$

$$9) 9,5 - 1 = 8,5;$$

$$10) 0 : 8,5 = 0.$$

Примечание: значение знаменателя можно не вычислять.

№ 757

$$a) 11,9 \cdot 1\frac{5}{16} - 1\frac{5}{16} \cdot 3,9 = 1\frac{5}{16} (11,9 - 3,9) = 1\frac{5}{16} \cdot 8 = 8\frac{5}{2} = 10\frac{1}{2} = 10,5;$$

$$б) -0,48 \cdot \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \cdot 0,48 = -0,48 \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7} \right) = -0,48 \cdot 1 = -0,48;$$

$$в) -1,6^2 + 1\frac{3}{5} \cdot 4,1 = 1,6(4,1 - 1,6) = 1,6 \cdot 2,5 = 4;$$

$$г) -4,35 - 2\frac{1}{3} - 5,18 + 1\frac{7}{20} - 4\frac{2}{3} + 5,18 = (-4,35 + 1\frac{7}{20}) + (-2\frac{1}{3} - 4\frac{2}{3}) = -3 - 7 = -10;$$

$$д) -12,5 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) \cdot 0,8 \cdot (-2,5) \cdot 0,4 \cdot (-0,52) = 2;$$

$$е) -3,7 \cdot \left(\frac{1}{8} - 0,125\right) \cdot \left(-5\frac{16}{49}\right) \cdot 34,02 = 0.$$

№ 758

$$a) \frac{1,21}{3,3} = \frac{121}{330} = \frac{11}{30};$$

$$б) \frac{2}{3} : \frac{4}{15} = \frac{2 \cdot 15}{3 \cdot 4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} = 2,5;$$

$$в) 0,7 : 2,1 : 2,8 = 0,1 : 0,3 : 0,4 = 1 : 3 : 4;$$

$$г) 1,05 : 4\frac{1}{3} = \frac{63}{260};$$

$$д) \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 6.$$

№ 759

a) k — коэффициент пропорциональности

$$3\frac{1}{3}k + 0,5k + \frac{5}{6}k = 700 \quad | \quad (\cdot 6)$$

$$20k + 3k + 5k = 4200$$

$$28k = 4200$$

$$k = 150$$

$$3\frac{1}{3} \cdot 150 = 500;$$

$$0,5 \cdot 150 = 75;$$

$$\frac{5}{6} \cdot 150 = 125.$$

$$\text{Ответ: } 700 = 500 + 75 + 125.$$

б) Выполни действия и раздели полученное число в отношении 0,1:0,7:

$$\frac{(-4\frac{3}{20} + 1\frac{5}{12} - \frac{4}{15}) \cdot 0,6 - 0,6}{1,6 - 1,6 \cdot 3\frac{1}{7}} - \frac{0,0032 : (-0,4)^3 + 0,07 \cdot 20}{(1,3 - 1,236 : 1,2) : (-0,03) \cdot \frac{1}{6}}$$

$$1) -4\frac{3}{20} + 1\frac{5}{12} - \frac{4}{15} = -4\frac{9}{60} + 1\frac{25}{60} - \frac{16}{60} = -4\frac{25}{60} + 1\frac{25}{60} = -3;$$

$$2) -3 \cdot 0,6 = -1,8;$$

$$3) -1,8 - 0,6 = -2,4;$$

$$4) 1,6 \cdot 3\frac{1}{7} = \frac{16 \cdot 22}{10 \cdot 7} = \frac{176}{35} = 5\frac{1}{35};$$

$$5) 1,6 - 5\frac{1}{35} = 1\frac{3}{5} - 5\frac{1}{35} = 1\frac{21}{35} - 5\frac{1}{35} = (4\frac{36}{35} - 1\frac{21}{35}) = -3\frac{15}{35} = -3\frac{3}{7};$$

$$6) -2,4 : (-3\frac{3}{7}) = \frac{24 \cdot 7}{10 \cdot 24} = 0,7;$$

$$7) (-0,4)^3 = -0,064;$$

$$8) 0,0032 : (-0,064) = -0,05;$$

$$9) 0,07 \cdot 20 = 1,4;$$

$$10) -0,05 + 1,4 = 1,35;$$

$$11) 1,236 : 1,2 = 1,03;$$

$$12) 1,3 - 1,03 = 0,27;$$

$$13) 0,27 : (-0,03) = -9;$$

$$14) -9 \cdot \frac{1}{6} = -1,5;$$

$$15) 1,35 : (-1,5) = -0,9;$$

$$0,7 - (-0,9) = 0,7 + 0,9 = 1,6$$

$$1,6 = 0,1k + 0,7k \Leftrightarrow k = 2$$

$$0,1 \cdot 2 = 0,2 \quad 0,7 \cdot 2 = 1,4$$

$$\text{Ответ: } 0,2 \text{ и } 1,4.$$

№ 760

$$AB : BC = 7 : 5;$$

$$BC : AC = 3 : 4.$$

Первое отношение умножим на 3, а второе на 5.

$$AB : BC = 21 : 15;$$

$$BC : AC = 15 : 20;$$

$$AB : BC : AC = 21 : 15 : 20;$$

k — коэффициент пропорциональности.

$$AB = 21k; \quad BC = 15k; \quad AC = 20k.$$

$$21k + 15k + 20k = 16,8$$

$$56k = 16,8$$

$$k = 16,8 : 56$$

$$k = 0,3$$

$$AB = 21 \cdot 0,3 = 6,3 \text{ (см)}; \quad BC = 15 \cdot 0,3 = 4,5 \text{ (см)}; \quad AC = 20 \cdot 0,3 = 6 \text{ (см)}.$$

Ответ: стороны треугольника 6,3 см, 4,5 см, 6 см.

№ 763

а) $12,8 \cdot 2 = 25,6$ (км);

$12,8 \cdot 2,5 = 32$ (км);

б) $12 : 2 = 6$ (ч);

$12 : 2,5 = 4,8$ (ч);

в) $6 : 4 = 1,5$ (раза);

$80 \cdot 1,5 = 120$ (км/ч).

№ 764

1) $9 \cdot 1\,000\,000 = 9\,000\,000$ (см) = 90 (км);

2) $9\,000\,000 : 300\,000 = 30$ (см).

Ответ: действительное расстояние 90 км, при втором масштабе расстояние на карте равно 30 см.

№ 765

а) $\frac{5x+1,6}{2x-0,8} = \frac{3,9}{2,6}$

$\frac{5x+1,6}{2x-0,8} = \frac{3}{2}$

$2(5x+1,6) = 3(2x-0,8)$

$10x+3,2 = 6x-2,4$

$4x = -5,6$

$x = -1,4$

Ответ: $\{-1,4\}$.

б) $\frac{2y-3}{4\frac{1}{6}} = \frac{0,8y+1\frac{1}{2}}{3,75}$

$3,75(2y-3) = 4\frac{1}{6}(0,8y+1\frac{1}{2})$

$7,5y-11,25 = \frac{25}{6} \cdot \frac{4}{5}y + \frac{25}{6} \cdot \frac{3}{2}$

$7,5y-11,25 = \frac{10}{3}y + \frac{25}{4}$

$7\frac{1}{2}y - 3\frac{1}{3}y = 6\frac{1}{4} + 11\frac{1}{4}$

$4\frac{1}{6}y = 17\frac{1}{2}$

$y = \frac{35}{2} : \frac{25}{6}$

$y = \frac{35 \cdot 6}{2 \cdot 25}$

$y = \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 5}$

$y = \frac{21}{5}$

$y = 4,2$.

Ответ: $\{4,2\}$.

в) $2\frac{2}{3} : (3x + \frac{5}{7}) = 1\frac{1}{6} : (x - 1\frac{1}{4})$

$2\frac{2}{3} \cdot (x - 1\frac{1}{4}) = 1\frac{1}{6} \cdot (3x + \frac{5}{7}) \quad | (\cdot 6)$

$16(x - 1\frac{1}{4}) = 7(3x + \frac{5}{7})$

$$16x - 20 = 21x + 5$$

$$5x = -25$$

$$x = -5$$

Ответ: $\{-5\}$.

№ 767

а)

1) $100\% - 80\% = 20\%$ — составляет свинец

	Вес		Процентный состав
Сплав	x кг	—	100%
Свинец	0,8 кг	—	20%

$$x : 0,8 = 100 : 20$$

$$x = \frac{0,8 \cdot 100}{20}$$

$$x = \frac{8 \cdot 10}{20}$$

$$x = \frac{4 \cdot 1}{1}$$

$$x = 4$$

$$4 \cdot 0,54 = 2,16 \text{ (кг);}$$

$$4 \cdot 0,26 = 1,04 \text{ (кг).}$$

Ответ: в сплаве меди 2,16 кг, цинка 1,04 кг.

б)

1) $200 - 64 = 136 \text{ (кг)}$ — составляют потери

$200 \text{ кг} - 100\%$	↓
$136 \text{ кг} - x\%$	↓

$$200 : 136 = 100 : x$$

$$x = \frac{136 \cdot 100}{200}$$

$$x = 68$$

Ответ: виноград теряет 68% своей массы.

в)

$24 \text{ кг} - 100\%$	↓
$x \text{ кг} - 5\%$	↓

$$24 : x = 100 : 5$$

$$x = \frac{24 \cdot 5}{100}$$

$$x = 1,2$$

1,2 кг соли в 24 кг воды

$(24 + y) \text{ кг} - 100\%$	↓
$1,2 \text{ кг} - 2\%$	↓

$$(24 + y) : 1,2 = 100 : 2$$

$$2(24 + y) = 120$$

$$24 + y = 60$$

$$y = 36$$

Ответ: нужно добавить 36 кг воды.

№ 768

1) $100\% - 25\% = 75\%$ — осталось пройти;

2) $75\% \cdot 0,4 = 30\%$ — вторая часть;

3) $75\% - 30\% = 45\%$.

Ответ: осталось пройти 45% пути.

№ 769

Сок составляет 0,4 массы апельсинов. Так как килограмм апельсинов стоит 60 руб., то цена полученного сока составляет: $60 : 0,4 = 150$ руб.

Цена готового сока 300 руб.

Цена сока, полученного из купленных апельсинов, в 2 раза ниже цены готового сока, т. е. на 50%.

№ 770

	Длина	Ширина	Периметр	Площадь
Было	$4x$	x	$2 \cdot (4x + x)$	$4x \cdot x$
Стало	$0,8 \cdot 4x$	$1,2x$	$2 \cdot (0,8 \cdot 4x + 1,2x)$	$(0,8 \cdot 4x) \cdot 1,2x$

$$2 \cdot (0,8 \cdot 4x + 1,2x) = 2 \cdot (3,2x + 1,2x) = 4,4x \cdot 2 = 8,8x;$$

$$2 \cdot (4x + x) = 5x \cdot 2 = 10x.$$

Периметр уменьшился:

$$(10x - 8,8x) : 10x \cdot 100\% = 1,2x : 10x \cdot 100\% = 0,12 \cdot 100\% = 12\%;$$

$$4x \cdot x = 4x^2;$$

$$(0,8 \cdot 4x) \cdot 1,2x = 3,84x^2.$$

Площадь уменьшилась:

$$(4x^2 - 3,84x^2) : 4x^2 \cdot 100\% = 0,16 : 4 \cdot 100\% = 0,04 \cdot 100\% = 4\%.$$

Ответ: периметр уменьшился на 12%, площадь — на 4%.

№ 771

а) $a^3 - 3b^2c$

Если $a = -2$; $b = 0,5$; $c = -0,4$, то $(-2)^3 - 3 \cdot (0,5)^2 \cdot (-0,4) = -8 \cdot 0,25 \cdot (-0,4) = 0,8$.

б) $(2x + \frac{y}{z})^2$

Если $x = -1,5$; $y = 1\frac{2}{3}$; $z = -\frac{5}{6}$, то $[2 \cdot (-1,5) + 1\frac{2}{3} : (-\frac{5}{6})]^2 = 25$.

№ 772

Выражения	Коэффициенты	Буквенная часть
$-5ab$	-5	ab
$0,3x^2$	$0,3$	x^2
m^3n	1	m^3n
$-y$	-1	y
$-2b \cdot (-0,6c)$	$1,2$	bc

№ 773

а) $2(7 - 3x) + 4x - 9 = 14 - 6x + 4x - 9 = -2x + 5$;

б) $a(y + 6) - y(a - 1) - 6a = ay + 6a - ay + y - 6a = y$;

в) $9m - 4(2m + n) + 2(-m + 3n) = 9m - 8m - 4n - 2m + 6n = -m + 2n$;

г) $2a^2 - a(3a - b) - b(a - b) = 2a^2 - 3a^2 + ab - ab + b^2 = -a^2 + b^2$.

№ 774

а) $2(3x + 4) = 20 - 6(2 - x)$

$$6x + 8 = 20 - 12 + 6x$$

$$6x - 6x = 20 - 12 - 8$$

$$0 \cdot x = 0$$

Ответ: все числа.

б) $1,6x + 0,8 = -0,3(4 - 5x)$

$$1,6x + 0,8 = -1,2 + 1,5x$$

$$1,6x - 1,5x = -1,2 - 0,8$$

$$0,1x = -2;$$

$$x = -20$$

Ответ: $\{-20\}$.

в) $7x - 4(2x + 3) = 4(x - 2) - 5(x + 4)$

$$7x - 8x - 12 = 4x - 8 - 5x - 20$$

$$-x + x = -28 + 12$$

$$0 \cdot x = -16$$

Ответ: решения нет.

$$\begin{aligned}
 \text{г) } 2,4 + 4(-0,1x + 0,8) &= 1,7x - 5(0,3x - 1) \\
 2,4 - 0,4x + 3,2 &= 1,7x - 1,5x + 5 \\
 -0,4x - 0,2x &= 5 - 5,6 \\
 -0,6x &= -0,6 \\
 x &= 1
 \end{aligned}$$

Ответ: {1}.

№ 775

Пусть весь путь x км, тогда в первый час мотоциклист проехал $0,2x$ км, во второй — $(0,2x + 8)$ км, в третий час — $0,75(0,2x + 8)$ км, в четвертый — остальные 49 км. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}
 0,2x + 0,2x + 8 + 0,75(0,2x + 8) + 49 &= x \\
 0,2x + 0,2x + 8 + 0,15x + 6 + 49 &= x \\
 0,55x + 63 &= x \\
 0,45x &= 63 \\
 x &= 140
 \end{aligned}$$

Ответ: весь путь 140 км.

№ 776

$$15 \text{ мин} = 0,25 \text{ ч}$$

1) $20 - 5 = 15$ (км/ч) — скорость сближения;

2) $5 \cdot 0,25 = 1,25$ (км) — прошел турист;

$$3) 1,25 : 15 = \frac{1}{12} \text{ (ч)}.$$

Пусть до озера x км, турист все расстояние пройдет за $\frac{x}{5}$ ч, велосипедист — $\frac{x}{20}$ ч, по условию турист был в пути на 2,25 ч больше. Составим уравнение:

$$\begin{aligned}
 \frac{x}{5} - \frac{x}{20} &= 2,25 \\
 4x - x &= 45 \\
 3x &= 45 \\
 x &= 15
 \end{aligned}$$

Ответ: велосипедист догонит туриста через 5 минут, до озера 15 км.

№ 777

Равносильны высказывания в) и г).

№ 778

	p	t	A
I	$\frac{1}{b}$	b	1
II	$\frac{1}{c}$	c	1
III	$\frac{bc - ac - ab}{abc}$	$\frac{abc}{bc - ac - ab}$	1
Вместе	$\frac{1}{a}$	a	1

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{bc - ac - ab}{abc}$$

Ответ: третий маляр выполнит работу за $\frac{abc}{bc - ac - ab}$ часов.

№ 779

а) Реши уравнение методом проб и ошибок: $3x(x + 1)(x - 1) = 0$.

Если $x = 0$, то $3 \cdot 0 \cdot (0 + 1)(0 - 1) = 0$

$$0 \cdot 1 \cdot (-1) = 0 \text{ (И)}.$$

Если $x = 1$, то $3 \cdot 1 \cdot (1 + 1)(1 - 1) = 0$

$$3 \cdot 2 \cdot 0 = 0 \text{ (И)}.$$

$$\begin{aligned}\text{Если } x = -1, \text{ то } 3 \cdot (-1) \cdot (-1 + 1) \cdot (-1 - 1) &= 0 \\ -3 \cdot 0 \cdot (-2) &= 0 \text{ (И)}.\end{aligned}$$

Можно предложить решить уравнение, проанализировав условие равенства
лю.

Ответ: $\{-1; 0; 1\}$.

б) Решить уравнение методом перебора:

$$5x(x-1)(6-x) = 120$$

$$x(x-1)(6-x) = 24$$

Множители: делители числа 24, $1 < x < 6$

Если $x = 2$, то $2 \cdot 1 \cdot 4 = 24$ (Н).

Если $x = 3$, то $3 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ (Н).

Если $x = 4$, то $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (В).

$$x = 4.$$

Ответ: $\{4\}$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА СМЕКАЛКУ

6 класс. Часть 1

№ 25

1) $8947 + 8947 = 17894$;

2) $142\,857 \cdot 7 = 999\,999$.

№ 57

Ответ: Боря, Гена, Витя, Алик.

№ 58

Ответ: Терпенье и труд все перетрут.

№ 70

Нет.

Доказательство:

Введем обозначения $\frac{a}{b}$ — несократима, значит, a и b не имеют общих делителей.

Обозначим дробь, которая дополняет данную до единицы, $\frac{c}{d}$.

Тогда $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = 1$, откуда $\frac{c}{d} = 1 - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b}$. Числитель дроби представляет собой разность чисел, первое из которых делится на знаменатель, а второе — нет (причем, не имеет с ним ни одного общего делителя). Значит, дробь $\frac{c}{d}$ также несократима.

№ 96

$3^2 + 7^2 = 58$.

№ 97

Ответ: 85 дней.

№ 118

В и Д.

№ 119

Ответ: остаток станет равным 2.

№ 141

При решении нужно учитывать, что у мальчика братьев на одного меньше, чем общее количество мальчиков, а сестер столько, сколько девочек всего. Такая же ситуация и с девочкой: у девочки сестер на одну меньше, чем общее число девочек в семье, а братьев столько же, сколько мальчиков всего.

Переведа условие задачи на математический язык, получим:

$y = x - 1$,

$2(y - 1) = x$.

Ответ: четыре брата, три сестры.

№ 142

При решении нужно учитывать, что когда тетради перекладывают из одной пачки в другую, то первая пачка уменьшается на 2 тетради, а вторая увеличивается на это же число.

Ответ: 22 и 8 тетрадей было в первой и во второй пачке соответственно.

№ 165

Задача решается составлением уравнения.

Ответ: 36 человек в классе.

№ 166

Приписав нуль на конце слагаемого, ученик увеличил его в 10 раз. А сумма увеличилась на девять таких слагаемых.

Ответ: 1941 и 470.

№ 217

1) Лишним может быть слово ОПЕРАТОР — по количеству слогов; лишним может быть слово РАБОТА по роду.

2) Лишним может быть слово КАРАНДАШ (ШАРКААДН), т. к. оно обозначает неодушевленный предмет в отличие от остальных слов (КРОКОДИЛ, СВЕРЧОК, БАБОЧКА, ПТИЦА). Лишним может быть слово ПТИЦА (ЦИПАТ), т. к. в нем нет буквы К.

№ 218

Докажем, введя обозначение:

$$a^2 > (a - 1)(a + 1)$$

Чтобы преобразовать полученное произведение, можно переобозначить $(a - 1)$ за b , воспользоваться распределительным законом умножения и затем опять вернуться от b к $(a - 1)$ и опять применить распределительный закон умножения. После преобразования получим $a^2 - 1$.

№ 219

Ответ: через 12 часов.

№ 220

У Бама туфли зеленые, значит, у Бома туфли не зеленые и не красные (по условию). Значит, у Бома туфли синие. Тогда у Бима туфли не могут быть ни зелеными, ни синими, тогда они красные. Его рубашка такого же цвета, т. е. красная.

Ответ: Бим — красная рубашка и туфли; Бом — синие туфли и зеленая рубашка, Бам — зеленые туфли и синяя рубашка.

№ 254

$$t_{\text{встр.}} = (59 - 7 : 2) : (7 : 2 + 8 : 3) = 9 \text{ часов}$$

$$S = 9 : (8 : 3) = 24 \text{ мили}$$

Ответ: 24 мили.

№ 255

Ответ: 169, 196, 961.

№ 256

Пусть возраст Тани — x лет, тогда возраст прадедушки — $6x$ лет. Возраст Тани является двузначным числом, т. к. между цифрами ее возраста возможно вставить ноль. Если обозначить количество десятков возраста Тани — a , а количество единиц — b , то ее возраст равен $10a + b$ лет. Если между цифрами ее возраста вставить ноль, то цифра десятков станет цифрой сотен, а в разряде десятков будет стоять цифра ноль. Возраст прадедушки равен $100a + b$ лет.

Математической моделью задачи будут два равенства:

$$10a + b = x \text{ и } 100a + b = 6x$$

Подставим во второе равенство вместо x его значение из первого равенства, получим:

$$100a + b = 6(10a + b)$$

$$40a = 5b$$

$$8a = b \Rightarrow \text{цифра единиц в восемь раз больше цифры десятков} \Rightarrow a = 1, b = 8$$

Тане 18 лет; вставив ноль между цифрами ее возраста, получим 108 лет.

Ответ: Тане 18 лет, прадедушке — 108 лет.

№ 293

а) 13 квадратов; б) 20 треугольников.

№ 294

При решении нужно рассмотреть, какие остатки можно получить при делении на пять квадрата числа, которое на 5 не делится.

Ответ: не может.

№ 295

а) Сотое треугольное число будет иметь вид

$$1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100 = 101 \cdot 50 = 5050$$

б) Сотое квадратное число будет равно $100^2 = 10\,000$, т. к. в данной последовательности первый член $1 = 1^2$, второй — $4 = 2^2$, третий — $9 = 3^2$.

№ 296

1) $\frac{s}{50}$ — время из Иванова в Москву;

$\frac{s}{40}$ — время на обратную дорогу;

$$v_{\text{ср.}} = \frac{2s}{\frac{s}{50} + \frac{s}{40}} = \frac{2s \cdot 200}{\left(\frac{s}{50} + \frac{s}{40}\right) \cdot 200} = \frac{400s}{4s + 5s} = \frac{400s}{9s} = \frac{400}{9} = 44\frac{4}{9} \text{ (км/ч)}.$$

Среднее арифметическое скоростей равно $\frac{50 + 40}{9} = 45 \text{ (км/ч)}.$

$$44\frac{4}{9} < 45$$

$$2) \frac{2s \cdot v_1 \cdot v_2}{\left(\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}\right) \cdot v_1 \cdot v_2} = \frac{2s \cdot v_1 \cdot v_2}{s \cdot v_2 + s \cdot v_1} = \frac{2s \cdot v_1 \cdot v_2}{s \cdot (v_2 + v_1)} = \frac{2 v_1 v_2}{v_2 + v_1} \text{ (км/ч)}$$

Можно придумать определения для среднего гармонического n чисел с использованием формул: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n}}$ или $\frac{n \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}$.

№ 348

Эту задачу можно решить, нарисовав схему, и, поднимаясь по схеме с конца, последовательно находить число по его части, выраженной дробью:

1) $32 : \frac{2}{3} = 48 \text{ (км)}$ — осталось пройти во второй день;

2) $48 : \frac{2}{3} = 72 \text{ (км)}$ — осталось пройти в первый день;

3) $72 : \frac{2}{3} = 108 \text{ (км)}$ — путь веселого туриста.

Ответ: от дома до места слета 108 км.

№ 349

Ответ: 5 кубиков.

№ 350

Для решения задачи можно воспользоваться диаграммой Эйлера—Венна.

Ответ: по одной задаче решили: геометрическую — 7, логическую — 2, арифметическую — 15; с арифметической и геометрической не справился ни один ученик.

№ 422

Ответ: фуфайка.

№ 423

Ответ: 12, 24, 36, 48.

№ 424

Ответ: Пушок поймал 3 мыши, Вася — 2, Базилио — 1, а Леопольд не поймал ни одной мыши.

№ 425

Ответ: победит Отгадай.

№ 426

Ответ: $\frac{2}{3}$ продукции выпущено за январь и $\frac{2}{5}$ — за февраль.

№ 27

Задачу можно решить методом математического моделирования, обозначив возраст младшего сына за x . В результате получится уравнение: $x + 20 = 3x$.

Ответ: 10 лет.

№ 56

1) Суммы чисел, записанные по диагоналям квадратов, равны. Чтобы обосновать данное свойство, нужно ввести обозначения.

x	$x + 1$
$x + 10$	$x + 11$

Сумма чисел первой диагонали: $x + x + 11$.

Сумма чисел второй диагонали: $x + 1 + x + 10$.

$$2x + 11 = 2x + 11.$$

2) В квадратах указанного размера будут равны суммы чисел, расположенных на диагоналях, и чисел, подчеркнутых на схеме:

x	<u>$x + 1$</u>	$x + 2$
<u>$x + 10$</u>	$x + 11$	$x + 12$
$x + 20$	$x + 21$	<u>$x + 22$</u>

№ 93

Искомое число должно быть наименьшим. А так как $36 = 9 \cdot 4$ кратно 4, значит, две последние цифры должны составлять число, делящееся на 4.

1 023 457 896

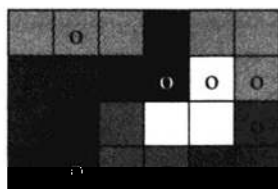
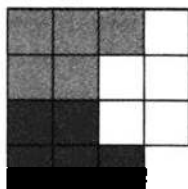
№ 94

Правильный ответ: 81.

№ 95

1 место — 6 «А»; 2 место — 6 «В»; 3 место — 6 «Г»; 4 место — 6 «Б».

№ 121



№ 122

В первый раз — 18; 36; 54; 72; 90.

Во второй раз — 9; 18; 27; 36; 45.

№ 159

x бидонов по 10 л и y бидонов по 17 л

$$10x + 17y = 223$$

Ответ: 7 бидонов по 10 л и 9 бидонов по 17 л.

№ 172

Чтобы число делилось на 2 и на 5, оно должно оканчиваться 0; чтобы делилось на 3 и на 9, сумма цифр числа должна делиться на 9; чтобы число делилось на 4, число, образованное двумя последними цифрами, должно делиться на 4; чтобы число делилось на 8, число, образованное тремя последними цифрами, должно делиться на 8; чтобы число делилось на 6, оно должно быть четным, а сумма цифр должна делиться на 3, также число должно делиться на 7.

Ответ: 2 008 440.

№ 195

Имеем 4 арбуза: *A, B, C, D*.

1-е взвешивание: взвешиваем любых два арбуза, например *A* и *B*: пусть $A < B$.

2-е взвешивание: взвешиваем два оставшихся арбуза, *C* и *D*: пусть $C < D$.

3-е взвешивание: взвешиваем два больших арбуза, *B* и *D*: пусть $B < D$ (определили самый большой).

4-е взвешивание: взвешиваем два меньших арбуза, например *A* и *C*: пусть $A < C$ (определили самый маленький).

5-е взвешивание: взвешиваем два средних арбуза *B* и *C*: пусть $B < C$.

Ответ: *A, B, C, D*.

№ 196

Ответ: а) 33; б) 66; в) 33.

№ 234

Третий дал — x , второй — $4x$, первый — $12x$.

$$x + 4x + 12x = 204$$

Ответ: 144 гульд., 48 гульд., 12 гульд.

№ 235

Число нечетное, последняя цифра 1 (при делении на 5 дает в остатке 1), делится на 7, но не делится на 3:

91; 161; 301

91 при делении на 4 дает в остатке 3, число не подходит;

161 при делении на 3 дает в остатке 2, число не подходит;

$$301 = 2 \cdot 150 + 1$$

$$301 = 3 \cdot 100 + 1$$

$$301 = 4 \cdot 75 + 1$$

$$301 = 5 \cdot 60 + 1$$

$$301 = 6 \cdot 50 + 1$$

$$301 = 7 \cdot 43$$

Ответ: 301.

№ 236

x цветков сплетено в венок.

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x + 6 = x$$

Ответ: 120 цветков.

№ 339

Пусть через x лет.

$$(45 + x) : (10 + x) = 9 : 4$$

$$4(45 + x) = 9(10 + x)$$

$$180 + 4x = 90 + 9x$$

$$180 + 4x - 4x = 90 + 9x - 4x$$

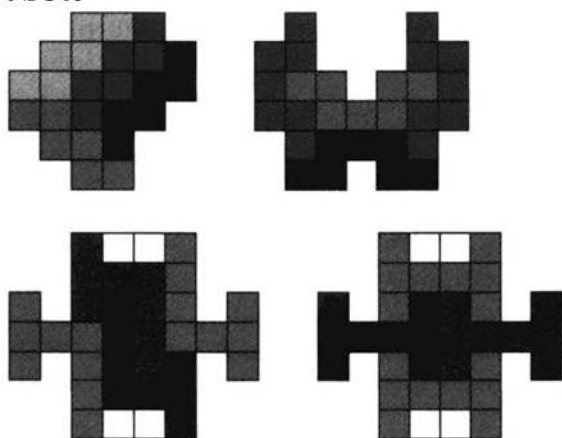
$$180 = 90 + 5x$$

$$5x = 90$$

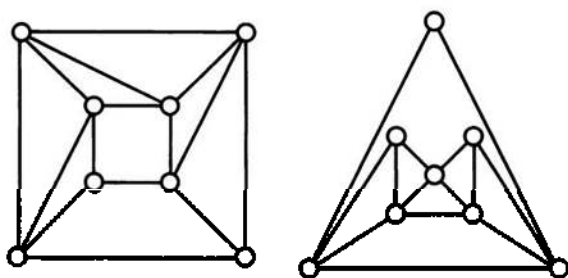
$$x = 18$$

Ответ: через 18 лет.

№ 340



№ 341



№ 389

$$\frac{10}{x} + \frac{16 \cdot 2.5}{x} + \frac{24}{6x} = \frac{10}{x} + \frac{40}{x} + \frac{4}{x} = \frac{54}{x}$$

$$\frac{54}{x} > \frac{50}{x}$$

№ 390

Ответ: в 2,5 раза быстрее, если бы все работали одновременно.

№ 391

- 1) любое неотрицательное число; 3) 0; 5) 1; 7) -5; 3;
2) любое неположительное число; 4) -3; 3; 6) 0,5; 8) ∅.

№ 392

- 1) 0; 2) любое число, кроме 5; 3) $-4 < x < 2$; 4) $x \leq -1$ или $x \geq 3$.

№ 421

Ответ: у Власа 3 лошади, 4 коровы, 17 овец; у Тараса 3 лошади, 6 коров, 15 овец; у Панаса 2 лошади, 6 коров, 16 овец.

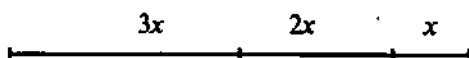
№ 422

Из шестилитровой вылить 4 л в четырехлитровую банку (в шестилитровой останется 2 л), из четырехлитровой вылить 3 л в трехлитровую банку (в четырехлитровой останется 1 л), из трехлитровой вылить всё в шестилитровую, а из четырехлитровой вылить 1 л в трехлитровую банку.

№ 475

- 1) Разделили на выражение, значение которого равно 0, а на 0 делить нельзя.
2) Взяты части от разного, а их сравнивать нельзя.

№ 509



$$\frac{2x}{6x} = \frac{1}{3}$$

Ответ: пассажир смотрел в окно $\frac{1}{3}$ часть всего пути.

№ 510

$$V = 1\,000\,000 \text{ л} = 1\,000\,000 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ м}^3 = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$S = 0,5a = 100 \cdot 100 (\text{м}^2) = 10\,000 (\text{м}^2)$$

$$1000 = 10\,000 \cdot h$$

$$h = \frac{1}{10} \text{ м}$$

Ответ: нет, нельзя.

№ 511

x — задание первого токаря; y — задание второго токаря.

$$x + y = 1000$$

$$\frac{x}{7} + \frac{x}{6} + \frac{9x}{20} + \frac{y}{4} + \frac{3y}{7} = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{6} + \frac{9}{20}\right)x + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{11} + \frac{3}{7}\right)y = \frac{319}{420}x + \frac{293}{308}y$$

$$\text{НОД}(319; 420) = 1$$

$$\text{НОД}(293; 308) = 1$$

x кратно 420, y кратно 308

$$x + y < 1000$$

$$x = 420$$

$$y = 308$$

$$\frac{9}{20} \cdot 420 = 189 (\text{д.})$$

$$\frac{3}{7} \cdot 308 = 132 (\text{д.})$$

Ответ: 189 деталей и 132 детали.

№ 536

$$462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11;$$

$$546 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13;$$

$$630 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$7 \cdot 2 \cdot 3 = 42 (\text{с.}) \text{ — в одном вагоне}$$

Ответ: В первом составе 11 вагонов, во втором составе — 13 вагонов, в третьем — 15 вагонов.

№ 537

Данное число: $100x + 10y + 2$, получившееся число: $200 + 10x + y$

$$200 + 10x + y = \frac{4}{3}(100x + 10y + 2)$$

$$600 + 30x + 3y = 400x + 40y + 8$$

$$370x + 37y = 592$$

$$10x + y = 16$$

Ответ: задумано число 162.

№ 560

Ответ: нет, не может, т. к. одна дробь правильная, а другая неправильная.

№ 25

Для решения задачи составляется уравнение.

Ответ: 50 коп., 24 руб. 50 коп.

№ 26

Основная идея решения данной задачи заключается в том, чтобы установить взаимосвязь между массами неизвестных частей сортов чая. Стоимость полученного чая 6 гривен указывается за 1 фунт. Таким образом, если x ф. — масса цейлонского чая, то $(1 - x)$ ф. — масса индийского чая. Используя формулу стоимости, можем составить уравнение:

$$5x + 8(1 - x) = 6 \cdot 1$$

Ответ: нужно смешать 2 части цейлонского и 1 часть индийского чая.

№ 41

$$x \cdot x + 2x + 1 = x \cdot x + x + x + 1 = x(x + 1) + (x + 1) = x(x + 1) + 1(x + 1) = (x + 1)(x + 1) = (x + 1)^2$$

Учитель получал квадрат числа, которое на 1 больше задуманного. То есть он должен был найти число, при возведении которого в квадрат получится полученный ребятами результат, а затем уменьшить это число на единицу.

№ 67

а) $x^2(x + 1) = 80$

При $x = 4$, $16(4 + 1) = 80$ (И).

Если $x > 4$, $x^2 > 16$, $x + 1 > 5$, то $x^2(x + 1) > 80$.

Если $x < 4$, $x^2 < 16$, $x + 1 < 5$, то $x^2(x + 1) < 80$.

б) $x^2(x^2 + 1) = 20$, $x = 2$ (аналогично);

в) $x^4(x - 1) = 162$, $x = 3$ (аналогично).

№ 68

$$25x - \frac{1}{4} = 5 \cdot \frac{1}{4} - 5x$$

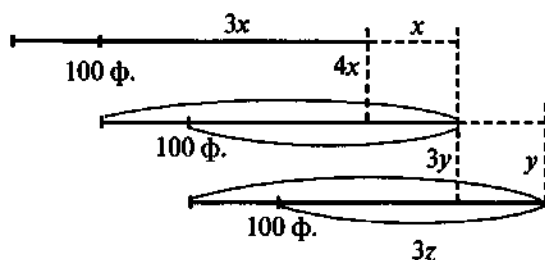
$$30x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{20} \cdot 10 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 2 \cdot \frac{1}{4} \text{ (коп.)}$$

Ответ: десяток яиц стоит 2 полушки.

№ 85



Пусть x фунтов — треть первого остатка, тогда первоначальная сумма $100 + 3x$ фунтов. По схеме видно, что, обозначив за $3y$ второй остаток, можно составить равенство $4x - 100 = 3y$. Аналогично $4y - 100 = 3z$. По условию купец, увеличив третий остаток на третью его часть, увеличил свой первоначальный капитал вдвое, т. е. $3z + z$ равно $2(100 + 3x)$ фунтов.

Математической моделью задачи являются три уравнения:

$$4x - 100 = 3y;$$

$$4y - 100 = 3z;$$

$$4z = 200 + 6x.$$

Из последнего уравнения $z = 50 + 1,5x$. Подставив вместо z полученное выражение во второе уравнение, имеем $4y - 100 = 3(50 + 1,5x)$. Отсюда $y = 62,5 + 1,125x$. Подставив вместо y полученное выражение в первое уравнение, имеем $4x - 100 = 3(62,5 + 1,125x)$. Отсюда $x = 460$.

$$100 + 3 \cdot 460 = 1480 \text{ (ф.)}$$

Ответ: 1480 фунтов.

№ 113

Используется понятие степени.

$$2^{22}; 4^{44}$$

№ 114

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

$$x = 84$$

Ответ: Диофант прожил 84 года.

№ 163

ВВ; ВР; ВК; РР; РК; КК — шесть пар (порядок цветков пару не меняет).

Из них три пары цветков составлены из разных пар.

№ 164

а) 11; 33; 55; 77 и 12 вариантов пар из пункта б).

б) 13; 15; 17;

31; 35; 37;

51; 53; 57;

71; 73; 75 (порядок меняет число), $3 \cdot 4 = 12$.

№ 165

125 и 60 чисел.

№ 166

104 и 48 чисел (нужно учитывать, что ноль нельзя ставить на первое место, т. к. получается двузначное число).

№ 167

$$8 \cdot 5 = 40 \text{ (сп.)}$$

№ 205



Расстояние между братом и сестрой на момент начала их одновременного движения равно $x \cdot 3 = 3x$ (м). Найдем скорость сближения $1,5x - x = 0,5x$ (м/мин).

$$t = S : v$$

$$t = \frac{3x}{0,5x} = 6 \text{ (мин.)}$$

Ответ: через 6 минут.

№ 206

Используется модель многозначного числа.

$$100a + 10b + c + 100\,000a + 10\,000b + 1\,000c = 1001(100a + 10b + c) = \\ = 11 \cdot 91(100a + 10b + c)$$

№ 207

$$100a + 10a + 5 = 9a + 8$$

Ответ: делимое 665, делитель 9 и частное 73.

№ 245

Ответ: 85; 50; 520; 2056; 15 680.

№ 257

1001_2 ; 11001_2 ; $100\ 000_2$; 100101_2 ; 1100100_2 .

№ 281

$9_{10} = 100_3 = 14_5 = 10_9 = 9_{12}$;

$25_{10} = 221_3 = 100_5 = 27_9 = 21_{12}$.

И т. п.

№ 282

$24 + 32 = 100$, т. к. $2 + 4$ дает единицу нового разряда, сведения записаны в шестиричной системе счисления.

№ 298

$$x + y = xy = \frac{x}{y}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$; -1 .

№ 309

Для решения задачи составляется уравнение.

Ответ: 400 м^2 .

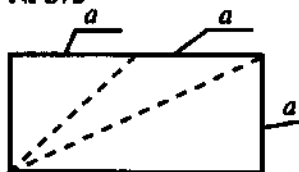
№ 349

В n -угольнике можно провести $\frac{(n-3)n}{2}$ диагоналей. Для вывода данной формулы можно воспользоваться формулой нахождения количества отрезков, которыми можно соединить n точек.

№ 350

Если поставлены n точек, возникает n дуг.

№ 375



№ 376

$$16 + 6 + 3 + 1 = 26$$

№ 412

Ответ: 48 см^2 .

№ 413

Произведение делится на 10, значит, оканчивается нулем.

№ 414

Ответ: увеличилась на 25 %.

№ 415

Составим уравнение, обозначив первоначальную длину за x см. После исполнения пяти желаний длина будет равна $\frac{x}{32}$ см. Для исполнения пяти желаний ширина в 9 см изменится по указанному правилу еще три раза, т. е. будет равна $\frac{8}{3}$ см. Затем, подставляя найденное значение ширины в формулу площади, получим $\frac{x}{32} \cdot \frac{8}{3} = 12$. Отсюда $x = 144$.

Ответ: длина была 144 см.

№ 447, № 448, № 449

При выполнении этих заданий важна точность выполнения основных построений с помощью циркуля и линейки, описанных в пункте 3 параграфа «Геометрические фигуры на плоскости».

№ 475

Всего 27 кубиков. Из них 6 кубиков имеют одну окрашенную грань, 12 — две грани, 8 — три грани и 1 кубик не имеет окрашенных граней.

№ 476

Задача решается по аналогии с задачами на совместную работу. Для решения задачи необходимо узнать, сколько копен съедят две первые овцы за один день и сколько копен съедят третья со всеми оставшимися овцами за один день. Далее, исходя из вычисленной «производительности», нужно узнать, сколько дней уйдет на поедание одной копны у каждой из групп овец.

Задача сводится к сравнению $\frac{2}{3}$ и $\frac{140}{153}$.

Ответ: две первые овцы быстрее съедят копну сена.

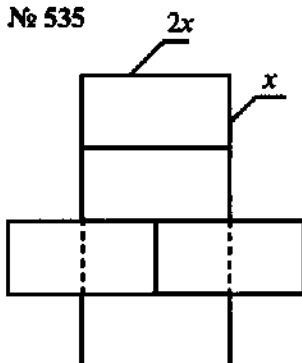
№ 507

Ответ: 44 кубика.

№ 534

Для построения боковой поверхности необходимо воспользоваться № 518.

№ 535



Ответ: можно.

№ 568

а) Как половина площади прямоугольника: 15 ед².

б) Как сумма площадей двух закрашенных прямоугольных треугольников: 27 ед².

в) Как разность площадей прямоугольника и трех незакрашенных прямоугольных треугольников: 17 ед².

№ 569

Нужно воспользоваться идеей из № 568 (в).

Ответ: а) 13 ед², б) 19 ед², в) 18 ед².

№ 570

а) $S = \frac{ab}{2}$; б) $S = \frac{ah}{2}$; в) $S = \frac{ah}{2}$.

№ 606

Ответ: 20°.

№ 607

$5032 + 503,2 + 50,32 + 5,032 = 5590,552$ (м)

$5590,552 \text{ м} : 5 \text{ м} = 1118,1...$

$1118 + 1 = 1119$ прыжков

Ответ: 1119 прыжков.

№ 634

Чтобы придумать свои примеры симметричных слов, нужно проанализировать алфавит и найти буквы с горизонтальной (например, К) и вертикальной (например, Д) осями симметрии, а затем, используя эти буквы, составить слова.

№ 635

Чтобы выполнить это задание, нужно воспользоваться заданием № 617 из классной работы.

а) две; б) четыре; в) бесконечно много вертикальных плоскостей; г) бесконечно много вертикальных плоскостей и одну горизонтальную; д) бесконечно много.

№ 685

а) *Морской*

$$\begin{array}{r} 2178 \\ \times \quad 4 \\ \hline 8712 \end{array}$$

б) *Туристский*

$$\begin{array}{r} 85679 \\ + \quad 85679 \\ \hline 171358 \end{array}$$

(при решении этого ребуса можно сложение заменить умножением на 2)

в) *Научный*

$$\begin{array}{r} 28375 \\ + 28375 \\ \hline 56750 \\ 28375 \\ \hline 85125 \end{array}$$

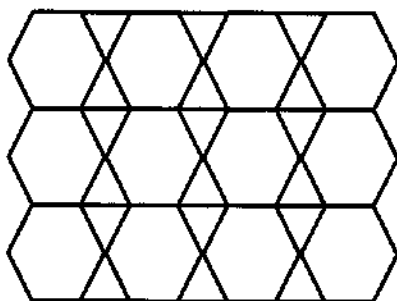
(при решении этого ребуса можно сложение заменить умножением на 3)

г) *Сказочный*

$$\begin{array}{r} 84850 \text{ или } 94950 \\ + 90950 \qquad + 80850 \\ \hline 74350 \qquad \quad 74350 \\ 250150 \qquad \quad 250150 \end{array}$$

№ 709

Угол правильного треугольника равен 60° , угол правильного шестиугольника равен 120° . Чтобы составить паркет, углы многоугольников должны «сходиться» в общей вершине, т. е. составлять в сумме 360° . $360^\circ = 120^\circ + 60^\circ + 120^\circ + 60^\circ$. Стороны треугольника равны стороне шестиугольника. Простейший паркет будет иметь вид:



№ 722

Для решения можно сначала пометить на развертке многогранника грани, которые будут склеены друг с другом. Далее можно пометить первым цветом все несоседние грани, затем взять второй цвет и отметить среди оставшихся те грани, которые могут быть им окрашены, и т. д.

Тогда октаэдр можно раскрасить двумя цветами, гексаэдр и икосаэдр — тремя; для додекаэдра и тетраэдра потребуется 4 цвета.

ТЕХНОЛОГИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО МЕТОДА

Технология деятельностного метода (ТДМ) описывает последовательность деятельностных шагов, которые должны быть реализованы в процессе обучения для включения учащегося в учебную деятельность. Принципиальным отличием технологии деятельностного метода от традиционного демонстрационно-наглядного метода обучения является, во-первых, то, что предложенная структура описывает деятельность не учителя, а учащихся, а во-вторых, она переводит ученика в позицию субъекта учебной деятельности, в ходе которой на любом предметном содержании учебных дисциплин ученик получает возможность на каждом уроке выполнять весь спектр личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных учебных действий, предусмотренных Федеральным государственным образовательным стандартом.

ТДМ может использоваться учителем в образовательном процессе на разных уровнях в зависимости от предметного содержания урока, поставленных дидактических задач и уровня освоения учителем метода рефлексивной самоорганизации: базовом, технологическом и системно-технологическом уровнях.

Базовый уровень ТДМ при введении нового знания включает в себя следующие шаги:

- 1) Организационный момент.
- 2) Актуализация знаний.
- 3) Проблемное объяснение нового знания.
- 4) Первичное закрепление во внешней речи.
- 5) Самостоятельная работа с самопроверкой.
- 6) Включение нового знания в систему знаний и повторение.
- 7) Итог урока.

На этапе организационного момента определяются цели и содержательные рамки урока, организуется осознанное вхождение учащихся в пространство учебной деятельности на уроке с помощью мотивирующих приемов.

Цель этапа актуализации знаний — подготовка мышления детей к изучению нового материала, воспроизведение учебного содержания, необходимого и достаточного для восприятия нового, и указание ситуации, демонстрирующей недостаточность имеющихся знаний.

На этапе проблемного объяснения нового знания внимание детей обращается на отличительное свойство задания, вызвавшего затруднение, формулируются цель и тема урока, организуется подводящий диалог, направленный на построение и осмысление нового знания, которое фиксируется вербально, знаково и с помощью схем.

На этапе первичного закрепления во внешней речи изученное содержание закрепляется и проводится через внешнюю речь.

На этапе самостоятельной работы с самопроверкой организуется самоконтроль усвоения нового учебного содержания, при этом одновременно новый способ действия переводится во внутренний план.

Цель этапа включения нового знания в систему знаний и повторения — определение границ применимости нового знания, тренировка навыков его использования совместно с ранее изученным материалом и повторение содержания, которое потребуется на следующих уроках.

На этапе подведения итогов урока фиксируется изученное на уроке новое знание, уточняется его значимость, организуется самооценка учебной деятельности и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Структура урока базового уровня выделяет из общей структуры рефлексивной самоорганизации ту ее часть, которая представляет собой целостный элемент, обеспечивающий усвоение учащимися накопленного в культуре опыта. Таким образом, не вступая в противоречие с целостной структурой деятельностного метода обучения, она систематизирует инновационный опыт российской школы об активизации деятельности детей в процессе трансляции системы знаний. Поэтому базовый уровень ТДМ используется также как ступень перехода учителя от традиционного объяснительно-иллюстративного метода или метода проблемного объяснения знаний к деятельностному методу.

На технологическом уровне при введении нового знания учитель начинает переходить к использованию следующей структуры урока:

1. Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.

Данный этап процесса обучения предполагает осознанный переход обучающегося из жизнедеятельности в пространство учебной деятельности.

С этой целью на данном этапе организуется мотивирование ученика к учебной деятельности на уроке, а именно:

- 1) создаются условия для возникновения у него внутренней потребности включения в учебную деятельность («хочу»);
- 2) актуализируются требования к нему со стороны учебной деятельности («надо»);
- 3) устанавливаются тематические рамки («могу»).

В развитом варианте здесь происходят процессы адекватного самоопределения в учебной деятельности, предполагающие сопоставление учеником своего реального «Я» с образом «Я — идеальный ученик», осознанное подчинение себя системе нормативных требований учебной деятельности и выработку внутренней готовности к их реализации (субъектный и личностный уровни).

2. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.

На данном этапе организуется подготовка и мотивация учащихся к надлежащему самостоятельному выполнению пробного учебного действия, его осуществление и фиксация индивидуального затруднения.

Соответственно, данный этап предполагает:

- 1) актуализацию изученных способов действий, достаточных для построения нового знания, и их обобщение и знаковую фиксацию;
- 2) актуализацию соответствующих мыслительных операций и познавательных процессов;
- 3) мотивирование учащихся к пробному учебному действию («надо» — «могу» — «хочу») и его самостоятельное осуществление;
- 4) фиксация учащимися индивидуальных затруднений в выполнении ими пробного учебного действия или его обосновании.

Завершение этапа связано с организацией выхода учащихся в рефлексию пробного действия.

3. Выявление места и причины затруднения.

На данном этапе учащиеся выявляют место и причину затруднения. С этой целью надо:

- 1) восстановить выполненные операции и зафиксировать (вербально и знаково) место — шаг, операцию, где возникло затруднение;
- 2) соотнести свои действия с используемым способом действий (алгоритмом, понятием и т. д.) и на этой основе выявить и зафиксировать во внешней речи

причину затруднения — те конкретные знания, умения или способности, которых недостает для решения исходной задачи и задач такого класса или типа вообще.

4. Построение проекта выхода из затруднения (цель и тема, способ, план, средство).

На данном этапе учащиеся в коммуникативной форме обдумывают проект будущих учебных действий: ставят *цель* (целью всегда является устранение возникшего затруднения), согласовывают *тему* урока, выбирают *способ* (дополнение или уточнение), строят план достижения цели и определяют *средства* — алгоритмы, модели, учебник и т. д. Этим процессом руководит учитель: на первых порах с помощью подводящего диалога, затем — побуждающего, а затем и с помощью исследовательских методов.

5. Реализация построенного проекта.

На данном этапе осуществляется реализация построенного проекта: обсуждаются различные варианты, предложенные учащимися, и выбирается оптимальный вариант, который фиксируется в языке вербально и знаково. Построенный способ действий используется для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение. В завершение уточняется общий характер нового знания и фиксируется преодоление возникшего ранее затруднения.

6. Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.

На данном этапе учащиеся в форме коммуникативного взаимодействия (фронтально, в группах, в парах) решают типовые задания на новый способ действий с проговариванием алгоритма решения вслух.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

При проведении данного этапа используется индивидуальная форма работы: учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа и осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном. В завершение организуется исполнительская рефлексия хода реализации построенного проекта учебных действий и контрольных процедур.

Эмоциональная направленность этапа состоит в организации для каждого (по возможности) ученика ситуации успеха, мотивирующей его к включению в дальнейшую познавательную деятельность.

8. Включение в систему знаний и повторение.

На данном этапе выявляются границы применимости нового знания и выполняются задания, в которых новый способ действий предусматривается как промежуточный шаг.

Организуя этот этап, учитель подбирает задания, в которых тренируется использование изученного ранее материала, имеющего методическую ценность для введения в последующем новых способов действий. Таким образом, происходит, с одной стороны, автоматизация умственных действий по изученным нормам, а с другой — подготовка к введению в будущем новых норм.

9. Рефлексия учебной деятельности на уроке (итог урока).

На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, и организуется рефлексия и самооценка учениками собственной учебной деятельности. В завершение соотносятся ее цель и результаты, фиксируется степень их соответствия и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Данная структура урока графически может быть изображена с помощью схемы (рис. 1), помогающей учителю соотнести между собой этапы учебной деятель-

ности. Эта схема представляет собой опорный сигнал, который в адаптированном виде представляет методологическую схему, описывающую структуру учебной деятельности¹.

Технология деятельностного метода «Школа 2000...»



Рис. 1

Приведенная структура урока, сохраняя общие закономерности включения в учебную деятельность, может видоизменять в зависимости от возрастного этапа обучения и типа урока.

Технологический уровень реализации ТДМ предполагает включение в практику работы эталонов и создает условия для целенаправленного формирования универсальных учебных действий, в том числе и умения учиться. Однако поскольку освоение деятельностного метода — это достаточно длительный процесс, то на первых порах учитель работает в поисковом режиме. Поэтому технологический уровень является переходным этапом к системно-технологическому уровню, когда деятельностный метод реализуется учителем системно в его полноте.

Как уже отмечалось, принципиальным отличием технологии деятельностного метода от традиционного демонстрационно-наглядного метода обучения является, то что предложенная технология обеспечивает включение учащегося в учебную деятельность, в ходе которой он имеет возможность системно выполнять весь комплекс универсальных учебных действий, определенных ФГОС ОО, как на уроке, так и во внеурочной деятельности. Их примеры по этапам ТДМ приведены в следующей таблице².

¹ Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева, В. А. Петерсон. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. — М.: УМЦ «Школа 2000...», 2006.

² Условные обозначения:

Л — личностные УУД; Р — регулятивные УУД; П — познавательные УУД; К — коммуникативные УУД.

	Этапы урока в ТДМ	Тренируемые УУД
1	Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности	• познавательная мотивация / самоопределение (<i>Л</i>); • смыслообразование (<i>Л</i>); • целеполагание (<i>Р</i>); • планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками (<i>К</i>)
2	Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии	• анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (<i>П</i>); • извлечение необходимой информации из текстов (<i>П</i>); • использование знаково-символических средств (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • подведение под понятие (<i>П</i>); • выполнение пробного учебного действия (<i>Р</i>); • фиксирование затруднения в пробном действии (<i>Р</i>); • волевая саморегуляция в ситуации затруднения (<i>Р</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (<i>К</i>); • учет разных мнений (<i>К</i>); • использование критериев для обоснования своего суждения (<i>К</i>)
3	Выявление места и причины затруднения	• анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (<i>П</i>); • подведение под понятие (<i>П</i>); • определение основной и второстепенной информации (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • структурирование знаний (<i>П</i>); • постановка и формулирование проблемы (<i>Р</i>); • волевая саморегуляция в ситуации затруднения (<i>Р</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (<i>К</i>); • учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (<i>К</i>); • разрешение конфликтов (<i>К</i>)
4	Построение проекта выхода из затруднения	• самоопределение (<i>Л</i>); • смыслообразование (<i>Л</i>); • анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия (<i>П</i>); • самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели (<i>Р</i>); • поиск и выделение необходимой информации (<i>П</i>); • выбор наиболее эффективных способов решения задач (<i>П</i>); • планирование, прогнозирование (<i>Р</i>); • структурирование знаний (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • волевая саморегуляция в ситуации затруднения (<i>Р</i>);

		• выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (К); • аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (К); • учет разных мнений (К); • использование критериев для обоснования своего суждения (К); • планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками (К); • разрешение конфликтов (К)
5	Реализация построенного проекта	• смыслообразование (Л); • анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (П); • волевая саморегуляция (Р); • познавательная инициатива (Р); • выдвижение гипотез и их обоснование (Р); • самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера на основе метода рефлексивной самоорганизации (Р); • поиск необходимой информации (П); • использование знаково-символических средств (П); • моделирование и преобразование моделей разных типов (предметы, схемы, знаки и т. д.) (П); • установление причинно-следственных связей (П); • осознанное построение речевого высказывания (П); • построение логической цепи рассуждений (П); • доказательство (П); • нравственно-этическое оценивание усваиваемого содержания (Л); • осознание ответственности за общее дело (Л); • следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (Л); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (К); • адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (К); • формулирование и аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (К); • учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (К); • использование критериев для обоснования своего суждения (К); • достижение договоренностей и согласование общего решения (К); • разрешение конфликтов (К)
6	Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи	• анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (П); • извлечение из математических текстов необходимой информации (П); • моделирование и преобразование моделей разных типов (П); • использование знаково-символических средств (П);

		• подведение под понятие (<i>П</i>); • установление причинно-следственных связей (<i>П</i>); • выполнение действий по алгоритму (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • построение логической цепи рассуждений (<i>П</i>); • доказательство (<i>П</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (<i>К</i>); • формулирование и аргументация своего мнения в коммуникации (<i>К</i>); • учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (<i>К</i>); • использование критериев для обоснования своего суждения (<i>К</i>); • достижение договоренностей и согласование общего решения (<i>К</i>); • осознание ответственности за общее дело (<i>Л</i>); • следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (<i>Л</i>)
7	Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	• анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (<i>П</i>); • извлечение из математических текстов необходимой информации (<i>П</i>); • использование знаково-символических средств (<i>П</i>); • подведение под понятие (<i>П</i>); • выполнение действий по алгоритму (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • доказательство (<i>П</i>); • контроль (<i>Р</i>); • коррекция (<i>Р</i>); • оценка (<i>Р</i>); • волевая саморегуляция в ситуации затруднения (<i>Р</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • использование критериев для обоснования своего суждения (<i>К</i>)
8	Включение в систему знаний и повторение	• нравственно-этическое оценивание усваиваемого содержания (<i>Л</i>); • анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (<i>П</i>); • понимание текстов, извлечение необходимой информации (<i>П</i>); • подведение под понятие (<i>П</i>); • моделирование, преобразование модели (<i>П</i>); • использование знаково-символических средств (<i>П</i>); • установление причинно-следственных связей (<i>П</i>); • выведение следствий (<i>П</i>); • самостоятельное создание алгоритмов деятельности (<i>П</i>);

		• выполнение действий по алгоритму (<i>П</i>); • построение логической цепи рассуждений (<i>П</i>); • доказательство (<i>П</i>); • осознанное построение речевого высказывания (<i>П</i>); • контроль, коррекция, оценка (<i>Р</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • формулирование и аргументация своего мнения в коммуникации (<i>К</i>); • учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (<i>К</i>); • использование критериев для обоснования своего суждения (<i>К</i>); • достижение договоренностей и согласование общего решения (<i>К</i>); • постановка вопросов (<i>К</i>); • адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (<i>К</i>); • управление поведением партнера (<i>К</i>); • осознание ответственности за общее дело (<i>Л</i>); • следование в поведении моральным и этическим нормам (<i>Л</i>)
9	Рефлексия учебной деятельности	• рефлексия способов и условий действия (<i>Р</i>); • контроль и оценка процесса и результатов деятельности (<i>Р</i>); • самооценка на основе критерия успешности (<i>Л</i>); • адекватное понимание причин успеха / неуспеха в учебной деятельности (<i>Л</i>); • выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (<i>К</i>); • формулирование и аргументация своего мнения, учет разных мнений (<i>К</i>); • использование критериев для обоснования своего суждения (<i>К</i>); • планирование учебного сотрудничества (<i>К</i>); • следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (<i>Л</i>)

Методические и содержательные аспекты курса математики «Учусь учиться» разрабатывались исходя из требований, которые накладывает на организацию единого учебно-воспитательного и здоровьесберегающего процесса деятельности метод обучения с позиций организации достижения средствами учебного предмета математики личностных, метапредметных и предметных результатов образования, определенных ФГОС.

Итак, технология организации образовательного процесса и методический аппарат учебников создают условия для системного выполнения учащимися всего комплекса универсальных учебных действий (личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных), определенных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования на всех уроках по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов.

Отметим, что предложенная технология носит интегративный характер: в ней синтезированы не конфликтующие между собой идеи из концепций раз-

вивающего образования ведущих российских педагогов и психологов с позиций преемственности с традиционной школой. Действительно, при реализации шагов 1, 2, 5—9 выполняются требования традиционной школы к организации передачи учащимся знаний, умений и навыков; шаги 2—8 обеспечивают системное прохождение детьми всех этапов, выделенных П. Я. Гальпериным как необходимые для глубокого и прочного усвоения знаний; завершение 2-го шага связано с созданием затруднения в деятельности («коллизии»), являющегося, по мнению Л. В. Занкова, необходимым условием реализации задач развивающего обучения. На этапах 2—5, 7, 9 обеспечиваются требования к организации учебной деятельности учащихся, разработанные В. В. Давыдовым. Таким образом, методологическая версия теории деятельности позволила построить последовательность деятельностных шагов, которая может использоваться в современной сфере образования в качестве синтезирующего предиката.

Система дидактических принципов

Важным ресурсом достижения учащимися личностных, метапредметных и предметных результатов образования в курсе математики «Учусь учиться» для 5—6 классов является создание **информационно-образовательной среды**, адекватной деятельностиному методу организации образовательного процесса.

Исходя из условий воспроизводимости базового процесса в системе деятельности «учитель — ученик» реализация технологии деятельностного метода обучения в практическом преподавании обеспечивается следующей системой **дидактических принципов**:

1) *Принцип деятельности* — заключается в том, что ученик, получая знания не в готовом виде, а добывая их сам, осознает при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует активному успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

2) *Принцип непрерывности* — означает преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных психологических особенностей развития детей.

3) *Принцип целостности* — предполагает формирование у учащихся обобщенного системного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социокультурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук, а также роли ИКТ).

4) *Принцип минимакса* — заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне (определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы) и обеспечить при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума (Федерального государственного образовательного стандарта).

5) *Принцип психологической комфортности* — предполагает снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества, развитие диалоговых форм общения.

6) *Принцип вариативности* — предполагает формирование у учащихся способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

7) *Принцип творчества* — означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, создание условий для приобретения учащимся собственного опыта творческой деятельности.

Данная система дидактических принципов обеспечивает здоровьесберегающий учебный процесс и сохраняет свое значение также в системе воспитательной работы. Она **синтезирует** не конфликтующие между собой идеи из современных концепций образования (П. Я. Гальперина, Л. В. Занкова, В. В. Давыдова и др.) с позиций преемственности с традиционной школой.

При реализации базового уровня ТДМ принцип деятельности заменяется принципом активности. Принцип активности предполагает активизацию деятельности учащихся в процессе объяснения нового знания (проблемное объяснение).

Фактором риска работы по программе является неверное понимание дидактических принципов образовательной системы «Школа 2000...». Так, в соответствии с принципом минимакса, учащимся предлагается содержание образования на «максимальном» уровне, определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы. Поэтому система заданий учебника — это возможность для каждого ученика раскрыть и реализовать свой потенциал, но не обязательное требование. Созданная в классе доброжелательная атмосфера, в которой организуется поиск решения заданий достаточно высокого, творческого уровня (принцип творчества), уважительное отношение и вера в силы каждого ребенка, ожидание и поддержка учителем и классом любого его успеха относительно себя (принцип психологической комфортности) формируют мотивацию к достижению своего индивидуального максимума, обеспечивая при этом усвоение содержания образования на уровне социально безопасного минимума (Федерального государственного образовательного стандарта).

Типология уроков

Для того чтобы обеспечить прохождение учеником всех этапов построения системы знаний, умений и способностей, в дидактической системе «Школа 2000...» выделены следующие **типы уроков**:

- уроки *открытия нового знания*, где учащиеся изучают новые знания и знакомятся с новыми способами действий, а также получают первичные представления об их применении;
- уроки *рефлексии*, где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий в нестандартных условиях, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность;
- уроки *обучающего контроля*, на которых учащиеся учатся контролировать результаты своей учебной деятельности;
- уроки *систематизации знаний*, предполагающие структурирование и систематизацию знаний по курсу математики.

Все уроки строятся на основе метода рефлексивной самоорганизации, поэтому в ходе их учащиеся также имеют возможность выполнять весь комплекс универсальных учебных действий, но на каждом из этих уроков делаются разные акценты. Так, если на уроках открытия нового знания основное внимание уделяется проектированию новых способов действий в проблемных ситуациях, то на уроках рефлексии — формированию умения применять изученные способы действий, корректировать свои действия и самостоятельно создавать алгоритмы деятельности в задачных ситуациях. На уроках обучающего контроля отрабатываются действия контроля, коррекции и оценки, а на уроках систематизации знаний формируется способность к структурированию знаний.

Достижение личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы ФГОС ООО

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования устанавливает требования к личностным, метапредметным и предметным результатам образования.

Достижение личностных результатов ООП основного общего образования

1. Воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, усвоение основ культурного наследия народов России и человечества, гуманистических и демократических ценностных ориентаций, воспитание чувства ответственности.

С этой целью тексты заданий в учебниках погружают ученика в мир российской действительности (имена персонажей текстовых задач, описанные в них ситуации и т. д.), несут в себе гуманистический потенциал созидания, добра, справедливости.

В разнообразных заданиях вычислительного и исследовательского характера учащиеся одновременно с освоением знаний по математике знакомятся с происхождением математического знания, со старинными задачами, с великими российскими и зарубежными деятелями науки и культуры. Эти задания могут стать поводом для разворачивания внеурочной проектной работы учащихся, направленной на их более глубокое знакомство с основами культурного наследия народов России и человечества.

Для реализации данных проектов можно организовать самостоятельную работу учащихся с информацией: они могут пользоваться справочной и художественной литературой, энциклопедиями, электронными образовательными ресурсами. Таким образом, у учащихся развивается интерес к истории познания, достижениям российской математической школы, воспитывается чувство гордости за свою страну.

Использование технологии и системы дидактических принципов деятельностного метода обучения в ходе образовательного процесса по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов формирует у учащихся демократические ценностные ориентации и адекватные им личностные качества: понимание возможности разных точек зрения, способность к их согласованию на основе выработанных критериев, умение точно выражать свои мысли, аргументировать свою позицию, следовать согласованным правилам и др.

2. Формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде.

Для развития у учащихся ответственного отношения к учению, готовности и способности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов используется методологически обоснованный механизм «надо» — «хочу» — «могу».

Прежде всего, применение технологии деятельностного метода обучения последовательно и поэтапно формирует у ученика понимание нормы учения (то есть того, «что мне *надо делать*» как ученику). С этой целью в курсе математики «Учусь

учиться» используется норма учебной деятельности, построенная в общей теории деятельности (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.) и адаптированная к образовательному процессу для учащихся 5—6 классов.

Одновременно для формирования у учащихся внутренней потребности включения в учебную деятельность («я это *хочу*») в классе создается психологически комфортная образовательная среда, где ученик не боится высказать свое мнение, где его трудолюбие, старание, ответственное отношение к делу встречают доброжелательную поддержку, где он приобретает позитивный опыт переживания ситуации успеха, а с другой стороны — обеспечивается возможность его развития в собственном темпе на уровне своего возможного максимума («я это *могу*»).

Технологически это обеспечивается реализацией в учебном процессе по математике деятельностного метода обучения и соответствующей системы дидактических принципов (принципов психологической комфортности, минимакса, вариативности, деятельности, непрерывности).

Кроме того, созданию психологически комфортной образовательной среды способствует содержание заданий, которое подобрано так, чтобы поддерживать у учащихся интерес к занятиям математикой и желание включаться в учебный процесс по математике в зоне своего ближайшего развития.

С этой целью используются следующие педагогические приемы:

1) Включение в учебное содержание заданий, выполнение которых вызывает у учащихся интерес и дает положительный эмоциональный заряд.

В 5—6 классах это задания на поиск закономерностей, разгадывание ребусов, расшифровку слов; соревнования, решение занимательных задач и т. д.

2) Разнообразие видов деятельности, выполняемых учеником на каждом уроке.

3) Учет гендерных особенностей психологического развития детей.

4) Многофункциональная целевая направленность заданий, позволяющая в одном задании тренировать достаточно большую группу способностей, что снижает нагрузку на детей и существенно экономит учебное время.

5) Включение в курс разноуровневых заданий, позволяющих создавать ситуацию успеха для учащихся разного уровня подготовки.

Использование перечисленных приемов способствует развитию у учащихся мотивов учебной деятельности и формированию личностного смысла учения. По мере освоения нормы учебной деятельности, понимания и принятия на личностно значимом уровне социальной роли «ученика» внешние мотивы сменяются внутренними и тем самым создаются условия для формирования у них устойчивой учебно-познавательной мотивации и готовности к саморазвитию.

3. Формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира.

Механизмом формирования целостного представления о мире (природе — обществе — самом себе) в курсе математики «Учусь учиться» является дидактический принцип целостности, в соответствии с которым в данном курсе раскрывается происхождение математических понятий, их связь с реальными проблемами окружающего мира, место и роль математики в системе знаний.

Этому способствует, прежде всего, включение учащихся на всех уроках в самостоятельную учебную деятельность по конструированию новых понятий и

способов действия, что позволяет каждому ученику в собственном опыте пройти путь рождения математических знаний, осознать их необходимость и значимость, связь с жизнью, практикой, другими областями познания.

Для реализации этой цели, с одной стороны, учебное содержание по всем темам курса адаптировано для системной реализации деятельностного метода обучения, а с другой — в учебное содержание регулярно включаются задачи прикладной направленности как к житейским ситуациям, так и к решению задач, возникающих в других областях знания, — например, в биологии, географии, физике, лингвистике.

Подобные задания могут стать началом организации внеурочной проектной работы учащихся (как индивидуальной, так и групповой) с использованием справочной литературы и электронных образовательных ресурсов, расширяющей круг их представлений о культурных достижениях народов разных стран мира.

4. Формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к иному мнению, готовности и способности вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.

Формирование у учащихся осознанного уважительного и доброжелательного отношения к иному мнению в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов технологически обеспечивается системным использованием деятельностного метода обучения. Так, при изучении любой темы курса на этапе пробного учебного действия (этап 2 уроков в ТДМ) учащиеся высказывают свои версии ответов, на этапе проектирования нового способа действия и реализации проекта (этап 4–5 уроков в ТДМ) предлагают свои способы решения возникшей проблемы, выдвигают свои гипотезы. При этом они не знают заранее, кто из них прав, поэтому у них вырабатывается навык осознанного уважительного и доброжелательного отношения к каждой версии как возможному верному варианту.

Опыт получения согласованного варианта на каждом уроке воспитывает у учащихся готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.

5. Освоение социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов формируется система норм выполнения учебных действий по математике, которые зафиксированы в форме *эталонов* к каждому уроку в пособии «Построй свою математику».

Эталоны строят сами учащиеся в ходе собственной учебной деятельности, что развивает у них опыт участия в социально значимом труде и вырабатывает уважительное отношение к труду.

С другой стороны, эталоны представляют собой общую согласованную позицию учащихся о правилах, нормах выполнения математических преобразований, поэтому их можно рассматривать как систему построенных самими учащимися критериев, своеобразный «свод математических законов», которыми они пользуются для обоснования правильности своей позиции, выявления причин отклонения своих действий от установленных ими же самими норм, а также для коррекции, контроля и оценки выполненных учебных действий по математике.

Структурированность математического знания помогает сформировать у учащихся при системном использовании деятельностного метода обучения опыт правового, ответственного поведения, подчинения своих действий общепринятым нормам.

Поскольку изучение математических структур ведет к образованию адекватных им умственных структур, составляющих основу и механизмы мышления и поведения человека вообще (Ж. Пиаже), то овладение инструментарием критериальной оценки выполняемых учебных действий по математике позволяет учащемуся на каждом уроке при самоконтроле и рефлексии собственных учебных действий на основе эталонов вырабатывать ответственное отношение к выполнению и самооценке не только математических действий, но и любых действий на основе нравственных и социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах как в жизненной практике, так и в любой трудовой деятельности.

6. Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам.

Особенностью решения данных задач в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов является то, что систематическое включение учащихся в учебную деятельность на основе деятельностного метода обучения придает этому процессу более глубокий и личностный характер.

Проблемные ситуации нравственно-этического характера, которые неизбежно возникают у учащихся в совместной учебной деятельности по созданию системы математических знаний, являются своеобразными моделями реальных жизненных проблем, связанных с нормами поведения и нравственности, отношений друг с другом. Таким образом, учитель получает возможность в связи с поставленными в их совместной деятельности, а потому актуальными и личностно значимыми для них ситуациями организовать на уроке или во внеурочной деятельности во второй половине дня осознание и принятие как личной ценности категорий порядочности и правдивости, терпимости и великодушия, вежливости и уважения, помочь им выработать доброжелательность и отзывчивость, культурные способы общения и нравственного поведения.

7. Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками и взрослыми в процессе образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности.

С этой целью в данном курсе предусмотрена работа в парах, группах, совместная исследовательская и проектная работа (в том числе и во внеурочной деятельности), которая строится на основе норм коммуникативного взаимодействия и предполагает, в частности, освоение каждым учеником коммуникативных позиций «автора», «понимающего», «критика», «арбитра».

Реализация деятельностного метода обучения позволяет сформировать у учащихся не только первичный опыт выхода из спорных ситуаций, но и знание общего способа действий в ситуации конфликта, а также опыт успешного и осознанного применения этого способа, в результате которого требуемые умения вырабатываются системно и надежно.

Так, на уроках открытия нового знания учащиеся в ходе построения нового способа действий по математике всегда сталкиваются с ситуацией разных мнений. При этом они усваивают, что самый короткий путь согласования позиций заключается в том, чтобы понять причину разногласия, а затем найти и реализовать способ устранения этой причины на основе согласованных способов действий.

Этот путь они проходят сначала под руководством учителя, не осознавая его,

затем обобщают свой опыт и после этого сознательно применяют правила, выработанные в своей учебной деятельности. В процессе работы в парах и группах они тренируются в самостоятельном применении усвоенных правил разрешения конфликтных ситуаций.

Учебное содержание по математике, сформулированное в виде четких и однозначных правил и алгоритмов, облегчает освоение способов грамотного обоснования своей позиции, разрешения проблемных ситуаций и тем самым помогает учащимся переносить изученные способы действий в жизненную практику.

8. Формирование ценности здорового образа жизни, усвоение правил индивидуального и коллективного безопасного поведения в чрезвычайных ситуациях.

На уроках математики по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов учащиеся приобретают системный опыт преодоления затруднений на основе метода рефлексивной самоорганизации, осваивают и многократно успешно применяют алгоритмы эффективного разрешения проблемных ситуаций (на примере математических проблем). Благодаря этому у них формируется умение воспринимать ситуации затруднения не как повод для тревоги и огорчения, а как сигнал для активного поиска способов и средств их преодоления, а также развитие волевой саморегуляции, способности осуществлять верный выбор стратегии поведения и преодоления возникших трудностей.

Содержание и методики курса математики «Учусь учиться» предполагают системное освоение учащимися всего комплекса организационно-рефлексивных действий. Таким образом, данный курс становится площадкой, на которой у учащихся в процессе изучения математики формируются адаптационные механизмы сохранения и поддержки своего здоровья, продуктивного поведения и действия в любых проблемных ситуациях, требующих изменения себя и окружающей действительности.

9. Развитие опыта экологически ориентированной рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях.

Развитие опыта рефлексивно-оценочной деятельности в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов осуществляется на уроках рефлексии и обучающего контроля знаний, а также на этапах самоконтроля и рефлексии учебной деятельности уроков всех типов. Опыт самопроверки и критериальной самооценки своей работы и учебной деятельности в целом, выявление и коррекции своих ошибок вырабатывают у учащихся ответственное отношение к собственным действиям и поступкам, что и составляет основу современного экологического мышления и рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях.

10. Осознание значения семьи в жизни человека и общества.

В содержание заданий курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов заложены представления о семье, которые опосредованно способствуют выработке у учащихся уважительного отношения к семейным ценностям.

11. Развитие эстетического сознания, освоение творческой деятельности эстетического характера.

Формирование у учащихся эстетического сознания средствами предмета математики в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов основано на резуль-

татах исследований эстетической привлекательности математических объектов, из которых следует, что эстетические чувства у ученика при изучении математики возникают через восприятие гармонии, как чувственной (например, через идею симметрии), так и интеллектуальной (например, стройности и убедительности математических рассуждений), и такие характеристики математического знания, как неожиданно простое и наглядное решение сложной задачи, универсальность математического языка, выражение с его помощью взаимосвязи внешне различных явлений, упорядоченность и структурированность математических объектов, их внутреннее единство.

Так, идея упорядоченности, структурированности математических объектов, их внутренней взаимосвязи и гармонии раскрывается через:

- систему заданий на поиск закономерностей;
- идею общих законов арифметических действий при расширении числовых множеств;
- структурирование текстовых задач, выявление взаимосвязей и аналогий;
- упрощение вычислений с помощью использования свойств арифметических действий;
- формирование представлений о различных видах симметрии и др.

Дидактической основой формирования мотивации к творческому труду в данном курсе является принцип творчества, который обеспечивается, прежде всего, возможностью для каждого ученика на уроках открытия нового знания включаться в процесс создания новых способов действий. Помимо этого, учащимся систематически предлагаются задания творческого характера, где им требуется проявить активность, создать что-то новое.

В курсе практикуются также творческие домашние задания, где учащимся предлагается найти и представить некоторую информацию, придумать свои примеры, задачи или уравнения, конкретизирующие изученный в классе новый способ действий, либо создать собственный проект.

Организации внеурочной творческой работы детей помогает специально разработанное учебное пособие для 5–6 классов «Построй свою математику».

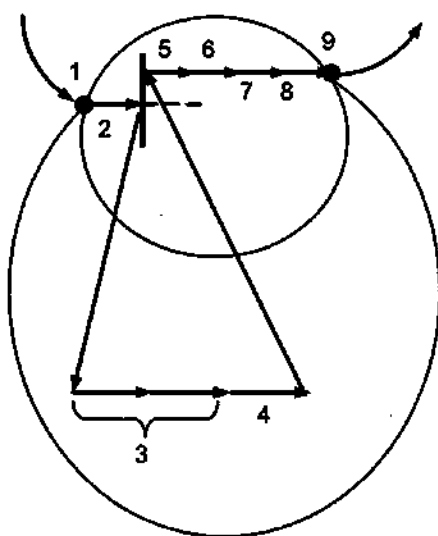
Таким образом, в курсе математики «Учусь учиться» у учащихся развивается эстетическое сознание и формируется опыт творческой деятельности с учетом специфики предмета математики.

Достижение метапредметных результатов ООП основного общего образования

Возможность достижения метапредметных результатов образования, определенных ФГОС, обеспечивается в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов в процессе формирования познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД на основе технологии и системы дидактических принципов деятельностного метода обучения и соответствующих им содержания, методик и методического обеспечения данного курса.

Как отмечалось выше, структура уроков по технологии деятельностного метода обучения может быть представлена следующей схемой, отражающей в наглядном и адаптированном для учителя варианте общую методологически обобщенную структуру учебной деятельности.

Технология деятельностного метода обучения (ТДМ)



- 1) Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.
- 2) Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.
- 3) Выявление места и причины затруднения.
- 4) Построение проекта выхода из затруднения.
- 5) Реализация построенного проекта.
- 6) Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.
- 7) Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
- 8) Включение в систему знаний и повторение.
- 9) Рефлексия учебной деятельности.

Рис. 2

Вначале на уроках математики в ТДМ учащиеся приобретают первичный опыт выполнения осваиваемого УУД. Затем организуется их мотивация к его самостоятельному выполнению и знакомство с соответствующей нормой (правилом, алгоритмом) выполнения данного УУД (или структуры учебной деятельности в целом). После этого учащиеся уже осознанно включают изученное УУД в практику обучения на уроках и во внеурочной деятельности при организации процессов самовоспитания и саморазвития. В завершение учащимся предлагается самоконтроль изучаемых УУД и обучающий контроль.

Таким образом, формирование каждого УУД, входящего в структуру учебной деятельности, проходит через все необходимые, методологически обоснованные этапы:

- 1) опыт действия и мотивация;
- 2) знание способа действия;
- 3) тренинг, самоконтроль и коррекция;
- 4) контроль.

Изученные УУД включаются в практику каждого урока, и у учащихся постепенно и поэтапно вырабатывается весь комплекс метапредметных умений в соответствии с требованиями ФГОС.

В непрерывном курсе математики «Учусь учиться» при формировании каждого УУД часть этого пути учащиеся проходят в 1—4 классах начальной школы, затем последовательно — в курсе математики 5—6 классов и завершают в курсе алгебры 7—9 классов.

1. Умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

На начальных этапах обучения по курсу математики «Учусь учиться» для 5—6 классов учитель на этапах 3 («Выявление места и причины затруднения») и 4 («Построение проекта выхода из затруднения») уроков в ТДМ с помощью подводящего диалога помогает учащимся осознать недостаточность имеющихся у них

знаний по математике, а затем предлагает им самим поставить цель своей учебной деятельности, корректируя и уточняя их версии пока без обращения к общему способу целеполагания.

Затем организуется мотивация учащихся к освоению умения самостоятельно ставить перед собой учебную цель. Обобщая имеющийся у них опыт, учащиеся под руководством учителя фиксируют содержание понятия цели и алгоритм постановки цели учебной деятельности, а затем на следующих этапах обучения делают это самостоятельно, сопоставляя свои действия с эталоном и, при необходимости, корректируя их. В завершение учащимся предлагается самоконтроль и обучающий контроль умения выполнять данное УУД.

Отметим, что если в начальной школе учащиеся познакомились с общим способом целеполагания, то в 5–6 классах учащиеся повторяют его и тренируют умение ставить цель. В ходе проведения 3-го и 4-го этапов урока в ТДМ учащимся систематически предлагается выполнять самоконтроль, в завершение учитель организует обучающий контроль умения выполнять данное УУД.

Таким образом, формирование готовности к целеполаганию проходит через все указанные выше необходимые этапы формирования УУД. В результате учащиеся овладевают способностью самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Технологические требования к этапу 4 урока в ТДМ («Построение проекта выхода из затруднения») состоят в том, что учащиеся в коммуникативной форме обдумывают проект своих будущих учебных действий:

- ставят цель;
- согласовывают тему урока;
- *выбирают способ;*
- *строят план достижения цели;*
- определяют средства, ресурсы и сроки.

Благодаря этому появляется возможность организовать надежное формирование у учащихся указанных УУД посредством проведения их описанным выше путем: *опыт — знание способа — применение, самоконтроль и коррекция — контроль*. Важно и то, что при этом учащиеся овладевают коммуникативными умениями и способностью оценивать время, средства и ресурсы для своих планов, а на следующем этапе урока — доводить свои планы до исполнения.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

В соответствии с общим подходом, принятым в данном курсе, формирование умения соотносить свои действия с планируемыми результатами и контролировать свою деятельность в процессе достижения результата осуществляется на этапе 7 уроков в ТДМ («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону»). При проведении данного этапа учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа, осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном, выявляют и корректируют возможные ошибки, определяют способы действий, которые вызывают у них затруднения, строят планы их доработки. Этому же посвящены и уроки рефлексии, но на этих уроках учащиеся не просто выявляют свои проблемы, а уже непосредственно выполняют коррекцию своих действий и вырабатывают соответствующие умения.

Как и при формировании всех универсальных учебных действий в данном курсе, учащиеся вначале приобретают первичный опыт выполнения изучаемых УУД, затем знакомятся с нормами их выполнения, сформулированными в виде правил и алгоритмов, и после этого осознанно выполняют эти универсальные действия на каждом уроке по математике курса «Учусь учиться».

Адаптационные механизмы поведения, способность к быстрому реагированию на изменяющиеся условия жизни и деятельности вырабатываются у учащихся посредством реализации в образовательном процессе дидактических принципов вариативности и творчества, освоения ими способов решения проблем творческого и поискового характера.

Творческие способности проявляются в стремлении открыть общую закономерность, лежащую в основе каждого отдельного решения (Д. Б. Богоявленская). Следовательно, системное приобретение опыта построения общего способа математических действий, освоение метода рефлексивной самоорганизации, знакомство с общенаучными методами решения исследовательских проблем (метод перебора, метод проб и ошибок и др.) дает учащимся инструмент эффективного поведения в нестандартной ситуации.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.

На этапе 9 уроков в ТДМ («Рефлексия учебной деятельности на уроке») подобным же образом формируется умение вырабатывать самооценку своей учебной деятельности. На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, организуется процесс соотнесения целей и результатов, собственной учебной деятельности и изученного алгоритма ее выполнения и делается вывод о ее эффективности/неэффективности.

Оценивать свои возможности решения учебных задач школьники учатся в процессе выбора собственного уровня работы. В учебниках выделены обязательные и необязательные задания, принцип вариативности реализуется, в частности, посредством составления самими учащимися некоторой части классной и домашней работы посредством самостоятельного выбора «подходящих» для них по каким-то признакам заданий. Таким образом, они систематически приобретают опыт оценки своих возможностей решения учебных задач.

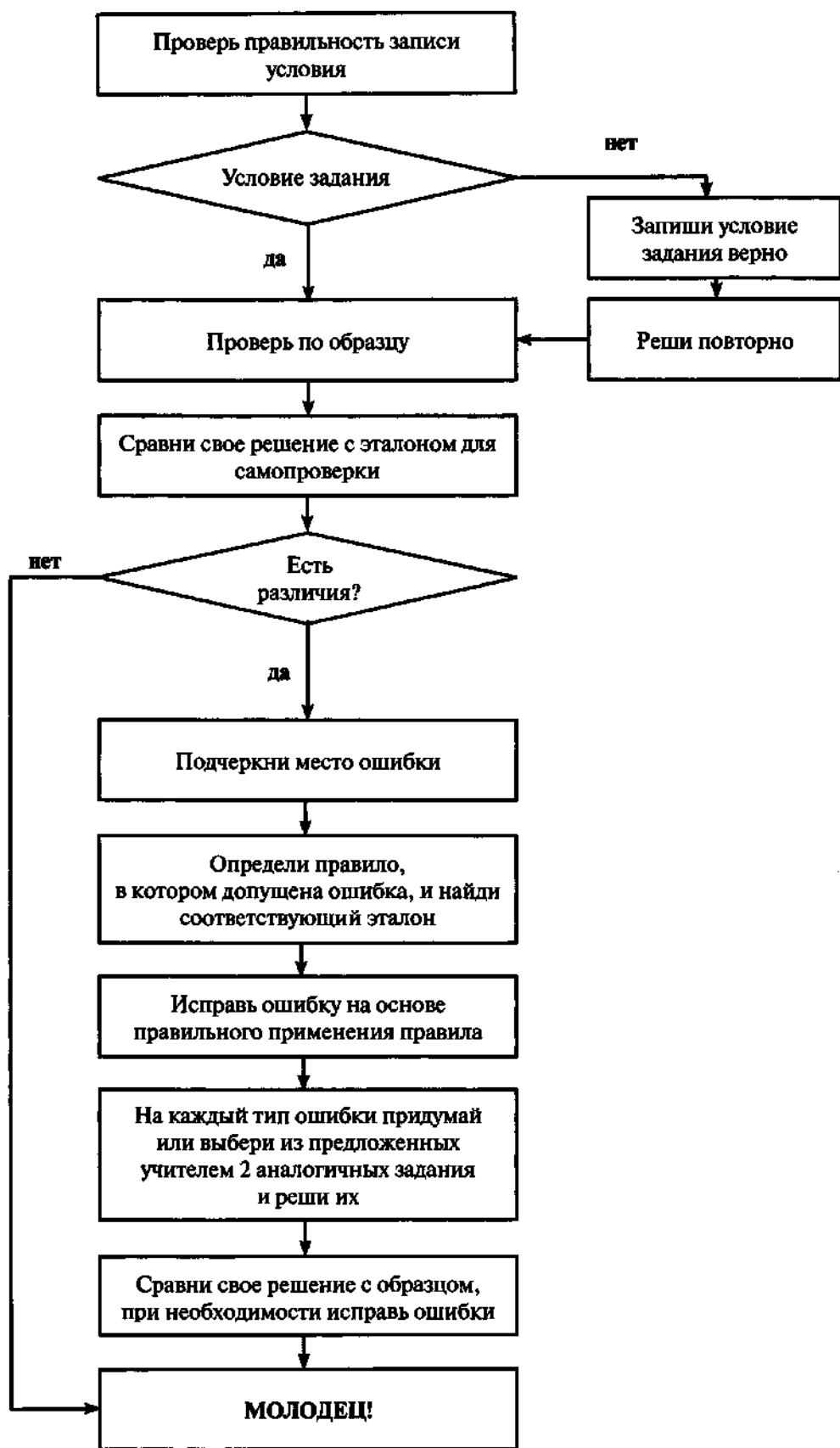
5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.

Формирование основ самоконтроля и самооценки, самостоятельного принятия решений и осознанного выбора своей образовательной траектории формируется в курсе математики «Учусь учиться» в соответствии с принятым общим подходом на этапе 7 уроков в ТДМ («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону») и на уроках рефлексии.

По мере освоения метода рефлексивной самоорганизации общие алгоритмы УУД, в том числе и действий самоконтроля и самооценки, совершенствуются и уточняются. Так, в начальной школе для самоконтроля и коррекции своих ошибок учащиеся применяют простейший трехшаговый алгоритм:

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Определяю, какое правило я знаю2. Повторяю правило3. Применяю правило |
|--|

К 4 классу, после изучения тем «Алгоритм», «Программа действий», они строят вариант алгоритма, который более подробно описывает последовательность действий при самоконтроле:



В 5 классе данный вариант алгоритма еще раз уточняется, и учащиеся овладевают общим способом самоконтроля и коррекции своих действий, который они используют в дальнейшем в основной и старшей школе.

Кроме того, в методическом аппарате учебников 1–9 классов имеется система самостоятельных и контрольных работ, которые позволяют учащимся после изучения каждой темы и каждого раздела курса сделать вывод о достижении / недостижении поставленных целей и задач. Систематическое использование эталонов, то есть согласованных в классе норм математической деятельности, которые учащиеся сами строят в ходе уроков, помогает им правильно определять, что именно они усвоили или не усвоили (то есть причины своего успеха / неуспеха), и на этой основе осуществить осознанный выбор траектории своего саморазвития в учебной и познавательной деятельности.

Выработка отношения к ошибке как рабочей ситуации, требующей коррекционных действий, наряду с освоением учащимися эффективных инструментов коррекции собственных ошибок (метод рефлексивной самоорганизации, алгоритм исправления ошибок) формирует у учащихся способность конструктивно действовать даже в ситуации неуспеха.

Аналогичным образом формируются основы самооценки собственной деятельности на основе этапа 9 уроков в ТДМ («Рефлексия учебной деятельности на уроке»).

6. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Логические действия являются основными видами учебных действий при выполнении практически всех заданий курса математики «Учусь учиться». Решая задачи и примеры, уравнения и неравенства, устанавливая и продолжая закономерности, моделируя объекты и процессы, строя диаграммы и графики, преобразовывая фигуры, учащиеся выполняют действия анализа и синтеза, сравнения и обобщения, классификации и аналогии, устанавливают причинно-следственные связи, подводят под понятия, строят логические рассуждения, обосновывают выполняемые ими операции.

Задания учебников, начиная с самого 1 класса, подобраны так, чтобы систематически предоставлять учащимся возможность тренировать весь комплекс логических операций и необходимость устанавливать взаимосвязи, логически обосновывать свои действия. В формулировках заданий часто используются обороты «Проанализируй...», «Сравни...», «Что общего?», «Выполни задание по образцу», «Сделай вывод», «Обоснуй свой ответ», «Разбей на части...» и т.д. Но даже если этих оборотов нет, то все равно решение практически любого задания курса математики требует от учащихся построения цепочек логических рассуждений.

Уже в начальной школе появляются темы уроков типа «Учусь анализировать», «Учусь сравнивать», «Учусь обобщать», «Классификация. Основание классификации». В 5–6 классах в рамках логической линии учащиеся изучают темы «Высказывания», «Виды высказываний», «Определение», «Логическое следование», «Обратное утверждение», «Отрицание высказываний» и др. В последующем эта работа продолжается и в 7–9 классах. На этих уроках учащиеся не просто приобретают опыт выполнения логических действий, а фиксируют эти действия в форме эталонов. Затем изученные логические понятия используются при изучении всех тем курса. Таким образом, создаются условия не только для надежного усвоения самих этих понятий и формирования умения их грамотного использования, но и для их применения в жизни и практической деятельности, а также для более глубокого и осознанного усвоения собственно математического содержания курса.

7. Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Математический язык представляет собой знаки и символы, описывающие количественные отношения и пространственные формы окружающего мира. Поэтому знаково-символические средства математического языка — цифры и буквы, знаки сравнения и арифметических действий, математические выражения, геометрические фигуры, числовой луч, диаграммы и графики и др. — систематически используются на уроках математики для представления информации, моделирования изучаемых объектов и процессов окружающего мира, решения учебных и практических задач.

Кроме того, в курсе математики «Учусь учиться» широко представлены предметные и графические модели самих математических объектов и операций — натуральных, дробных, положительных и отрицательных чисел, арифметических действий, функциональных зависимостей между величинами, уравнений и неравенств и др. Учащиеся сами строят модели этих объектов, постепенно осознавая суть математического метода исследования реального мира — «умение называть разные вещи одним именем» (А. Пуанкаре).

Начиная с самых первых уроков знакомства с текстовыми задачами учащиеся систематически работают с их материализованными моделями (схематическими рисунками, схемами, таблицами), наглядно представляющими существенные характеристики исследуемых объектов — количественные и пространственные отношения между ними, взаимосвязи между объектом и его частями и др. Дети учатся читать и строить эти модели, используют их для анализа и поиска решения текстовых задач, интерпретации полученных результатов, выявления общих способов действия во внешне различных ситуациях. Благодаря этому они не только глубже усваивают учебное содержание по математике, но и овладевают умением использовать знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов.

При этом на доступном для учащихся уровне перед ними раскрываются все три основных этапа математического моделирования:

- 1) этап *математизации действительности*, то есть построения математической модели некоторого фрагмента действительности;
- 2) этап *изучения математической модели*, то есть построения математической теории, описывающей свойства построенной модели;
- 3) этап *приложения полученных результатов* к реальному миру.

Так, при решении текстовой задачи ученик читает и анализирует ее, переводит текст на знаково-символический язык — строит схемы и схематические рисунки, отражающие числовые и пространственные отношения между объектами, процессами, целым объектом и его частями, затем работает с моделью, получает результат и соотносит его с данными в исходном тексте задачи.

Этот путь учащиеся проходят и при построении математических понятий и способов действий. На всех этапах обучения с 1 по 9 класс предметные и графические модели помогают раскрыть перед учащимися недостаточность их знаний и необходимость построения некоторого нового понятия или алгоритма. С другой стороны, модели позволяют организовать процесс его практического построения самими детьми, то есть пройти первый этап математического моделирования.

На втором этапе — этапе изучения построенной математической модели — учащиеся выявляют свойства изучаемых математических объектов и на этапе приложения полученных результатов с их помощью решают актуальные практические задачи (например, строят приемы рациональных вычислений, применяют свои знания для решения текстовых задач и т. д.).

Таким образом, они не просто осваивают знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, но и приобретают начальные представления об общенаучном методе исследования реального мира — математическом моделировании.

8. Смысловое чтение.

В курсе математики «Учусь учиться» формирование у учащихся навыков смыслового чтения текстов осуществляется при работе с текстовыми задачами, текстами учебника, справочной литературой и интернет-источниками. В качестве научного инструмента при этом используется метод работы с текстами (МРТ), разработанный в методологической версии теории деятельности (О.С. Анисимов).

На первом этапе учащиеся овладевают навыками понимания текстов задач с опорой на наглядные материальные и материализованные модели (схематические рисунки, схемы, таблицы, числовые и буквенные выражения). При этом используются задачи-ловушки (с неполными данными, лишними данными, нереальными условиями), задачи в косвенной форме, задачи, требующие от детей сопоставления текстов, обобщения, самостоятельной формулировки вопросов, выбора возможных вариантов решения, задачи, имеющие внешне различные сюжеты, но одинаковые математические структуры, построение моделей текстовых задач, составление задач по схемам и выражениям и т.д.

Начиная с 1 класса проводится системная работа по обучению детей анализу задачи на основе заданного общего алгоритма. Эта работа продолжается в основной школе и к 5–6 классу позволяет сформировать у большинства детей способность провести самостоятельный анализ любой текстовой задачи.

Непосредственная работа с текстами, описывающими изучаемый материал по математике, также начинается уже в 1 классе. На первых порах учащимся предлагаются лаконичные пояснения теоретического материала, которые обычно сопровождаются графическими иллюстрациями. Схематическое представление текста отражает существенное в нем, и поэтому, с одной стороны, уточняет понимание его учащимися, а с другой — позволяет им глубже осознать суть вводимых математических правил и свойств.

Понимание текста, как следует из теории МРТ, является характеристическим признаком адекватного понимания текстов. Поэтому овладение в 1–9 классах курса «Учусь учиться» навыками графического моделирования текстовых задач оказывает непосредственное влияние на формирование навыков смыслового чтения.

В 4 классе учащиеся переходят к следующему этапу овладения смысловым чтением текстов — конспектированию. Вводятся символы для обозначения различных частей учебного текста по математике (вводная часть, главная мысль, важное замечание, пример, иллюстрирующий главную мысль или важное замечание). Начиная с этого времени учащимся систематически предлагается конспектировать тексты изучаемых разделов в специальной тетради: в начальной школе — «Копилке», а в основной школе — в «Тетради для теории». К концу 6 класса они в достаточной степени овладевают умением понимать текст учебника, выделять его главные мысли и конспективно фиксировать в знаково-символической форме.

Формирование умений смыслового чтения текстов осуществляется также в ходе проектной работы во второй половине дня, в ходе которой учащимся приходится отыскивать в разных источниках дополнительную информацию по заданной теме (например, «Лабиринты», «Танграм», «Односторонние поверхности» и т. д.), выделить существенное и представить в виде письменного рассказа, презентации, текста.

9. Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов, формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Структура уроков в технологии деятельностного метода (ТДМ) включает в себя этапы, предполагающие получение разных версий ответов как естественный ход событий. Так, на этапе выполнения пробного учебного действия (этап 2) каждый учащийся получает свою версию ответа, и поскольку новый способ действий еще не изучался, то каждый из них сталкивается с затруднением, но у всех оно разное: кто-то вообще не знает, с чего начать, и не получил никакого ответа; у других ответы есть, но они оказались неверными; а кто-то получил верный ответ, но не знает, как его обосновать (ведь способ действий еще не изучался).

Поэтому всегда возникают разные версии, мнения, которые учащиеся принимают внимательно и уважительно выслушивать и обсуждать. Аналогичным образом, гипотезы, которые выдвигают учащиеся на этапе проектирования (этап 4), тоже разные, но при этом каждая из них может помочь найти верный результат.

Таким образом, образовательная среда, которая создается при работе в ТДМ на рассмотренных и других этапах урока, формирует у учащихся готовность воспринимать различные точки зрения, вести диалог, согласовывать позиции с учетом всех высказанных мнений, находить общее решение, формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Необходимость на уроках открытия нового знания совместно решать общую задачу предполагает системное использование в обучении диалоговых форм общения под руководством учителя, парной и групповой форм работы, в ходе которых у учащихся формируется умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. Данные метапредметные умения формируются на 1–6 и 8–9 этапах уроков в ТДМ, кроме этапа 7 («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону»), где отрабатываются индивидуальные формы работы.

В ходе совместной деятельности учащихся со сверстниками в группах и парах используется распределение ролей на основе общих правил коммуникативного взаимодействия. При этом основным мотивом для согласованных действий и конструктивного разрешения конфликтных ситуаций посредством учета интересов каждого является необходимость получения и представления общего результата: те, кто не сумел договориться и правильно организовать свою работу, — проигрывают.

10. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих мыслей, планирования и регуляции своей деятельности, владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью.

Технологической основой эффективного достижения указанного результата в курсе математики «Учусь учиться» является использование правил коммуникативного взаимодействия общей теории деятельности (О. С. Анисимов) и поэтапной теории формирования умственных действий (П. Я. Гальперин).

Учащиеся имеют возможность поэтапно овладевать речевыми средствами для решения коммуникативных и познавательных задач на разных уровнях:

- 1) выражение в речи своих учебных действий и их результатов по заданному алгоритму;
- 2) выражение в речи своих учебных действий и их результатов по известному алгоритму в типовых ситуациях;
- 3) выражение в речи своих учебных действий и их результатов в поисковых ситуациях по заданному общему плану действий;

4) выражение в речи своих учебных действий и их результатов в ситуациях творческого поиска.

Первый вид речевого высказывания осуществляется на 6-м этапе урока в ТДМ («Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи»), где каждый учащийся выполняет комментирование (фронтально, при работе в парах, в группах) типовых заданий на способ действий, построенный на данном уроке самими учащимися под руководством учителя.

Второй и третий виды речевого высказывания осуществляются на 8-м этапе урока открытия нового знания в ТДМ («Включение в систему знаний и повторение») и на уроках рефлексии. Учащиеся систематически используют алгоритмы, построенные на предыдущих уроках, для комментирования решения примеров, уравнений, простых и составных задач в типовых и поисковых ситуациях (когда алгоритмы известны, но не заданы непосредственно).

Четвертый вид речевого высказывания осуществляется на 3—5-м этапах урока открытия нового знания в ТДМ («Выявление места и причины затруднения», «Построение и реализация проекта»), а также на уроках рефлексии и внеклассной работе при решении творческих задач и в коллективной и индивидуальной проектной работе, где предполагается также активное использование средств ИКТ. Здесь же предусмотрена подготовка и проведение учащимися презентаций своих творческих работ, что способствует развитию не только речевых средств, но и познавательных и коммуникативных УУД.

11. Формирование и развитие ИКТ-компетенций.

При работе по курсу математики «Учусь учиться» на всех возрастных этапах с 1 по 9 класс учащиеся овладевают широким спектром первичных навыков работы с информацией: они учатся анализировать, сравнивать и обобщать информацию, осуществлять ее синтез и классификацию, вести запись, осуществлять поиск необходимой информации, выделять и фиксировать информацию, систематизировать ее, интерпретировать, преобразовывать, передавать и хранить, представлять информацию и создавать новую в соответствии с поставленной учебной целью.

Формирование умений осуществлять поиск необходимой информации и работать с ней реализуется в учебниках данного курса по нескольким направлениям:

- целенаправленный поиск конкретной информации (знаний, способов действий) для решения учебных задач, презентаций своих творческих работ и т.д.;
- отсылки по текстам учебников, например, к предыдущим текстам и заданиям, справочным материалам, энциклопедиям и т.д.;
- поиск информации в различных источниках (в книгах, журналах, справочниках и энциклопедиях, в сети Интернет, в беседах со взрослыми и др.) для выполнения проектных работ и последующая работа с ней: анализ и систематизация собранной информации, представление полученной информации в нужном виде (в виде текстов для школьной газеты или буклета, набранных с помощью клавиатуры компьютера, в виде рисунков, таблиц, презентаций, диаграмм и т.д.).

Еще в начальной школе учащиеся работали с таблицами, схемами, множествами, строили диаграммы Эйлера—Венна, находили подмножества, объединение и пересечение множеств, выполняли их классификацию по заданным свойствам, строили круговые и столбчатые диаграммы, графики движения. Эта работа системно продолжается в основной школе с использованием координат на плоскости, формул и графиков функциональных зависимостей величин, что дает новые возможности для представления и интерпретации полученных данных.

На всех уроках математики школьники овладевают навыком фиксирования информации средствами математического языка — выражений и формул, гра-

фиков и схем. Они самостоятельно строят алгоритмы новых способов действий (линейные, разветвленные, циклические) и фиксируют их с помощью блок-схем. Работая с текстовыми задачами, они учатся выделять существенную информацию и представлять ее в форме схематических рисунков, графических схем, таблиц. Затем они анализируют полученную таким образом информацию и на этой основе решают поставленные познавательные задачи.

Разработанная в данном курсе система эталонов «Построй свою математику» позволяет организовать системное формирование у детей навыка целенаправленного поиска нормативно заданной информации в известном источнике, нужной для решения задач и обоснования правильности своих действий. Этому же служат приведенные в учебнике правила, формулы, образцы решения задач и примеров.

При подготовке проектов во внеурочной индивидуальной и групповой работе учащиеся осуществляют поиск информации в ситуации, когда источник информации не известен. При этом они используют справочную литературу и интернет-ресурсы, подготовку презентаций с использованием современных технологических средств (фотографирование, сканирование, презентации в Power Point и т. д.).

12. Формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике.

В процессе изучения курса математики «Учусь учиться», в соответствии с принципом целостного представления о мире, входящего в дидактическую систему деятельностного метода обучения, у учащихся формируется современная научная картина мира. Изучаемые математические понятия рассматриваются в их собственном закономерном развитии, в многообразии отношений с другими объектами, понятиями, явлениями и процессами, что формирует представления о математике как общей понятийной базе различных областей знания.

Таким образом, математическое знание позволяет раскрыть глубинную связь между явлениями, внешне никак не связанными друг с другом. С другой стороны, деятельностный метод обучения помогает сформировать у учащихся личностное отношение к изучаемым знаниям, равнодушное, ответственное отношение к результатам своей деятельности. Благодаря этому средствами математического образования удастся внести существенный вклад в формирование базового компонента экологического мышления и экологического воспитания — осознания глубинной взаимосвязи природы, общества, человека, их влияния и зависимости друг от друга, а также в воспитание у учащихся чувства ответственности за свои поступки.

Достижение предметных результатов ООП основного общего образования

Достижение предметных результатов образования в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов осуществляется исходя из требований к организации непрерывного образовательного процесса деятельностного типа, обеспечивающего преемственные связи между всеми ступенями обучения на уровне содержания, метода и методик обучения. Исходя из этих позиций данный курс поддерживается, с одной стороны, курсом математики для дошкольников и начальной школы, а с другой — курсом алгебры для 7–9 классов, что позволяет обеспечить непрерывность в формировании системы математических представлений, знаний и умений на этапе дошкольной подготовки и всех этапах обучения в школе с 1 по 9 класс.

Учитывая современный уровень развития математической теории, учебное содержание представлено в виде семи основных содержательно-методических линий, изучение которых подготавливается на дошкольной ступени и затем непре-

равно проходит через все ступени обучения с 1 по 9 класс, вплоть до выпускных классов старшей школы: *линий моделирования, логической, числовой, алгебраической, геометрической, функциональной и анализа данных*. Целостность курса достигается постоянным сопоставлением и взаимопроникновением результатов, полученных в различных содержательно-методических линиях.

Выбор последовательности учебного содержания по всем содержательно-методическим линиям курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов определяется логикой и этапами формирования математического знания в процессе познания в соответствии с первым этапом процесса теоретического познания, который задает язык науки. Таким образом, функциональным предназначением этого этапа является построение языковых основ математического знания. При этом виды математической деятельности, в которые включаются учащиеся, соответствуют деятельности человечества по формированию понятийного аппарата изучаемых в школе разделов математики.

Учебное содержание по всем выделенным содержательно-методическим линиям полностью обеспечивает выполнение требований к предметным результатам ФГОС основного общего образования разделов «Математика. Алгебра» предметной области «Математика и информатика».

1, 9. Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления. Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания *линии моделирования* курса математики «Учусь учиться».

2. Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках логической линии курса математики «Учусь учиться».

3. Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках числовой линии курса математики «Учусь учиться».

4. Овладение символическим языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные моделью с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках алгебраической линии курса математики «Учусь учиться», а также линии моделирования.

5. Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания *функциональной* линии курса математики «Учусь учиться».

6. Овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания *геометрической* линии курса математики «Учусь учиться».

8. Овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов.

Эти результаты обеспечиваются изучением содержания линии *анализа данных*, а также *логической* и *геометрической* линий курса математики «Учусь учиться».

Итак, методический аппарат учебников курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов основной школы, реализующего деятельностный метод обучения, в достаточной полноте использует потенциал и возможности математического содержания образования для достижения учащимися средствами учебного предмета математики всего комплекса ЛИЧНОСТНЫХ, МЕТАПРЕДМЕТНЫХ и ПРЕДМЕТНЫХ результатов образования раздела «Математика» предметной области «Математика и информатика», определенных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования.

ПРИМЕРЫ СЦЕНАРИЕВ УРОКОВ³

Тип урока: ОНЗ⁴

Тема: «Сложение рациональных чисел. Алгебраическая сумма»

Основные цели:

1) сформировать умение записывать алгебраическую сумму, тренировать умение складывать рациональные числа с разными знаками, противоположные числа;

2) повторить и закрепить совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями, формулы периметра и площади прямоугольника, решение задач на проценты.

Оборудование.

Демонстрационный материал:

1) высказывание:

По одной капле воды человек, умеющий мыслить логически, может сделать вывод о возможности существования Атлантического океана или Ниагарского водопада, даже если он не видал ни того, ни другого и никогда о них не слышал.

2) алгоритм сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками (из урока № 83, Д-6);

3) правило сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками (из урока № 83, Д-5);

4) правило сложения рациональных чисел с разными знаками (из урока № 84, Д-5);

5) алгоритм сложения чисел с разными знаками (из урока № 84, Д-6);

³ Уроки посвящены изучению главы 3 учебника 6 класса.

⁴ Урок открытия нового знания.

6) задания для актуализации знаний:

m	-3	-21	2	-9
k	-4	10	-16	-8
$m + k$				

$(-2,17) + (+1,24) * 0$
$(+7,34) + (-14,6) * 0$
$(-4,02) + (+8,15) * 0$

7) задание для пробного действия:

$$\begin{aligned} &(-6) + (-3) + (-4) + 17 + 23 + 3 \\ &(-30) + (-15) + 12 + (-11) + 13 + (-9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-6 - 3 - 4 + 17 + 23 + 3 \\ &-30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9 \end{aligned}$$

8) определение алгебраической суммы:

Алгебраической суммой называют последовательную запись слагаемых со своими знаками.

9) правило записи алгебраической суммы:

Записать последовательно слагаемые со своими знаками.

10) алгоритм нахождения значения алгебраической суммы:

Алгоритм нахождения значения алгебраической суммы

1. Найти сумму противоположных чисел (если они есть).
2. Найти сумму положительных чисел.
3. Найти сумму отрицательных чисел.
4. Найти сумму полученных чисел с разными знаками.

11) таблица знаков (из урока № 78, Д-7);

12) образец выполнения задания в парах:

№ 437

$$\begin{aligned} 2) & (+0,2) + (-1,4) + (-2,3) + (-1,4) = 0,2 - 1,4 - 2,3 - 1,4 \\ 4) & (+n) + (-d) + (-y) + (-n) + (-d) = n - d - y - n - d \end{aligned}$$

№ 443 (6)

$$\begin{aligned} -46 + 283 - 745 + 179 - 594 + 745 + 82 &= (-46) + (+283) + (-745) + (+179) + \\ &+ (-594) + (+745) + (+82) = (283 + 179 + 82) + (-46 + (-594)) = (+544) + (-640) = -96 \end{aligned}$$

13) сумма противоположных чисел (из урока № 84, Д-7);

14) эталон для самопроверки самостоятельной работы:

№ 438

$$д) -9 - 8 + 6 + 9 - 8 = (-9) + (-8) + (+6) + (+9) + (-8)$$

Записать последовательно слагаемые со своими знаками.

№ 443

$$\begin{aligned} а) & 18 - 72 - 9 + 39 - 54 + 17 - 39 = \\ &= (+18) + (-72) + (-9) + (+39) + (-54) + (+17) + (-39) = \\ &= (+18) + (-72) + (-9) + (+39) + (-54) + (+17) + (-39) = \\ &= (18 + 17) + (-72 + (-9) + (-54)) = 35 + (-135) = \\ &= -100 \end{aligned}$$

1. Записать сумму со скобками.
2. Подчеркнуть противоположные числа, исключив их из вычислений.
3. Отдельно найти сумму положительных чисел и отрицательных чисел.
4. Найти сумму чисел с разными знаками.

15) задание группам на этапе построения проекта выхода из затруднения:

1. Применить сочетательное и переместительное свойство для отдельной записи положительных и отрицательных чисел.
2. Воспользоваться правилами сложения рациональных чисел.
3. Сделать вывод.

Раздаточный материал:

1) задание для актуализации знаний:

m	-3	-21	2	-9
k	-4	10	-16	-8
$m + k$				

2) задание группам на этапе построения проекта выхода из затруднения:

1. Применить сочетательное и переместительное свойство для отдельной записи положительных и отрицательных чисел.
2. Воспользоваться правилами сложения рациональных чисел.
3. Сделать вывод.

3) карточка для этапа рефлексии:

Этап урока	Выполнение
Повторение	
Пробное задание	
Формулирование цели	
Построение нового способа	
Работа в парах	
Самостоятельная работа	

Ход урока

1. Мотивация к учебной деятельности.

Цель:

- 1) включение учащихся в учебную деятельность;
- 2) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: продолжить работать с нахождением суммы рациональных чисел;
- 3) создать условия для возникновения у ученика внутренней потребности включения в учебную деятельность.

Организация учебного процесса на этапе 1:

— Я приветствую вас рада! Открываем лабораторию математических исследований.

— Сегодняшний урок я бы хотела начать со слов великого сыщика Шерлока Холмса:

По одной капле воды человек, умеющий мыслить логически, может сделать вывод о возможности существования Атлантического океана или Ниагарского водопада, даже если он не видал ни того, ни другого и никогда о них не слышал.

— Прочитайте высказывание, ответьте на вопрос: «Велика ли роль математики в развитии логического мышления?»

— Без каких умений нельзя обойтись, для того чтобы мыслить логически? (Без умения рассуждать, обосновывать и доказывать и т.д.)

— Вы формируете эти умения при самостоятельном открытии нового знания? (Да.)

— Какие «открытия» вы совершили на предыдущих уроках? (Мы узнали, как складывать рациональные числа.)

— Успешной была работа?

— Что вам помогало успешно открывать новые знания?

— И сегодня скажет каждый: я исследователь важный, что имею, то хочу приумножить и добавить в свой багаж немного знаний. Это есть мое желание... Так начнем свои искания!

— С чего начнете работать?

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в пробном учебном действии.

Цель:

1) организовать актуализацию изученных способов действий, достаточных для построения нового знания: нахождение суммы рациональных чисел, таблица знаков;

2) зафиксировать актуализированные способы действий в речи;

3) зафиксировать актуализированные способы действий в знаках (эталон);

4) организовать обобщение актуализированных способов действий;

5) организовать актуализацию мыслительных операций, достаточных для построения нового знания: анализ, сравнение, обобщение;

6) мотивировать к выполнению пробного действия;

7) организовать самостоятельное выполнение пробного учебного действия, найти сумму нескольких слагаемых, используя таблицу знаков.

8) организовать фиксацию индивидуальных затруднений в выполнении учащимися пробного учебного действия или в его обосновании.

Организация учебного процесса на этапе 2:

— Заполните таблицу.

На доске представлена таблица (Д-6), аналогичная таблица у детей (Р-1).

<i>m</i>	-3	-21	2	-9
<i>k</i>	-4	10	-16	-8
<i>m + k</i>				

(-7; -11; -14; -17)

— Какие правила вам помогли выполнить задание? (Алгоритмы и правила сложения рациональных чисел.)

Учитель вывешивает эталоны на доску (Д-2 — Д-5).

— Какую закономерность вы заметили? (Каждое последующее число уменьшается на 3.)

— Назовите самое маленькое полученное число.

— Представьте число -17 в виде суммы двух отрицательных чисел.

— Что помогло вам выполнить задание? (Знание алгоритмов сложения рациональных чисел.)

На доску вывешивается вторая карточка (Д-1).

$(-2,17) + (+1,24) * 0;$

$(+7,34) + (-14,6) * 0$

$(-4,02) + (+8,15) * 0$

— Не выполняя вычислений, сравните суммы с числом 0. (Меньше; меньше; больше.)

— Что помогло вам выполнить это задание? (Алгоритмы сложения рациональных чисел и правило сравнения рациональных чисел.)

— Что вы сейчас повторили?

— Какое следующее задание вам будет предложено и с какой целью? (Пробное задание — для того чтобы мы поняли, что мы не знаем, что сегодня будет нового.)

На доску вывешивается карточка с пробным заданием (Д-7).

— Чем можно воспользоваться, чтобы записать выражение без скобок? (Таблицей знаков.)

— Используя таблицу знаков, запишите сумму без скобок.

$$(-6) + (-3) + (-4) + 17 + 23 + 3$$

$$(-30) + (-15) + 12 + (-11) + 13 + (-9)$$

Первую часть задания учащиеся выполняют и получают равенства:

$$(-6) + (-3) + (-4) + 17 + 23 + 3 = -6 - 3 - 4 + 17 + 23 + 3$$

$$(-30) + (-15) + 12 + (-11) + 13 + (-9) = -30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9$$

На доске должны остаться выражения:

$$-6 - 3 - 4 + 17 + 23 + 3$$

$$-30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9$$

— Из каких выражений получились эти выражения? (Из сумм рациональных чисел.)

— Чем отличаются правая и левая части равенств? (Справа сумма записана со скобками, а слева без скобок.)

— Что вы использовали для выполнения этого задания? (Таблицу знаков.)

— Найдите за 20 секунд значения выражений.

Значение первого выражения могут найти, воспользовавшись переместительным свойством, а нахождение значения второго выражения вызовет затруднение.

— У кого нет ответа?

— Сформулируйте свое затруднение. (Мы не смогли быстро найти значения выражений.)

— Какие ответы получили остальные?

— Каким эталоном вы можете воспользоваться для обоснования своего ответа? (Нет такого эталона.)

— Сформулируйте свое затруднение. (Мы не можем обосновать свой ответ.)

— Что теперь вы должны сделать? (Определить причину нашего затруднения.)

3. Выявление места и причины затруднения.

Цель:

1) организовать восстановление выполненных операций;

2) организовать фиксацию места (шага, операции), где возникло затруднение;

3) организовать соотнесение своих действий с используемыми эталонами (алгоритмом, понятием и т. д.);

4) на этой основе организовать выявление и фиксацию во внешней речи причины затруднения — тех конкретных знаний, умений или способностей, которых недостает для решения исходной задачи и задач такого класса или типа вообще.

Организация учебного процесса на этапе 3:

— Какое задание вы должны были выполнить? (Найти быстро значения выражений, записанных без скобок.)

— Как вы действовали?

— В каком месте возникло затруднение?

— Почему задание вызвало затруднение? (У нас нет способа, с помощью которого можно найти значение выражения, слагаемые которого записаны без скобок.)

— Вы определили причину затруднения, что теперь надо сделать? (Надо поставить цель и построить план действий.)

4. Построение проекта выхода из затруднения.

Цель:

- 1) организовать построение проекта выхода из затруднения;
- 2) учащиеся ставят цель проекта (целью всегда является устранение причины возникшего затруднения);
- 3) учащиеся уточняют и согласовывают тему урока;
- 4) учащиеся определяют средства (алгоритмы, модели, справочники и т. д.);
- 5) учащиеся формулируют шаги, которые необходимо сделать для реализации поставленной цели.

Организация учебного процесса на этапе 4:

— Вы сможете найти значения выражений, используя их первоначальную запись? (Да.)

— Запись суммы без скобок в математике называется алгебраической суммой. Учитель вывешивает на доску определение алгебраической суммы (Д-8).

— Какую цель вы поставите перед собой? (Научиться записывать алгебраическую сумму и находить ее значение.)

— Сформулируйте тему урока. (Алгебраическая сумма.)

— Молодцы! Запишите ее в тетрадь.

— Если вы говорите о сложении чисел, какие свойства сложения вы знаете? (Сочетательное и переместительное свойство.)

— Какие правила можно применить, чтобы составить эталон нахождения алгебраической суммы?

Учащиеся составляют план действий, учитель корректирует и вывешивает его на доску (Д-15).

5. Реализация построенного проекта.

Цель:

- 1) организовать реализацию построенного проекта в соответствии с планом;
- 2) организовать фиксацию нового способа действия в речи;
- 3) организовать фиксацию нового способа действия в знаках (с помощью эталона);
- 4) организовать фиксацию преодоления затруднения;
- 5) организовать уточнение общего характера нового знания (возможность применения нового способа действий для решения всех заданий данного типа).

Организация учебного процесса на этапе 5:

Реализацию проекта можно организовать в группах.

Задание группам вывешивается на доску и раздается группам. На работу отводится ≈ 5 минут.

Одна из групп представляет вариант выполнения задания, остальные группы работают на дополнение, уточнение.

Если в группах работа не пойдет, то необходимо организовать подводящий диалог по плану.

— Вы правильно определили цели урока: научиться записывать и научиться вычислять. Начнем с первой задачи.

— Что надо сделать, чтобы сумму записать в виде алгебраической суммы, то есть без скобок? (Надо воспользоваться таблицей знаков.)

$$(-6) + (-3) + (-4) + 17 + 23 + 3 = -6 - 3 - 4 + 17 + 23 + 3$$

— Что вам дает возможность так записать сумму? (Запись получается более компактной.)

— Назовите слагаемые в алгебраической сумме: $-30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9$.
(-30 ; -15 ; $+12$; -11 ; $+13$; -9 .)

— Какой знак опущен в записи? (Знак плюс.)

— А те знаки, которые стоят, это что за знаки? (Это знаки слагаемых.)

— Сформулируйте правило записи алгебраической суммы.

Учащиеся предлагают свои варианты.

Учитель на доску вывешивает эталон (Д-9).

— Если вам дана алгебраическая сумма $-30 - 15 + 12 - 11 + 13 - 9$, как найти ее значение? (Можно записать ее со скобками и находить значение по алгоритму сложения рациональных чисел.)

На доске:

$$(-30) + (-15) + 12 + (-11) + 13 + (-9)$$

— Как удобно находить сумму? (Можно найти сначала сумму всех положительных чисел, затем сумму всех отрицательных чисел, а затем сумму положительного и отрицательного числа.)

На доске вывешивается алгоритм нахождения алгебраической суммы (Д-10).

— Какие свойства позволяют так находить значение суммы? (Переместительное и сочетательное свойство сложения.)

Задание группам: придумайте пример, иллюстрирующий это свойство.

Группы предлагают свои варианты.

— Вы достигли поставленной цели? (Да, мы построили алгоритм, с помощью которого можно быстро найти значение алгебраической суммы.)

— Что теперь необходимо сделать? (Надо научиться, этим алгоритмом пользоваться.)

6. Первичное закрепление во внешней речи.

Цель:

организовать усвоение детьми нового способа действий при решении данного класса задач с их проговариванием во внешней речи — фронтально.

Организация учебного процесса на этапе 6:

№ 437 (1; 3)

Задание выполняется у доски.

$$1) (-3) + (-8) + (+9) + (-6) + (+8) = -3 - 8 + 9 - 6 + 8;$$

$$3) (-a) + (+b) + (-x) + (-b) + (-x) = -a + b - x - b - x.$$

№ 437 (2; 4)

Задание выполняется в парах, с проверкой по образцу (Д-12).

— Что дает вам умение находить пары противоположных чисел? (Мы знаем, что сумма противоположных чисел равна 0, и вычисления упростятся.)

— Что можно добавить в алгоритм нахождения значения алгебраической суммы? (Найти противоположные слагаемые и подчеркнуть их, в дальнейшем эти числа не принимать во внимание.)

№ 443 (а)

Задание выполняется у доски.

$$\begin{aligned} \text{в) } 0,17 - 6 + 1,3 + 2,8 - 0,17 - 0,9 + 7,4 &= (+0,17) + (-6) + (+1,3) + (+2,8) + \\ &+ (-0,17) + (-0,9) + (+7,4) = (1,3 + 2,8 + 7,4) + ((-6) + (-0,17) + (-0,9)) = \\ &= +11,5 + (-7,07) = +4,43 = 4,43 \end{aligned}$$

№ 443 (б)

Задание выполняется в парах и проверяется по образцу (Д-12).

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Цель:

1) организовать самостоятельное выполнение учащимися типовых заданий на новый способ действия;

2) организовать соотнесение работы с эталоном для самопроверки (в случае, когда учащиеся начинают осваивать процедуру грамотного самоконтроля, возможно соотнесение работы с подробным образцом);

3) организовать вербальное сопоставление работы с эталоном для самопроверки* (в случае, когда способ действия состоит из нескольких шагов, — организация пошаговой проверки);

4) по результатам выполнения самостоятельной работы организовать рефлекссию деятельности по применению нового способа действия.

* В случае, когда учащиеся начинают осваивать процедуру грамотного самоконтроля возможно вербальное сопоставление работы с подробным образцом.

Организация учебного процесса на этапе 7:

— Что надо сделать, чтобы убедиться, что вы поняли, как записывать и находить значение алгебраической суммы? (Надо выполнить самостоятельную работу.)

Для самостоятельной работы предложить выполнить № 438 (д); 443 (а).

Учащиеся выполняют задание в тетрадях. После выполнения работы учащиеся сопоставляют свои работы с эталоном для самопроверки (Д-14), проговаривают, как рассуждают, при необходимости исправляют ошибки.

— Какие алгоритмы и понятия вы использовали при выполнении работы?

— У кого вызвало затруднение выполнение первого задания?

— В каком месте и почему возникло затруднение?

— У кого вызвало затруднение выполнение второго задания?

— В каком месте и почему возникло затруднение?

— Кто всю работу выполнил правильно?

8. Включение в систему знаний и повторение.

Цель:

1) организовать выявление типов заданий, где используется новый способ действия;

2) организовать повторение учебного содержания, необходимого для обеспечения содержательной непрерывности: нахождение значений числовых выражений с использованием свойств; построение математических моделей и работа с ними.

Организация учебного процесса на этапе 8:

— Вы хорошо поработали вместе, в парах, самостоятельно, а теперь я предлагаю вспомнить, как представить любое число в виде суммы разрядных слагаемых, это умение будет вам необходимо на следующих уроках.

№ 445

Задание выполняется доски с комменттированием.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & (-2,25 + 4\frac{2}{3}) + (7,6 - 1\frac{8}{9} - 1\frac{3}{4}) - 7,6 = -2,25 + 4\frac{2}{3} + 7,6 - 1\frac{8}{9} - 1\frac{3}{4} - 7,6 = \\ & = (-2,25 + (-1,75)) + (4\frac{2}{3} + (-1\frac{8}{9})) = -4 + 3\frac{15}{9} - 1\frac{8}{9} = -4 + 2\frac{7}{9} = -1\frac{2}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & (-\frac{4}{15} + 1,18 - \frac{5}{7}) + 1\frac{3}{14} + (-1,68 + 2\frac{4}{15}) = -\frac{4}{15} + 1,18 - \frac{5}{7} + 1\frac{3}{14} - 1,68 + 2\frac{4}{15} = \\ & = 2 - 0,5 + \frac{17}{14} - \frac{10}{14} = 2 - 0,5 + \frac{7}{14} = 2 - 0,5 + 0,5 = 2 \end{aligned}$$

№ 460 (1)

Задание выполняется у доски.

$$\frac{x+4}{1,2x \cdot 3} = \frac{1}{2}$$

$$2(x+4) = 3,6x$$

$$2x+8 = 3,6x$$

$$8 = 1,6x$$

$$x = 8 : 1,6$$

$$x = 5$$

$$1,2 \cdot 5 = 6$$

Ответ: знаменатель дроби равен 6.

9. Рефлексия деятельности на уроке.

Цель:

- 1) организовать фиксацию нового содержания, изученного на уроке;
- 2) организовать рефлексивный анализ учебной деятельности с точки зрения выполнения требований, известных учащимся;
- 3) организовать оценивание учащимися собственной деятельности на уроке;
- 4) организовать фиксацию неразрешенных затруднений на уроке как направлений будущей учебной деятельности;
- 5) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

- Какие «открытия» вы совершили на уроке?
- Что использовали для «открытия» нового знания?
- С какими трудностями столкнулись на уроке?
- Что использовали для выхода из затруднения?
- Мы достигли поставленной цели?
- Вы сегодня продолжили осваивать умение логически мыслить?
- Что необходимо сделать еще?
- Проанализируйте свою работу на уроке.
- Используя таблицы (Р-2), которые вы заполняли в течение урока, оцените свою работу.

Домашнее задание:

п. 3.2.1; № 467; 466; 472 (одну на выбор).

Тип урока: Р³

Тема: «Сложение рациональных чисел. Алгебраическая сумма»

Основные цели:

- 1) тренировать умение складывать рациональные числа;
- 2) тренировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности;
- 3) повторить и закрепить решение уравнений методом пропорций, решение задач на проценты, пропорциональное деление.

Оборудование.

Демонстрационный материал:

- 1) план работы на уроке-помощнике:

1. Подготовка к самостоятельной работе.

2. Самостоятельная работа № 1.

3. Самопроверка самостоятельной работы по образцу.

4. Самопроверка самостоятельной работы по эталону для самопроверки.

5. Фиксация места и причины ошибки или фиксация отсутствия затруднений.

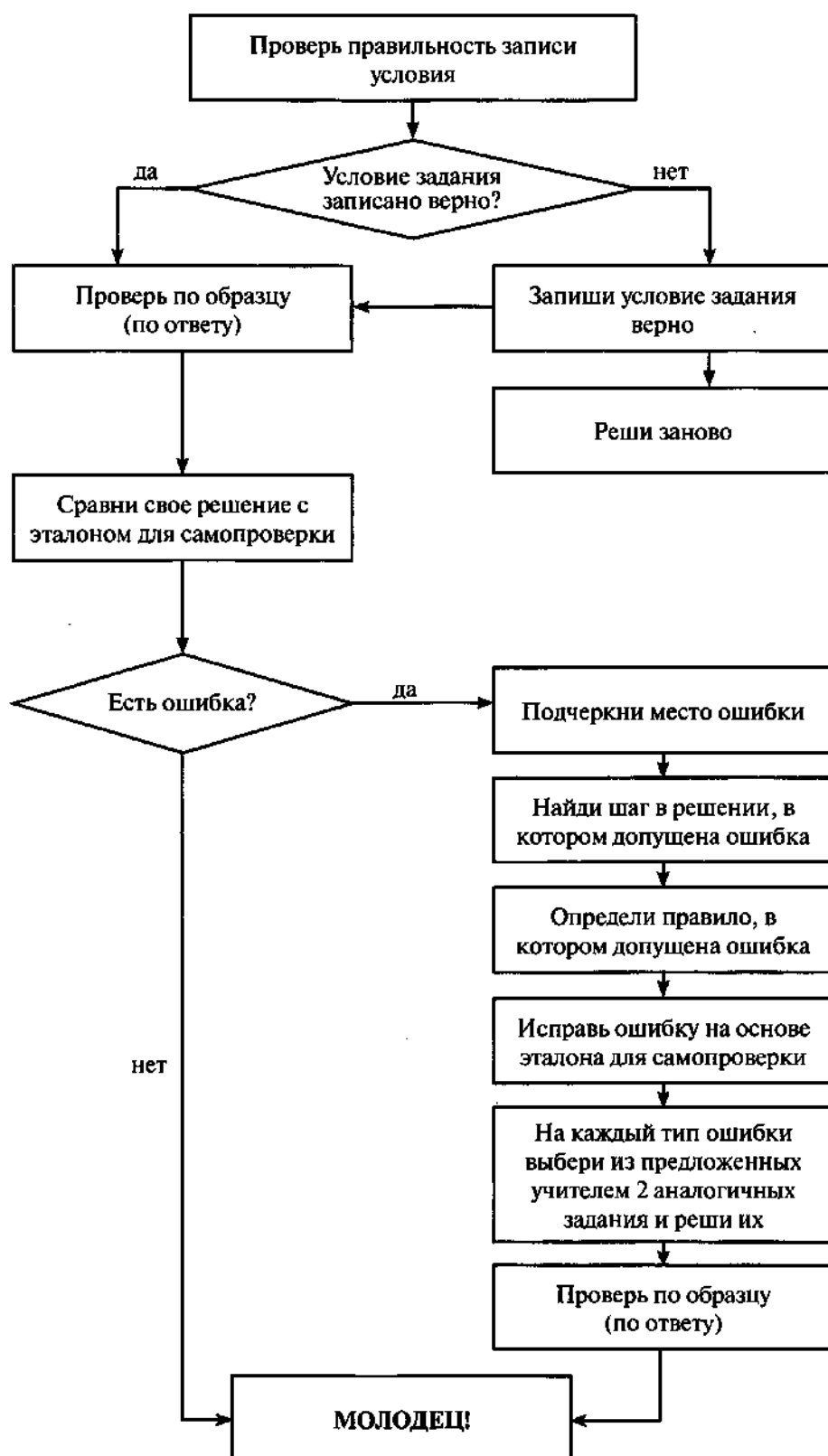
6. Постановка цели деятельности.

7. Работа над ошибками или работа с дополнительными заданиями.

8. Самостоятельная работа № 2 и самопроверка.

9. Повторение.

2) алгоритм самопроверки и работы над ошибками:



3) алгоритм сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками (из урока № 83, Д-6);

4) алгоритм сложения чисел с разными знаками (из урока № 83, Д-6);

5) сумма противоположных чисел (из урока № 83, Д-7);

6) правило записи алгебраической суммы (из урока № 84, Д-9);

7) алгоритм нахождения значения алгебраической суммы (из урока № 84, Д-10);

8) понятие противоположных чисел (из урока № 77, Д-7);

9) задание для актуализации знаний:

-15; 5; 12; -2	$(-11) + (-16); (-16) + (+11); (-11) + (+16); 11 + 16$

10) образец выполнения самостоятельной работы № 1:

а) $-3\frac{7}{8} + (-7\frac{1}{2}) = -11\frac{3}{8} = -11,375$
б) $12\frac{3}{8} + 0,25 = 12\frac{5}{8} = 12,625$
в) $7,23 + (-2,77) = 4,46$

11) образец выполнения задания на этапе повторения:

в) $\frac{26}{3z} = \frac{7}{z-2}$	г) $\frac{3m+4}{0,8} = \frac{2m}{0,5}$
$26z - 52 = 21z$	$1,5m + 2 = 1,6m$
$5z = 52$	$0,1m = 2$
$z = 10,4$	$m = 20$
Ответ: 10,4	Ответ: 20

Раздаточный материал:

1) алгоритм самопроверки и исправления ошибок;

2) таблица результатов:

№ задания	Выполнено («+», или «?»)	№ эталона	Исправлено при выполнении работы с заданиями для выбора	Результаты выполнения самостоятельной работы № 2
а)				
б)				
в)				
Дополнительное задание	Выполнено («+», или «?»)			
№ 441				
№ 444				

3) карточка для этапа рефлексии:

	Знаю	Понимаю	Могу	Умею
Запись выражения				
Запись противоположных чисел				
Сложение чисел с одинаковыми знаками				
Сложение чисел с разными знаками				
Действия с обыкновенными дробями				
Действия с десятичными дробями				
Алгоритм совместных действий				

4) самостоятельная работа № 1:

Запишите выражения и найдите их значения:

а) к числу, противоположному $3\frac{7}{8}$, прибавить число, противоположное числу $7\frac{1}{2}$;

б) к числу $12\frac{3}{8}$ прибавить число, противоположное числу $-0,25$;

в) к числу, противоположному $-7,23$, прибавить число противоположное $2,77$.

5) эталон для самопроверки самостоятельной работы № 1:

а) $-3\frac{7}{8} + (-7\frac{1}{2}) =$ <u>Способ 1.</u> $-(-3\frac{7}{8} + -7\frac{1}{2}) = -(3\frac{7}{8} + 7\frac{1}{2}) =$ $= -(3\frac{7}{8} + 7\frac{4}{8}) = -10\frac{11}{8} = -11\frac{3}{8}$ <u>Способ 2.</u> $-3,875 + (-7,5) = -(-3,875 + -7,5) =$ $= -(3,875 + 7,5) = -11,375$	$-a$ — число, противоположное числу a 1. Поставить в результате знак слагаемых. 2. Найти сумму модулей слагаемых.
б) $12\frac{7}{8} + 0,25 =$ <u>Способ 1</u> $12,375 + 0,25 = 12,625$ <u>Способ 2</u> $12\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = 12\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = 12\frac{5}{8}$	$-a$ — число, противоположное числу a
в) $7,23 + (-2,77) =$ $= +(7,23 - 2,77) = +4,46$	$-a$ — число, противоположное числу a 1) В результате поставить знак числа с большим модулем. 2) Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем.

б) подробный образец выполнения дополнительного задания:

№ 441

1) $\forall a \in Q: -a + a = 0;$

4) $\forall a, b \in Q: a + b = b + a;$

2) $\forall a \in Q: |-a| = |a|;$

5) $\forall a, b, c \in Q: (a + b) + c = a + (b + c).$

3) $\forall a \in Q: a + 0 = a;$

№ 444

а) $3\frac{2}{9} - 5,2 - 1\frac{5}{9} + 0,2 = (3\frac{2}{9} - 1\frac{5}{9}) + (-5,2 + 0,2) = 1\frac{6}{9} + (-5) = 1\frac{2}{3} + (-5) = -3\frac{1}{3};$

б) $-7,2 - 2\frac{5}{6} - 0,3 + 1\frac{1}{3} = (-7,2 + (-0,3)) + (-2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}) = -7,5 + (-1\frac{1}{2}) = -9;$

в) $-1\frac{3}{16} + 4\frac{7}{25} - \frac{5}{16} - 1\frac{2}{25} - 0,5 = (-1\frac{3}{16} + (-\frac{5}{16})) + (4\frac{7}{25} - 1\frac{2}{25}) - 0,5 =$

$$= -1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{5} - 0,5 = -1,5 + 3,2 - 0,5 = (-1,5 + (-0,5)) + 3,2 = -2 + 3,2 = 1,2;$$

г) $3\frac{5}{12} - 1,4 - 5\frac{2}{3} - 2,6 + 2\frac{1}{4} = (3\frac{5}{12} + (-5\frac{2}{3}) + 2\frac{1}{4}) + (-1,4 + (-2,6)) =$

$$= (5\frac{2}{3} + (-5\frac{2}{3})) + (-4) = 0 + (-4) = -4.$$

7) самостоятельная работа № 2:

- а) к числу, противоположному 3, прибавить число, противоположное числу 7;
 б) к числу 12,25 прибавить число, противоположное числу $-5,75$;
 в) к числу, противоположному $-4,24$, прибавить число, противоположное 6,34.

8) эталон для самопроверки самостоятельной работы № 2:

а) $-3 + (-7) = -10$	$-a$ — число, противоположное числу a 1. Поставить в результате знак слагаемых. 2. Найти сумму модулей слагаемых.
б) $12,25 + 5,75 = 18$;	$-a$ — число, противоположное числу a
в) $4,24 + (-6,34) =$ $= -(-6,34 - 4,24) = -(6,34 - 4,24) =$ $= -2,1$	$-a$ — число, противоположное числу a 1) В результате поставить знак числа с большим модулем. 2) Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем.

9) задания для выбора:

1. Выполни действия:

а) $42 + (-45)$; б) $-16 + (-31)$; в) $-15 + 18$;

г) $17 + (-8)$; д) $-3,7 + (-2,6)$; е) $-\frac{5}{8} + \frac{5}{6}$.

2. Найди значение выражения:

$23,6 + 14,5 - 30,1 - 6,8 + 1,9$

Ответы: 1. а) -3 ; б) -47 ; в) 3 ; г) 9 ; д) $-6,3$; е) $\frac{5}{24}$.
 2. 3,1.

Ход урока

1. Мотивация к коррекционной деятельности.

Цель:

1) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: сложение рациональных чисел, алгебраическая сумма;

2) сформулировать основную образовательную цель урока: тренировать умение складывать рациональные числа, находить алгебраическую сумму;

3) создать условия для возникновения у ученика внутренней потребности включения в коррекционную деятельность.

Организация учебного процесса на этапе 1:

На доске пронумерованные эталоны Д-1—Д-8, на столах карточки Р-1—Р-2.

— Здравствуйте, ребята. Какой шаг в познании нового вы сделали, какие новые знания «открыты» вами? (Мы научились складывать рациональные числа, записывать сумму без скобок, находить значение алгебраической суммы.)

— Можете ли вы утверждать, что все усвоили хорошо эту тему? (Чтобы ответить на этот вопрос, надо проверить себя.)

— Верно. Сегодня у вас очередной урок анализа своих знаний.

— Какая задача стоит перед каждым из вас? (Проверить, как усвоена тема, если есть затруднения, то выяснить их причины, найти выход из затруднения.)

— Каков план урока?

— Приступим к работе.

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в индивидуальной деятельности.

Цель:

1) организовать повторение способов действий, запланированных для рефлексивного анализа учащимися (определений, алгоритмов, свойств и т.д.): актуализировать знания о правилах сложения рациональных чисел, нахождения алгебраической суммы;

2) актуализировать соответствующие мыслительные операции, внимание, память и т. д.: сравнение, анализ, аналогия, обобщение;

3) организовать фиксацию актуализированных способов действий в речи;

4) организовать фиксацию актуализированных способов действий в знаках (эталоны);

5) обозначить основные используемые в самостоятельной работе эталоны (A_1 , A_2 , P_1 , B , O и т. д.);

6) организовать обобщение актуализированных понятий, правил, способов действий и т. д.;

7) организовать составление алгоритма исправления ошибок, который будет использоваться на уроке;

8) мотивировать учащихся к написанию самостоятельной работы № 1 на применение способов действий, запланированных для рефлексивного анализа;

9) организовать выполнение самостоятельной работы № 1 с фиксацией учащимися в каждом задании используемого эталона (A_1 , A_2 , P_1 и т. д.);

10) организовать самопроверку учащимися своих работ по образцу и фиксацию полученных результатов (без исправления ошибок);

11) организовать мотивацию учащихся к сопоставлению работ по эталону для самопроверки с целью:

а) выявления места и причины затруднения;

б) самопроверки хода решения и правильности фиксации используемого эталона.

Организация учебного процесса на этапе 2:

На доску вывешиваются карточки с заданиями Д-9. Все задания выполняются у доски с комментарием и в тетрадях.

— Из данных чисел: -15 ; 5 ; 12 ; -2 выберите те числа, сумма которых:

а) положительна;

б) отрицательна.

Составьте выражения и найдите их значения.

а) $5 + 12 = 17$; $5 + (-2) = 3$; $12 + (-2) = 10$;

б) $(-15) + 5 = -10$; $(-15) + 12 = -3$; $(-15) + (-2) = -17$.

— Верно ли утверждение, что значения данных выражений одинаковы?

$(-11) + (-16)$; $(-16) + (+11)$; $(-11) + (+16)$; $11 + 16$.

(Нет, неверно, так как значение первого равно -27 ; второго -5 ; третьего $+5$; четвертого 27 .)

— Назовите номера эталонов, которыми вы воспользовались при выполнении заданий.

— Что интересного вы заметили? (Среди ответов есть пары противоположных чисел.)

— Составьте алгебраическую сумму из результатов и найдите ее значение. ($-27 - 5 + 5 + 27 = 0$.)

— Какими понятиями, правилами вы пользовались при выполнении задания?

— Что вы повторили?

— Сейчас вы будете выполнять самостоятельную работу № 1. С какой целью вы будете это делать?

Учащимся раздаются карточки с текстом самостоятельной работы № 1 (Р-4).

— Что вы видите на карточке?

— Какое задание вы должны выполнить?

— На работу я вам даю 5 минут. Не забудьте расставлять у заданий номера эталонов, которыми вы пользуетесь.

После выполнения работы:

— Что вы должны теперь сделать? (Проверить работу по образцу.)

— Как и где вы будете фиксировать результаты проверки?

На доску вывешивается образец выполнения самостоятельной работы № 1 (Д-10).

— Вы проверили свои работы по образцу, что дальше?

— Каков будет результат самопроверки по эталону?

3. Локализация индивидуальных затруднений.

Цель:

организовать пошаговое сопоставление работ по эталону для самопроверки (фронтально, с проговариванием во внешней речи):

а) организовать выявление учащимися места затруднения;

б) организовать выявление учащимися причины затруднения;

в) организовать фиксацию отсутствия затруднений в ходе решения и его обосновании.

Организация учебного процесса на этапе 3:

Учащимся раздаются эталоны для самопроверки самостоятельной работы № 1 (Р-5).

— У кого возникли затруднения в выборе эталонов для выполнения заданий?

— У кого задания вызвали затруднения?

— В каком месте у вас возникли затруднения?

— Почему у вас возникли затруднения?

— У кого работа совпала с эталоном для самопроверки?

— Что теперь вы должны сделать?

4. Постановка цели коррекционной деятельности.

Цель:

организовать постановку учащимися индивидуальных целей своей деятельности.

Организация учебного процесса на этапе 4:

Если у вас нет затруднений, что вы будете делать? (Мы будем выполнять дополнительные задания.)

— Сформулируйте цель своей деятельности.

— Какую цель ставят для себя те учащиеся, у которых возникли затруднения? (Исправить ошибки, потренироваться в решении аналогичных заданий.)

5. Коррекция выявленных затруднений.

Цель:

1) на основе алгоритма исправления ошибок организовать согласование плана достижения этой цели;

2) организовать реализацию согласованного плана действий:

• для учащихся, допустивших ошибки:

а) организовать исправление ошибок с помощью предложенного эталона для самопроверки;

б) организовать выполнение учащимися заданий на те способы действий, в которых допущены ошибки (часть заданий может войти в домашнюю работу);

в) организовать самопроверку заданий;

- для учащихся, не допустивших ошибки:
организовать выполнение учащимися заданий более высокого уровня сложности по данной теме, заданий пропедевтического характера, или заданий, требующих построения новых методов решения.

Организация учебного процесса на этапе 5:

— Если у вас вся работа выполнена правильно, какой шаг плана вы будете выполнять? (Мы будем выполнять дополнительные задания.)

— Ваши дополнительные задания: № 441; 444.

Учащиеся продолжают работать в тетрадях.

— Что будут делать те, кто выявил, что затруднения есть? (Исправлять ошибки, тренироваться в решении аналогичных заданий.)

— Что вы будете использовать при работе над ошибками?

На данном этапе урока учащиеся самостоятельно работают, используя схему выхода из затруднения, эталоны для самопроверки, находят и исправляют свои ошибки, одновременно заполняют третий столбец таблицы.

Для тренинга учащимся предлагаются карточки с заданиями для выбора (Р-9).

6. Обобщение затруднений во внешней речи.

Цель:

- 1) организовать обсуждение типовых затруднений;
- 2) организовать проговаривание формулировок способов действий, которые вызвали затруднение.

Организация учебного процесса на этапе 6:

— А теперь я предлагаю объединиться в группы, и учащиеся, которые работали над ошибками, должны проговорить правила, на которые они допустили ошибки.

Группы работают 2 минуты.

По окончании работы руководители групп отчитываются в том, кому в группе удалось успешно поработать над ошибками.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Цель:

- для учащихся, допустивших ошибки:
 - 1) организовать выполнение самостоятельной работы № 2, аналогичной самостоятельной работе № 1 (учащиеся выбирают задания только на те способы действий, в которых были допущены ошибки);
 - 2) организовать самопроверку учащимися своих работ по эталону для самопроверки и знаковую фиксацию результатов;
 - 3) организовать фиксацию преодоления возникшего ранее затруднения;
- для учащихся, не допустивших ошибки:
организовать самопроверку учащимися заданий, требующих построения новых методов решения, или заданий пропедевтического характера по подробному образцу.

Организация учебного процесса на этапе 7:

— А теперь те, кто работал над ошибками, выполняют задания из второй самостоятельной работы, а остальные продолжают работать с дополнительным заданием.

Учащимся раздаются карточки с самостоятельной работой № 2 (Р-7). Проверяют работу по эталону для самопроверки (Р-8), фиксируя результаты проверки. При проверке самостоятельной работы учащиеся первой группы проверяют дополнительное задание по образцу (Р-6).

— Кому удалось справиться с затруднениями?

— У кого остались затруднения?

— Кто работал с дополнительным заданием, что вам удалось сделать?

8. Включение в систему знаний и повторение.

Цель:

тренировать навыки решения уравнений, используя основное свойство пропорции, решение задач на пропорциональное деление, проценты, среднее арифметическое.

Организация учебного процесса на этапе 8:

№ 459

Два уравнения решаются у доски.

$$а) \frac{3x}{x+8} = \frac{5}{7}$$

$$21x = 5x + 40$$

$$16x = 40$$

$$x = 2,5$$

$$б) \frac{y-4}{2y} = \frac{3}{8}$$

$$8y - 32 = 6y$$

$$2y = 32$$

$$y = 16$$

Ответ: 2,5.

Ответ: 16.

Два уравнения решаются в парах самостоятельно с проверкой по образцу (Д-11).

№ 461

Задание выполняется вместе у доски.

1) $200 \cdot 0,24 = 48$ — первое число

2) $48 : \frac{2}{3} = 72$ — второе число

x — коэффициент пропорциональности.

3) $48 + 72 + \frac{3}{29}x + \frac{1}{29}x = 200$

$$120 + \frac{4}{29}x = 200$$

$$\frac{4}{29}x = 80$$

$$x = 580$$

580 — коэффициент пропорциональности.

Третье число: $580 \cdot \frac{3}{29} = 60$.

Четвертое число: $580 \cdot \frac{1}{29} = 20$.

4) $(48 + 72 + 60) : 3 = 60$ — среднее арифметическое первых трех чисел;

5) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3} = 33\frac{1}{3} \%$ — четвертое число составляет от среднего арифметического трех чисел.

Ответ: четвертое число составляет от среднего арифметического трех чисел 33 %.

9. Рефлексия деятельности на уроке.

Цель:

1) организовать фиксацию степени соответствия поставленной цели и результатов деятельности;

2) организовать вербальную фиксацию причин (алгоритмов, правил, понятий и т. д.) возникших на уроке затруднений;

3) организовать вербальную фиксацию способа исправления возникших ошибок (алгоритм исправления ошибок);

4) организовать фиксацию неразрешенных на уроке затруднений как направление будущей деятельности;

5) организовать оценивание учащимися собственной работы на уроке;

6) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

- Какую тему вы сегодня повторили?
- С какими трудностями столкнулись в работе?
- Что помогло выйти из затруднения?
- Оцените свою работу на уроке.
- В начале урока каждый из вас поставил перед собой цель. Определите уровень достижения цели.

Домашнее задание:

№ 473; 474; придумать аналогичное самостоятельной работе задание и выполнить его.

Тип урока: ОРК

Тема: «Понятие рационального числа. Сложение рациональных чисел» (контрольная работа)

Основные цели:

- 1) сформировать способность учащихся к осуществлению процедуры контроля;
- 2) продолжить формирование способности учащихся к выявлению причин затруднений собственной деятельности;
- 3) контроль знаний, умений, навыков по теме «Понятие рационального числа. Сложение рациональных чисел».

Оборудование.

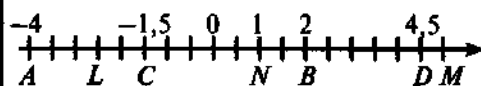
Демонстрационный материал:

- 1) план работы на уроке самопроверки (из урока № 2, Д-1);
 - 2) алгоритм самопроверки работ и работы над ошибками (из урока № 2, Д-2);
 - 3) понятие координатной прямой (из урока № 76, Д-7);
 - 4) понятие модуля числа (из урока № 78, Д-4);
 - 5) свойство модуля (из урока № 78, Д-6);
 - 6) понятие противоположных чисел (из урока № 77, Д-7);
 - 7) свойства противоположных чисел (из урока № 77, Д-8);
 - 8) правила сравнения положительных и отрицательных чисел с нулем и между собой (из урока № 80, Д-5);
 - 9) правило сравнения отрицательных чисел (из урока № 80, Д-7);
 - 10) алгоритм сравнения отрицательных чисел (из урока № 80, Д-8);
 - 11) алгоритм сложения рациональных чисел с одинаковыми знаками (из урока № 83, Д-6);
 - 12) алгоритм сложения чисел с разными знаками (из урока № 83, Д-6);
 - 13) сумма противоположных чисел (из урока № 83, Д-7);
 - 14) правило записи алгебраической суммы (из урока № 84, Д-9);
 - 15) алгоритм нахождения значения алгебраической суммы (из урока № 84, Д-10);
 - 16) критерии выставления оценок за работу:
- | | | | |
|-----------------|------------------|----------------|------------------|
| № 1 — 4 балла; | № 2 а) — 1 балл; | № 3 — 4 балла; | № 4 а) — 1 балл; |
| | б) — 1 балл; | | б) — 1 балл; |
| | в) — 1 балл; | | в) — 1 балл; |
| | г) — 1 балл; | | г) — 1 балл; |
| | д) — 1 балл; | | д) — 1 балл; |
| | е) — 1 балл; | | е) — 1 балл; |
| № 5 — 6 баллов; | № 6 — 6 баллов. | | |

«5» — 32 балла; «4» — 26–31 балл; «3» — 16–25 баллов.

Вариант 1

1.



$$C(-1,5); D(4,5)$$

Нет противоположных чисел.

2. а) $1,5 > -1,58$;

б) $0 > -8,7$;

в) $-6\frac{4}{9} > -6\frac{5}{9}$;

г) $-19,56 < 1,956$;

д) $-3,12 > -3,9$;

е) $|-4\frac{2}{5}| = 4\frac{2}{5}$

3. $-63\frac{1}{12}; -54,2; -50; -29,9;$
 $-7\frac{1}{4}; -7,2; 0,78; 1.$

4. а) $5 - 19 = -14$;

б) $-27 - 37 = -64$;

в) $-13,3 + 6 = -7,3$;

г) $-8 + 14,1 = 5,7$;

д) $-12,56 + 0 = -12,56$;

е) $-25,2 - 8,75 = -33,95$;

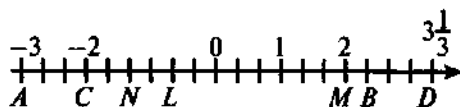
5. $0,05x + 14,2 - 19,1 = -2,4$;

Ответ: 50

6. Ответ: $P = 108$ см, $S = 720$ см²

Вариант 2

1.



$$C(-2); D(3\frac{1}{3})$$

Нет противоположных чисел.

2. а) $-2,16 < 2,1$;

б) $-5\frac{7}{11} > -5\frac{8}{11}$;

в) $-7,5 < 0$;

г) $-1,19 > -1,3$;

д) $-14,78 < 1,478$;

е) $|-3\frac{3}{7}| = 3\frac{3}{7}$

3. $-58,1; -46\frac{2}{9}; -40; -38,9; -6\frac{2}{7};$
 $-6,1; 1,95; 3.$

4. а) $-18 - 48 = -66$;

б) $-9 + 12,2 = 3,2$;

в) $7 - 23 = -16$;

г) $0 - 17,81 = -17,81$;

д) $-3,85 - 15,7 = -19,55$;

е) $-14 + 6,3 = -8,45$

5. $0,14x - 26 + 3,2 = -17,2$;

Ответ: 40.

6. Ответ: $P = 80$ см, $S = 384$ см²

Раздаточный материал:

1) алгоритм самопроверки и исправления ошибок;

2) таблица результатов:

№ задания	Выполнено («+», или «?»)	№ эталона	Исправлено при выполне- нии работы с заданиями для выбора	Результаты выполнения самостоя- тельной работы № 2
№ 1. № 2. а) б) в) г) д) е) № 3. № 4. а) б) в) г) д) е) № 5. № 6.				
Дополнительное задание	Выполнено («+», или «?»)			
№ 7*. № 422 № 475				

3) карточка для этапа рефлексии:

1. Я хорошо усвоил эту тему, у меня все получалось _____ 2. Я допускал ошибки в контрольной работе, но мне удалось их исправить самостоятельно (перечислить № заданий, в которых удалось исправить ошибки) _____ 3. Я допустил ошибки в самостоятельной работе (перечислить ошибки) _____ 4. Я выполнил дополнительное задание _____ 5. Я допустил ошибки в дополнительном задании (перечислить ошибки) _____ 6. Мне необходимо повторить... _____

4) контрольная работа:

Вариант 1

1. Отметь на координатной прямой начало отсчета и единичный отрезок, если даны точки $A(-4)$, $B(2)$. Запиши координаты точек C и D . Отметь на этой прямой точки $L(-2\frac{1}{2})$, $M(4\frac{3}{4})$, $N(-0,5)$. Выпиши точки, координаты которых являются противоположными числами.

2. Сравни числа:

- а) 1,5 и -1,58; г) -19,56 и 1,956;
 б) 0 и -8,7; д) -3,12 и -3,9;
 в) $-6\frac{4}{9}$ и $-6\frac{5}{9}$; е) $|-4\frac{2}{5}|$ и $4\frac{2}{5}$.

3. Расположи числа в порядке возрастания:

-50; -29,9; 1; $-7\frac{1}{4}$; $-63\frac{1}{12}$; -54,2; -7,2; 0,78.

4. Вычисли:

- а) $5 - 19$; г) $-8\frac{2}{5} + 14,1$;
 б) $-27 - 37$; д) $-12,56 + 0$;
 в) $-13,3 + 6$; е) $-25,2 - 8,75$.

5. Составь и реши уравнение:

«Если 5% задуманного числа увеличить на 14,2, а затем результат уменьшить на 19,1, то получится -2,4. Найти задуманное число».

6. Ширина прямоугольника на 6 см меньше длины. Найти периметр и площадь прямоугольника, если ширина составляет $\frac{4}{5}$ длины.

7*. Найти процентное отношение чисел A и B , вычислив наиболее удобным способом.

A $(|-7,75| - 5\frac{2}{3} + 3,21) + (-8\frac{3}{4} - 2\frac{4}{9} - |-3,21|) + |-17|$

B
$$\frac{0,75 \cdot 5,4 \cdot 4\frac{1}{6} \cdot 1,6}{5 \cdot 0,63 \cdot 3\frac{3}{7} \cdot 1,5 \cdot \frac{3}{8}}$$

Вариант 2

1. Отметь на координатной прямой начало отсчета и единичный отрезок, если даны точки $A(-3)$, $B(2)$. Запиши координаты точек C и D .

Отметь на этой прямой точки $L(-\frac{2}{3})$, $M(1,5)$, $N(-1\frac{1}{3})$. Выпиши точки, координаты которых являются противоположенными числами.

2. Сравни числа:

- а) -2,16 и 2,1; г) -1,19 и -1,3;
 б) $-5\frac{7}{11}$ и $-5\frac{8}{11}$; д) -14,78 и 1,478;
 в) -7 и 0; е) $|-3\frac{3}{7}|$ и $3\frac{2}{7}$.

3. Расположи числа в порядке возрастания:

-38,9; -58,9; -40; $-46\frac{2}{9}$; 3; $-6\frac{2}{7}$; 1,95; -6,1.

4. Вычисли:

- а) $-18 - 48$; г) $0 - 17,81$;
 б) $-9 + 12,2$; д) $-3,85 - 15,7$;
 в) $7 - 23$; е) $-14\frac{3}{4} + 6,3$.

5. Составь и реши уравнение:

«Если 14% задуманного числа уменьшить на 26, а затем результат увеличить на 3,2, то получится $-17,2$. Найти задуманное число».

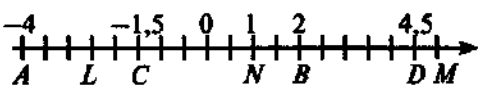
6. Длина прямоугольника на 8 см больше ширины. Найти периметр и площадь прямоугольника, если ширина составляет $\frac{2}{3}$ длины.

7*. Найти процентное отношение чисел А и В, вычислив наиболее удобным способом.

А $|-15| + (-5\frac{1}{2} - 7,18 + |-3\frac{1}{4}|) + (-2,25 + |-7,18| - 3\frac{3}{8})$

В
$$\frac{0,55 \cdot 6,3 \cdot 3\frac{1}{9} \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{5}}{6 \cdot 1,1 \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 0,42}$$

5) эталон для самопроверки выполнения работы:

Вариант 1	
1.  $C(-1,5); D(4,5)$ Нет противоположных чисел	Между точками А и В 12 делений, а длина отрезка 6, значит, единичный отрезок — два деления.
2. а) $1,5 > -1,58$; б) $0 > -8,7$; в) $-6\frac{4}{9} = 6\frac{4}{9}; -6\frac{5}{9} = 6\frac{5}{9};$ $6\frac{4}{9} < 6\frac{5}{9};$ $-6\frac{4}{9} > -6\frac{5}{9};$ г) $-19,56 < 1,956$; д) $-3,12 = 3,12; -3,9 = 3,9$ $3,12 < 3,9$ $-3,12 > -3,9$; е) $-4\frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}.$	Любое положительное число больше 0 и больше любого отрицательного числа. Любое отрицательное число меньше 0 и меньше любого положительного числа. 1. Найти модули отрицательных чисел. 2. Сравнить модули. 3. Больше (меньше) то число, модуль которого меньше (больше). Любое положительное число больше 0 и больше любого отрицательного числа. Любое отрицательное число меньше 0 и меньше любого положительного числа. 1. Найти модули отрицательных чисел. 2. Сравнить модули. 3. Больше (меньше) то число, модуль которого меньше (больше). Модуль — расстояние от 0 до данного числа. $a \geq 0; 0 = 0; -a = a$

3. $ -63\frac{1}{12} = 63\frac{1}{12};$ $ -54,2 = 54,2;$ $ -50 = 50;$ $ -29,9 = 29,9;$ $ -7\frac{1}{4} = 7\frac{1}{4}; -7,2 = 7,2;$ $ 0,78 = 0,78;$ $ 1 = 1.$ 1; 0,78; 7,2; $7\frac{1}{4}$; 29,9; 50; 54,2; $63\frac{1}{12}$ $-63\frac{1}{12}$; -54,2; -50; -29,9; $-7\frac{1}{4}$; -7,2; 0,78; 1.	1. Найти модули отрицательных чисел. 2. Сравнить модули. 3. Больше (меньше) то число, модуль которого меньше (больше).
4. а) $5 - 19 = 5 + (-19) =$ $= -(-19 - 5) =$ $= -(19 - 5) = -14;$ б) $-27 - 37 = -27 + (-37) =$ $= -(-27 + -37) =$ $= -(27 + 37) = -64;$ в) $-13,3 + 6 =$ $= -(-13,3 - 6) =$ $= -(13,3 - 6) = -7,3;$ г) $-8\frac{2}{5} + 14,1 = +(14,1 - 8\frac{2}{5}) =$ $= +(14,1 - 8,4) = 5,7;$ д) $-12,56 + 0 = -12,56;$ е) $-25,2 - 8,75 = -25,2 + (-8,75) =$ $= -(-25,2 + -8,75) =$ $= -(25,2 + 8,75) = -33,95.$	1. Записать сумму со скобками. 2. В результате поставить знак числа с большим модулем. 3. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем. 1. Записать сумму со скобками. 2. Поставить в результате знак слагаемых. 3. Найти сумму модулей слагаемых. 1. В результате поставить знак числа с большим модулем. 2. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем. 3. В результате поставить знак числа с большим модулем. 1. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем. $a + (-a) = 0$ $a + 0 = a$ 1. Записать сумму со скобками. 2. Поставить в результате знак слагаемых. 3. Найти сумму модулей слагаемых.
5. Пусть x — задуманное число. Чтобы найти 5% от x, надо $0,05 \cdot x = 0,05x$. Увеличение числа — это значит надо прибавить, а уменьшение — вычесть. $0,05x + 14,2 - 19,1 = -2,4$ $0,05x + (14,2 + (-19,1)) = -2,4$ $0,05x - (-19,1 - 14,2) = -2,4$ $0,05x - (19,1 - 14,2) = -2,4$ $0,05x - 4,9 = -2,4$ $0,05x = -2,4 + 4,9$ $0,05x = +(4,9 - -2,4)$ $0,05x = 4,9 - 2,4$ $0,05x = 2,5$ $x = 2,5 : 0,05$ $x = 250 : 5$ $x = 50$ Ответ: задуманное число 50.	

6. Пусть x см — длина прямоугольника,
 $\frac{4}{5}x$ см — ширина прямоугольника, из-
 известно, что длина больше ширины на 6 см.

$$x - \frac{4}{5}x = 6$$

$$(1 - \frac{4}{5})x = 6$$

$$\frac{1}{5}x = 6$$

$$x = 6 : \frac{1}{5}$$

$$x = 6 \cdot 5$$

$$x = 30$$

$$\text{Если } x = 30, \text{ то } \frac{4}{5} \cdot 30 = \frac{4 \cdot 30}{5} = 24.$$

$$(30 + 24)2 = 54 \cdot 2 = 108 \text{ (см)}$$

$$30 \cdot 24 = 720 \text{ (см}^2\text{)}$$

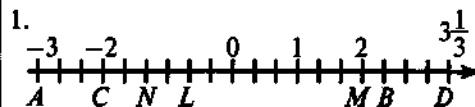
Ответ: периметр равен 108 см, пло-
 щадь 720 см².

$$P = (a + b) \cdot 2$$

$$S = ab$$

Вариант 2

1.



$C(-2); D(3\frac{1}{3})$

$C(-2)$ и $M(2)$ — координаты противо-
 положны.

Между точками A и B 15 делений, а
 длина отрезка 5, значит, единичный
 отрезок — три деления.

2.

а) $-2,16 < 2,1$;

б) $|-5\frac{7}{11}| = 5\frac{7}{11}; |-5\frac{8}{11}| = 5\frac{8}{11}$

$$5\frac{7}{11} < 5\frac{8}{11};$$

$$-5\frac{7}{11} > -5\frac{8}{11};$$

в) $-7,5 < 0$;

г) $|-1,19| = 1,19; |-1,3| = 1,3$

$$1,19 < 1,3;$$

$$-1,19 > -1,3;$$

д) $-14,78 < 1,478$;

е) $|-3\frac{3}{7}| = 3\frac{3}{7}$.

Любое положительное число больше 0 и
 больше любого отрицательного числа.

Любое отрицательное число меньше 0 и
 меньше любого положительного числа.

1. Найти модули отрицательных чисел.
 2. Сравнить модули.

3. Больше (меньше) то число, модуль
 которого меньше (больше).

Любое положительное число больше 0 и
 больше любого отрицательного числа.

Любое отрицательное число меньше 0 и
 меньше любого положительного числа.

1. Найти модули отрицательных чисел.
 2. Сравнить модули.

3. Больше (меньше) то число, модуль
 которого меньше (больше).

Любое положительное число больше 0
 и больше любого отрицательного чис-
 ла.

Любое отрицательное число меньше
 0 и меньше любого положительного
 числа.

Модуль — расстояние от 0 до данного
 числа.

$$|a| \geq 0; |0| = 0; |-a| = |a|$$

3. $ -58,1 = 58,1;$ $ -46\frac{2}{9} = 46\frac{2}{9};$ $ -40 = 40;$ $ -38,9 = 38,9;$ $ -6\frac{2}{7} = 6\frac{2}{7};$ $ -6,1 = 6,1;$ $ 1,95 = 1,95;$ $ 3 = 3.$ 3; 1,95; 6,1; $6\frac{2}{7}$; 38,9; 40; $46\frac{2}{9}$; 58,1 -58,1; $-46\frac{2}{9}$; -40; -38,9; $-6\frac{2}{7}$; -6,1; 1,95; 3.	1. Найти модули отрицательных чисел. 2. Сравнить модули. 3. Больше (меньше) то число, модуль которого меньше (больше).
4. а) $-18 - 48 = -18 + (-48) =$ $= -(-18 + -48) =$ $= -(18 + 48) = -66;$ б) $-9 + 12,2 = +(12,2 - -9) =$ $= +(12,2 - 9) = 3,2;$ в) $7 - 23 = 7 + (-23) =$ $= -(-23 - 7) = -(23 - 7) = -16;$ г) $0 - 17,81 = 0 + (-17,81) = -17,81;$ д) $-3,85 - 15,7 = -3,85 + (-15,7) =$ $= -(-3,85 + -15,7) = -(3,85 + 15,7) =$ $= -19,55;$ е) $-14\frac{3}{4} + 6,3 = -(-14\frac{3}{4} - 6,3) =$ $= -(14\frac{3}{4} - 6,3) = -(14,75 - 6,3) = -8,45.$	1. Записать сумму со скобками. 2. Поставить в результате знак слагаемых. 3. Найти сумму модулей слагаемых. 1. В результате поставить знак числа с большим модулем. 2. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем. 1. Записать сумму со скобками. 2. В результате поставить знак числа с большим модулем. 3. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем. $a + (-a) = 0$ $a + 0 = a$ 1. Записать сумму со скобками. 2. Поставить в результате знак слагаемых. 3. Найти сумму модулей слагаемых. 1. В результате поставить знак числа с большим модулем. 2. Из числа с большим модулем вычесть число с меньшим модулем.
5. Пусть x — задуманное число. Чтобы найти 14% от x, надо $0,14 \cdot x$, уменьшить число на 26, значит, вычесть из него 26, увеличить на 3,2, значит, прибавить 3,2. $0,14x - 26 + 3,2 = -17,2$ $0,14x + (-26) + 3,2 = -17,2$ $0,14x - 22,8 = -17,2$ $0,14x = -17,2 + 22,8$ $0,14x = 5,6$ $x = 5,6 : 0,14$ $x = 560 : 14$ $x = 40.$ Ответ: задуманное число — 40.	

6. Пусть x см — длина прямоугольника,
 $\frac{2}{3}x$ см — ширина прямоугольника, извест-
но, что длина больше ширины на 8 см.

$$x - \frac{2}{3}x = 8$$

$$(1 - \frac{2}{3})x = 8$$

$$\frac{1}{3}x = 8$$

$$x = 8 : \frac{1}{3}$$

$$x = 8 \cdot 3$$

$$x = 24$$

Длина 24 см.

$$\text{Если } x = 24, \text{ то } \frac{2}{3} \cdot 24 = \frac{2 \cdot 24}{3} = 16.$$

$$(16 + 24) \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80 \text{ (см)}$$

$$24 \cdot 16 = 384 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: периметр равен 80 см, площадь —
384 см².

$$P = (a + b) \cdot 2$$

$$S = ab$$

б) подробный образец выполнения работы:

Вариант 1

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & (|-7,75| - 5\frac{2}{3} + 3,21) + (-8\frac{3}{4} - 2\frac{4}{9} - |-3,21|) + |-17| = \\ & = 7,75 - 5\frac{2}{3} + 3,21 - 8\frac{3}{4} - 2\frac{4}{9} - 3,21 + 17 = \\ & = (7,75 + (-8,75)) + (-5\frac{2}{3} + (-2\frac{4}{9})) + 17 = \\ & = -1 + (-7\frac{10}{9}) + 17 = -1 + (-8\frac{1}{9}) + 17 = -9\frac{1}{9} + 17 = 7\frac{8}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B} \quad & \frac{0,75 \cdot 5,4 \cdot 4\frac{1}{6} \cdot 1,6 \cdot 100 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 10 \cdot (7 \cdot 8)}{5 \cdot 0,63 \cdot 3\frac{3}{7} \cdot 1,5 \cdot \frac{3}{8} \cdot 100 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 8 \cdot (10 \cdot 6)} = \frac{75 \cdot 54 \cdot 25 \cdot 16 \cdot 7 \cdot 8}{5 \cdot 63 \cdot 24 \cdot 15 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 6} = \\ & = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9} \end{aligned}$$

$$(7\frac{8}{9} : 4\frac{4}{9}) \cdot 100\% = \frac{71 \cdot 9 \cdot 100}{9 \cdot 40} \% = \frac{355}{2} \% = 177,5 \%$$

Вариант 2

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & |-15| + (-5\frac{1}{2} - 7,18 + |-3\frac{1}{4}|) + (-2,25 + |-7,18| - 3\frac{3}{8}) = \\ & = 15 - 5\frac{1}{2} - 7,18 + 3\frac{1}{4} - 2,25 + 7,18 - 3\frac{3}{8} = \\ & = (15 - 2,25) + (-5,5 + 3,25 - 3,375) = \\ & = 12,75 + (-2,25 + (-3,375)) = 12,75 + (-5,625) = 7,125 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B} \quad & \frac{0,55 \cdot 6,3 \cdot 3\frac{1}{9} \cdot 1,8 \cdot \frac{1}{5} \cdot 100 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 5 \cdot (7)}{6 \cdot 1,1 \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 0,42 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 100 \cdot (10 \cdot 9 \cdot 5)} = \frac{55 \cdot 63 \cdot 28 \cdot 18 \cdot 1 \cdot 7}{6 \cdot 11 \cdot 16 \cdot 42 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 5} = \frac{49}{80} \\ & \frac{57 \cdot 80 \cdot 100}{8 \cdot 49} \% = 1163\frac{13}{49} \% \end{aligned}$$

№ 422.

Возможный вариант.

Из шестилитровой банки перелить 4 л в четырехлитровую банку, из нее — в трехлитровую 3 л, в четырехлитровой останется 1 л, из трехлитровой перелить 3 л в шестилитровую (там было 2 л), 1 л из четырехлитровой — в трехлитровую банку.

№ 475.

1) Разделили обе части равенства на 0, а на 0 делить нельзя.

2) Каждый раз брали часть от одного целого, а надо было от остатка.

7) задание для выбора:

1. Отметь на координатной прямой точки: $A(3)$; $B(-4)$; $C(4,5)$; $E(-3)$.
Какие точки имеют противоположные координаты?

2. Сравни числа:

а) $-1,5$ и $-1,05$;

б) $-2,8$ и $2,7$;

в) $-\frac{3}{4}$ и $-\frac{2}{3}$.

3. Найди значение выражения:

а) $|-3,8| : |-19|$;

б) $|-1\frac{2}{7}| \cdot |4\frac{2}{3}|$;

в) $|3,5| + |-1\frac{1}{2}|$.

4. Найди сумму:

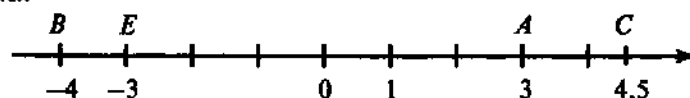
а) $-3,8 + (-5,7)$; б) $-8,4 + 3,7$; в) $3,9 + (-8,4)$; г) $-2,9 + 7,3$;

д) $-\frac{2}{9} + \frac{5}{6}$; е) $-1\frac{3}{4} + (-2\frac{1}{12})$.

5. Найди значение выражения: $23,6 + 14,5 - 30,1 - 6,8 + 1,9$.

Ответы:

1.



Точки A и E .

2. а) $<$; б) $<$; в) $<$.

3. а) 0,2; б) 6; в) 5.

4. а) $-9,5$; б) $-4,7$; в) $-4,5$; г) $4,4$; д) $\frac{11}{18}$; е) $-3\frac{5}{6}$.

5. 3,1.

Ход урока

Урок 1

1. Мотивация к контролирующей деятельности.

Цель:

1) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: понятие рациональных чисел, сложение рациональных чисел;

2) сформулировать основную образовательную цель урока: проверить знания и умения по темам «Понятие рациональных чисел», «Сложение рациональных чисел»;

3) создать условия для возникновения у ученика внутренней потребности включения в контролируемую деятельность.

Организация учебного процесса на этапе 1:

На доске эталоны Д-1—Д-16.

— Какой урок мы провели вчера? (Мы готовились к контрольной работе.)

— По какой теме? (Понятие рационального числа. Сложение рациональных чисел.)

— Каков план сегодняшнего урока? (Мы вспомним, какие правила, понятия, алгоритмы используются в этой теме, напомним контрольную работу, проведем самопроверку по образцу и оценим свою работу.)

— Для того чтобы вы смогли оценить свою работу, вам предлагаются критерии оценки.

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в индивидуальной деятельности.

Цель:

- 1) актуализировать знания о работе с координатной прямой, понятие модуля числа, алгоритм сравнения и сложения рациональных чисел, алгоритм работы с алгебраической суммой;
- 2) организовать фиксацию актуализированных способов действий в речи (название способов действий);
- 3) организовать фиксацию актуализированных способов действий в знаках (эталоны);
- 4) мотивировать учащихся к написанию контрольной работы;
- 5) организовать выполнение контрольной работы;
- 6) организовать самопроверку учащимися своих работ по образцу и фиксацию полученных результатов (без исправления ошибок);
- 7) оценить свою работу.

Организация учебного процесса на этапе 2:

— Какие понятия были введены в данной теме? (Понятие координатной прямой, положительных и отрицательных чисел, противоположных чисел, модуль числа, алгебраическая сумма.)

— Чему вы научились? (Отмечать рациональные числа на координатной прямой; определять, являются ли числа противоположными, находить модуль числа, сравнивать рациональные числа, находить их сумму, работать с алгебраической суммой.)

— Все эти знания вам пригодятся сегодня на уроке. Удачи вам, будьте внимательны при выполнении вычислений.

Все эталоны закрываются.

Учащимся раздаются карточки с текстом контрольной работы (Р-4).

После выполнения контрольной работы учащиеся проверяют свои работы по образцу (Д-17) и оценивают их, после чего работы сдаются учителю.

Урок 2

3. Локализация индивидуальных затруднений.

Цель:

- 1) поставить цель деятельности;
- 2) мотивировать учащихся к сопоставлению своих работ по эталону для самопроверки;
- 3) организовать сопоставление работ по эталону для самопроверки с целью:
 - а) организовать выявление учащимися места затруднения;
 - б) организовать выявление учащимися причины затруднения;
 - в) организовать фиксацию отсутствия затруднений в ходе решения и его обоснования.

Организация учебного процесса на этапе 3:

На доске все необходимые пронумерованные эталоны, алгоритм самопроверки работ и работы над ошибками. На партах карточки Р-1—Р-3.

— Что вам сегодня будет помогать в работе? (Эталоны, эталон для самопроверки, алгоритм работы над ошибками.)

Алгоритмы лежат на столах у учащихся.

— Сегодня вы сможете проанализировать правильность самопроверки работ, правильность самооценки, сможете поработать над своими ошибками.

— Вы уже проверили свои работы по образцу и знаете, с какими заданиями вы не справились. Что дальше надо сделать? (Надо сопоставить свои работы с эталоном для самопроверки.)

— С какой целью вы будете сопоставлять работы с эталоном для самопроверки?

— При сопоставлении работ с эталонами вы должны рядом расставить номера эталонов, которыми пользовались при выполнении задания, и будете заполнять таблицу с результатами (Р-2).

Учащиеся получают свои работы и эталоны для самопроверки (Р-5), анализируют правильность самопроверки работы по образцу и правильность выполнения всех заданий.

При необходимости проводится согласование отметок.

— У кого возникли затруднения при выполнении первого задания?

— В каком месте?

— Почему возникли затруднения?

— У кого возникли затруднения при выполнении второго задания?

— В каком месте?

- Почему возникли затруднения?
- У кого возникли затруднения при выполнении третьего задания?
- В каком месте?
- Почему возникли затруднения?
- У кого возникли затруднения при выполнении четвертого задания?
- В каком месте?
- Почему возникли затруднения?
- У кого возникли затруднения при выполнении пятого задания?
- В каком месте?
- Почему возникли затруднения?
- У кого возникли затруднения при выполнении шестого задания?
- В каком месте?
- Почему возникли затруднения?
- У кого все задания выполнены правильно, что вы можете сказать?

4. Постановка цели коррекционной деятельности.

Цель:

Организовать постановку учащимися индивидуальных целей своей деятельности.

Организация учебного процесса на этапе 4:

- Если у вас нет затруднений, что вы будете делать? (Мы будем выполнять дополнительные задания.)
- Сформулируйте цель своей деятельности.
- Какую цель ставят для себя те учащиеся, у которых были ошибки в контрольной работе? (Исправить ошибки, потренироваться в решении аналогичных заданий.)

5. Коррекция выявленных затруднений.

Цель:

- 1) на основе алгоритма исправления ошибок организовать согласование плана достижения этой цели;
- 2) организовать реализацию согласованного плана действий:
 - для учащихся, допустивших ошибки:
 - а) организовать исправление ошибок с помощью предложенного эталона для самопроверки;
 - б) организовать выполнение учащимися заданий на те способы действий, в которых допущены ошибки (часть заданий может войти в домашнюю работу);
 - в) организовать самопроверку заданий;
 - для учащихся, не допустивших ошибки:
 организовать выполнение учащимися заданий более высокого уровня сложности по данной теме, заданий пропедевтического характера или заданий, требующих построения новых методов решения.

Организация учебного процесса на этапе 5:

— В качестве дополнительных заданий вам предлагаются задания № 7* из контрольной работы, № 422; 475. Приступайте к работе.

Номера записываются на доске.

Остальные учащиеся самостоятельно выполняют работу над ошибками. Для тренинга предлагается карточка (Р-7) с ответами.

6. Обобщение затруднений во внешней речи.

Цель:

- 1) организовать обсуждение типовых затруднений;
- 2) организовать проговаривание формулировок способов действий, которые вызвали затруднение.

Организация учебного процесса на этапе 6:

После выполнения работы над ошибками и проверки по эталону проговариваются ошибки, допущенные в работе, также проговариваются формулировки способов действий, которые вызвали затруднение.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

Цель:

- для учащихся, допустивших ошибки:

1) организовать выполнение самостоятельной работы (другой вариант контрольной работы, учащиеся выбирают задания только на те способы действий, в которых были допущены ошибки);

2) организовать самопроверку учащимися своих работ по эталону для самопроверки и знаковую фиксацию результатов;

3) организовать фиксацию преодоления возникшего ранее затруднения:

• для учащихся, не допустивших ошибки:

организовать самопроверку учащимися заданий, требующих построения новых методов решения, или заданий пропедевтического характера по подробному образцу.

Организация учебного процесса на этапе 7:

— Что сейчас вы должны сделать? (Решить аналогичные задания из другого варианта.)

Учащимся предлагается аналогичная работа (может быть другой вариант), из которой они должны выполнить только те задания, которые вызвали затруднения лично у них, и проверить свою работу по эталону для самопроверки, фиксируя знаково результаты. Учащиеся, которые работали с дополнительными заданиями, проводят самопроверку по ответам в конце учебника.

— Кому удалось справиться с затруднениями?

— Кому удалось правильно выполнить дополнительные задания?

8. Включение в систему знаний и повторение.

Цель:

Тренировать навыки читать и упрощать отношения.

Организация учебного процесса на этапе 8:

№ 455

а) $39 : 52 = 3 : 4$; б) $\frac{320}{480} = \frac{2}{3}$; в) $4 : 1,6 = 5 : 2$;

г) $5\frac{2}{3} : 2,125 = 8 : 3$; д) $0,3 : 0,18 : 0,12 = 5 : 3 : 2$; е) $7 : 2\frac{1}{3} : 2,8 = 1 : \frac{1}{2} : 0,4$;

ж) $(3,2m^2) : (8mn) = 2m : 5n$; з) $\frac{4,5ab}{5,4b^2} = \frac{5a}{6b}$.

№ 458.

а) $\frac{a}{15} = \frac{6}{25}$;

б) $\frac{8}{50} = \frac{1,6}{b}$;

в) $\frac{4,8}{7} = \frac{c}{35}$;

г) $\frac{1,2}{d} = \frac{0,04}{0,1}$;

Ответ: 3,6.

Ответ: 10.

Ответ: 24.

Ответ: 3.

9. Рефлексия деятельности на уроке.

Цель:

1) организовать фиксацию степени соответствия поставленной цели и результатов деятельности;

2) организовать вербальную фиксацию причин (алгоритмов, правил, понятий и т. д.) возникших на уроке затруднений;

3) организовать вербальную фиксацию способа исправления возникших ошибок (алгоритм исправления ошибок);

4) организовать фиксацию неразрешенных на уроке затруднений как направление будущей деятельности;

5) организовать оценивание учащимися собственной работы на уроке;

6) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

Учитель сравнивает ожидаемый детьми результат с полученным результатом.

— Какую цель вы поставили перед собой перед контрольной и достигли ли вы этой цели? Если нет, то в чем причина?

— Какую цель вы поставили перед собой в начале этого урока и достигли ли ее?

— Проанализируйте свою деятельность и знания по теме «Понятие рационального числа, сложение рациональных чисел».

Домашнее задание:

Придумать:

1) три примера на сравнение рациональных чисел;

2) три примера на сложение рациональных чисел.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Тематическое планирование по курсу математики «Учусь учиться» авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон, 6 класс	11
Методические рекомендации к организации учебного процесса	19
Глава 1. Язык и логика	19
§ 1. Отрицание высказываний	20
§ 2. Переменная	35
Глава 2. Арифметика	58
§ 1. Числа и действия с ними	59
§ 2. Проценты	80
§ 3. Отношения	110
§ 4. Пропорциональные величины	136
Глава 3. Рациональные числа	172
§ 1. Понятие рационального числа	173
§ 2. Арифметика рациональных чисел	189
§ 3. Уравнения	215
§ 4. Координатная плоскость	249
§ 5. Логическое следование	260
Глава 4. Геометрия	273
§ 1. Геометрические фигуры на плоскости	274
§ 2. Геометрические фигуры в пространстве	291
§ 3. Геометрические величины и их измерение	301
§ 4. Симметрия фигур	309
Решение задач на смекалку	339
6 класс. Часть 1	339
6 класс. Часть 2	342
6 класс. Часть 3	346
Приложение	351
Технология деятельностного метода	351
Система дидактических принципов	359
Типология уроков	360
Достижение личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы ФГОС ООО	361
Достижение личностных результатов ООП основного общего образования	361
Достижение метапредметных результатов ООП основного общего образования	366
Достижение предметных результатов ООП основного общего образования	376
Примеры сценариев уроков	378